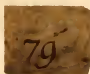

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
25 H
19


79

IOANNIS REGIOMONTANI MATHEMATICI PRAESTANTISSIMI DE TRIANGVLIS PLANIS ET SPHAERICIS libri quinque, unà cum tabulis sinuum, in quibus tota ipsorum triangulorum scientia ex primis fundamentis Geometricarum ἀποδείξεων absolutissimè extructa continetur.

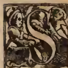
QVAM MVLTIPLICEM VSVM HAEC TRIANGVLORUM doctrina omnibus legitimè philosophantibus adferat non solùm ad expeditè absoluendas, quæcunque in locis terrestribus ac maritimis occurrãt, dimensiones, sed etiam ad intelligendos fontes eius disciplinæ, quæ extructa est à Ptolemæo & Copernico de Reuolutionibus orbium cælestium, qui sana rerum intelligentia sunt instructi, in sequenti opere, quod complectitur ordinatã Astronomicorum & Geometricorum problematum descriptionem, tanquam in clara luce intueri & experientia infallibili duce deprehendere poterunt.

Omnia nunc simul in lucem edita in gratiam Matheseos studiosorum per DANIELEM SANTBECH *Noviomagum.*

Cum Cæs. Maiestatis gratia & priuilegio.

BASILEAE.

CLARISSIMO ET GENEROSISSIMO HEROI D. EGENOLPHO BARONI INCLYTO, DOMINO IN RAPPENSTEIN, HOENNACH, ET GEROLTZECK domino plurimum obseruando, DANIEL SANTBECH S. D.



APIENTER mihi descripsisse uidetur Theon Alexandrinus ueram & congruentem opificis ordinationi hominis constitutionem, cùm inquit, Τὸν εὐζωοῦντα ἄνθρωπον ἀεὶ δεῖ τῆς καλῆς καὶ εὐτάκτου γίνεσθαι κατασκέσεως. ἐστι δὲ αὕτη ἡ κατάστασις ἐν δύο, τοῦτ' ἐστι θεωρίᾳ καὶ τῇ πράξει. Quamobrem amandas ac propagandas esse artes sentiunt omnes sani, non tantùm quòd rerum conditarum intelligentia mentem humanam instructiorem & accõmodatiorem reddant ad huiuscemodi integritatẽ, ex qua deinceps continuis incrementis eiusdem perfecta absolutaq; nascitur incolumitas, uerùmetiam ad operationes, quæ conueniunt exquisitę iustitiæ normę efficiendas alacriorem & habiliorem faciant. Cùm aũt maxima semper multitudo generis humani generali corruptela, & stultorum affectuum præstigiosa caligine excæcata prorsus à recta, legitimaq; mentis constitutione abhorreat, adeò ut nec opificis Dei agnitione, neque eiusdem operum aliqua consideratione moueatur, admiranda prouidentia Deus, ne tota lux sapientiæ suæ continuata rerum omnium deprauatione penitus extinguatur, subinde in media barbarie excellentes artifices excitat, quorum animos ueritatis amore, & rerum cognitione instructos reddit, ut saltem aliquorum mentes, qui non sunt omnino exitiali cæcitate infecti, abstersis perniciosæ ignorantiæ tenebris, & proposita uera luce intelligentiæ summa industria ad agnitionem sui, & rectam naturæ considerationem introducant. Hac ratione factum uidemus, ut cum scientia de motib. corporum cælestium multis seculis sine omni ferè recordatione sui altissimè sepulta iacuisset, eadem iterum paulo antè nostra tempora à duobus summis artificibus Purbachio & Regiomontano in Germania nostra in pristinam integritatem restituta, summo cum splendore effloruerit. Hos sanè præstantissimos uiros ad illustrandam pulcherrimarum rerum scientiam singulari beneficio Dei excitatos esse, res ipsa manifestissimè loquitur. Cùm enim omnium ferè ueterũ monumenta horribili barbarie inuoluta corruptáque iacerent, hi nostri artifices certatim neruos omnes intenderunt, ut obscurissimas difficillimasq; Ptolemæi demonstrationes recta ueraq; interpretatione euidentissimè explicatas discentibus ante oculos constituerent. Itaque ut ipsa scientia deinceps incorruptè ad posteritatem transmitti posset cum nouis obseruationibus, sublatis, quæ temporis diuturnitate irrepsissent, erratis, exploratos corporum cælestium motus in integrum

restituissent, eosdem accurato calculo subductos in tabulas expeditas summa cum dexteritate ac utilitate omnium digesserunt, tot insuper monumenta suarum lucubrationum elaborata exquisitissimè studiosis reliquerunt, ut ipsi demum soli totam ferè Mathematum scientiam ex primis fundamentis extruxisse uideantur. Quapropter horum artificum memoriam studiosos omnes grata commemoratione celebrare, quod ipsi immensis laboribus inexplicabiles ferè difficultates sustulerint, ac nobis sua scripta sincerè communicarint, quibus summa cum uoluptate nunc ociosos quasi frui liceat, atque illa deinceps tanquam publicum patrimonium ad secuturam posteritatē transmittere decet. Nos sanè his rationibus permoti & impulsi nunc iterum, quod felix & faustum sit publicis studijs, Ioannis Regiomontani libros utilissimos de Triangulis planis & sphæricis in lucem edimus, quorum multiplicem usum ac utilitatem cum author ipse in sua præfatione non obscurè declararit, nos hic uerbosius enarrare explicareq́ non est necesse. Illud sanè omnibus euidentissimum esse arbitror, qui saltem à limine Matheseos Elementa salutarint has demonstrationes Triangulorum, quæ nunquam ab alijs artificibus copiosius & absolutius quàm à Regiomontano nostro pertractatæ sunt, tam esse necessarias ad solidum in hac disciplina fundamentum constituendum, ut sine ijs omnis aditus ac ingressus ad præstantissimam Philosophiæ partem, quæ est extructa de motibus stellarum propemodum sit interclusus. Itaque hæc monumenta præstantissimi artificis gratis animis amplectātur omnes, quotquot legitimè & genuinè philosophari constituerint. De ipso autore summa est omnium sapientum ac eruditorum existimatio, cuius utinam alia pleraque opera, quæ non minima cum iactura studiorū interierunt, publicata essent. At cum nobis hāc cōmoditatem autoris morte fatalis humanorū euentuū cōstitutio præciderit, eas, quæ supersunt, reliquas conseruari, & in publicum studiosorū usum diuulgari operæpretiū fuerit. In demonstrationibus propositionū cōtexendis & quæ ab autore nondū absolutæ erant, perficiendis non pœnitendam operā nauauit summus uir & artifex inter eos, qui nostro tempore floruerunt, non minimus Ioannes Schonerus Carolostadius in inclyta Norimberga ante aliquot annos Mathematum uigilantissimus professor, cuius singulari diligentia nonnulla Regiomontani opera conseruata extant. Cum autem publico sapientum ac eruditissimorum hominū usu receptum sit publicarum rerum gubernatoribus scripta dedicare, atque hæc consuetudo propter multas honestas causas, & laude dignas inualuerit, hosce Triangulorum libros tibi inclyte Baro, feliciter dedicare uolui, ut cum aliorum testimonijs, qui tua liberalitate ad discendam syncerant religionis doctrinam sustentantur, tuā erga Ec-

clesiam Christi & honesta studia, uoluntatem celebrari audiam, uicissim hanc tuam uirtutem ueritatis & literarũ amãtibus hominibus, quantum in nobis quidem est, prædicem, ut sincere agnoscant eos rerum administratores, qui in hac turbulenta confusione mundi cõtra plurimorum furores rectæ ordinationi Dei inseruiunt, atque eos assiduis precibus Deo commendent, ut saltem in aliqua parte generis humani uera lux intelligentiæ de Deo conseruetur. Tales gubernatores Deus salutari ac grato nomine in Sacris literis manifestè nobis commendat, cùm eos Ecclesiæ nutricios appellet. Sapienter idipsũ intellexit Xenophon, cũ inquit ἀγαθὸς ἄρχων ἀγαθοῦ πατρὸς οὐδὲν διαφέρει. Nostrum igitur officium est, ut, quos Deus ad ueritatis studiũ & doctrinæ propagationem uocauit, reuerenter in pijs rerum administratoribus ipsius dona agnoscamus, ac bonis mentibus ea scriptis commendare studeamus. Magna certè est humani generis infirmitas & incredibilis diaboli furor, qui ardẽs odio Dei excæcatas hominũ mẽtes in extremũ exitium malorũ omniũ præcipitare conatur, maximè uerò Ecclesiæ Dei, & summo uitæ fastigio insidiatur, neque ulla tanta sapientia est, quæ satis intelligat quantum sit in omni gubernatione periculi. Quare bonos rerũ administratores Ecclesiæ coniunctos piorum uotis & ueritatis intelligentium studio adiuuandos esse rectè sentiunt omnes sapientes. Ac ad me quidem quod attinet, ut publicæ utilitati huius operis editione inseruire uolui, ita animum meũ tuis uirtutibus ad declarandum studium erga te nostrum accensum esse sentio. Quare nostra studia ac uoluntatem tibi reuerenter cõmẽdo, atque oro filium Dei, qui æternam sibi in genere humano Ecclesiam colligit, & sua prouidentia bonos rerum publicarũ administratores ac conseruatores legitimi ordinis constituit, ut consilia tua regat, ac mentẽ tuam ad suam gloriam illustrandã, & publicæ salutis cõseruationem flectat.

IOANNIS REGIOMONTANI PRAEFATIO.



VANVIS hosce triangulorum libellos post epitoma conscripserim, praepostero fretus ordine, posterius qui dem opus texendo introductorium, quàm artem ipsã tradiderim, nemini tamen triangulos nostros praetereunti astrorũ disciplina satis agnoscetur. Quod si quispiam inique factum insimulet, is, nisi me animus fallit, iure quiescet, ubi maiorum parere monitis & aequum & bonum arbitrabitur. Sanè moribundo praeceptori morẽ gestum oportuit, qui absolutis nuperrime sex Luminarium libris, superstites septem Ioãni suo reliquit imò mandauit quàm citissimum expediendos. Tantum nempe apud eum ualuit Bessarionis imperium, ut quod incolumis adhuc principi spoponderat dignissimo, iuxta iam moriturus explere curaret. Igitur iussa praeceptoris capessenti mihi, plurimus triangulorum & planorum & sphaeralium incidit usus: quae res iampridem Georgio quoque in primis sex libris crebro occurrens, animũ induxit triangulorũ artem conscribere. Verũ ut epitomati finem, ita triangulis dare initiũ Deus ipse uetuit, quo nunc aspirante, orbitam uiri doctissimi quoad potero sectabor: eo quidem libentius, quo doctrinam hanc plerisque placituram amicis arbitror, quorũ quidem inseruire commodis bonã felicitatis meae partem existimo: eos autem, ut uirtus ipsa monet, gratis amplexibus munus illud susceptum ire non dubito, si quidẽ ad alia demũ altiora calcar addere pergũt. Si praeterea magnis & scitu iucundissimis rebus studere uelis, quisquis siderũ motus admiraris, hęc triangulorũ theoremata in primis legenda sunt: quippe quorum disciplina omnibus Astronomicis, nonnullisq; Geometricis quaesitis ianuam pandit. Quemadmodum enim caeteras figuras inuicem transmutandas ad triangulum usque resolui oportet, ita reliquae Astronomiae rũ quaestiones hisce nostris egebunt libellis. Reuera planetarũ aequationes numerare, ipsasq; in tabulis collocare, sed & eclipsibus luminariũ satisfacere, quantaeq; reliquis quinq; erraticis latitudines debeantur, nosse uolẽti prior cõsulendus uenit liber. Qui demũ in qualibet regione & ascensiones & arcus diurnos, deinde angulos sphaerales eclipsi solari necessarios, mediationẽ caeli ac ortũ obliquum stellis fixis euenire solitũ: postremò omnia quae per figuras sectoris non sine graui sudore passim exquirũtur, breuiter & quã facillimũ assequi cupiet, ex posteriore libello comparabit auxiliũ. Quid memorẽ stellarum à terra uarias mẽsuratuq; incredibiles remotiones atq; corpulẽtias, orbiumq; suorũ spissitudines? quos limites corporib. densis resolutiua pores transilire non ausint: grossicies insuper Cometae quandolibet apparẽtis, eiusq; à terra elongatio, nũquid nõ subtile uolet scrutiniũ?

His &

His & mille alijs eiuſcemodi rebus hæc triangulorum præcepta iter monſtrabũt accuratiſsimũ, ſi prius obſeruationibus motuũ atq; alijs primordijs parumper exercearis. Quòd ſi in tanta rerũ ſciendarũ copia, pleraq; dictu ambigua, aut factu forſitan ardua, lectoris noui deterreant animum, haud extemplo deſperandũ, digna etenim talibus medela obiectabitur, ubi theoremate quolibet tranſcurſo, ad numeros deſcendẽtis exemplares. Ad hæc demum accedit tabulæ ſinuũ nõ minus utilis quàm noua cõpilatio, quæ abſque faſtidio numerorum frangẽdorum aut fractorum ad integros prolixa reductione per ſinũ arcus ſuos, ex arcuq; ſinum offeret, præter cæteras eius generis tabulas id quidem facilitatis habens, quòd per ſingula minuta expanditur quantumq; uni ſecundo in quolibet tabulæ reſpondeat loco, diſcernitur, id autem certitudinis, quòd ſinus totus in ea ſex milia milium particularum conſtituitur. Interdum uerò primos duos quorumlibet numerorum characteres negligere non dabitur uitio, ſi exactiſsimã operis præciſionem parui faciemus, quemadmodum canonibus ſuis cautum eſt. Quo tandem fieri oportet, ut quæ cæteri longis ſcrutãtur ambagibus, breui admodum nobis & iucunda inueſtigatione conſequi liceat. Hos igitur, ô pater optime, clienteli tui munus aſpernari nolis, paucula quamuis membrana contextum, plurimis tamen atq; excelſis rebus ſolenne fundamentum: Radicem ſcalæ ad ſidera ducentis haud iniuria dixerim: ubi quidem immodeſti aliquid ſi fortè offenderis, iure tuo reſecabitur, licet: ſi uerò quicquam egregij autoritas tua, ſummaq; huiuſcemodi ſtudiorum peritia confirmandum duxerit, tuo nomini conſecratum eſto, qui quemadmodum duram hac tempeſtate Chriſtianæ ſalutis accepiſti prouinciã, ita murmura ſua Philoſophi moderni te imperatore miſſa facient. iamdudum enim quaſi cælis errãtibus, ſideribusq; orbitas ſuas oblitis perculſi, ſpectatiſsimũ Philoſophiæ genus ſocordia præteriere. Perge igitur ut cœpiſti feliciter, ô mundi decus, terrenam prius cõpeſcere turbam, dehinc ſuo cæleſtia lumina reducas itineri: ne ut antehac cultores deludant ſuos, quo tandem immortali poſteris gloria nimirum celebraberis. Vale.

IOANNES [illegible] [illegible]- LECTORIBVS.

ETSI uidebamur quibuſdam de indicijs coniecturam certã feciſſe, cui autor epiſtolam dedicationis conſcripſiſſet, autoritate, & doctrina præſtantiſsimo, ut ipſe ait, uiro, tamen quia in archetypo, quod manu ipſius deſcriptum eſſet, nominatim erat nullius præfixa mentio, maluimus relinquere huius etiam rei uobis arbitrium quã noſtrum iudicium interponere, gratiorem rati uobis diligentiam fidelitatemq́ noſtram, quàm in alieno libro ingenium & ſapientiam futuram. Valete.

DE TRIANGVLIS LIBER PRIMVS.

DIFFINITIONES.



OGNITA vocabitur quantitas, quam mensura famosa, aut pro libito sumpta, secundum numerum metitur notum.

Quantitas mensurare dicetur aliam quantitatem, quæ in alia continetur secundum numerum notum, aut quæ in alia quantitate, quoties vnitas in numero noto reperitur.

Numerus autem notus habebitur, dum inter eius vnitates discretionem ponit intellectus.

Proportionem datam appellabimus, quando aut denominatio sua data est, aut ipsa vel sibi æqualis proportio, terminos habet cognitos.

Proportiones æquales sunt, quibus vna communis est denominatio.

Quantitatum altera ad alteram data dicitur, dum mensura per quam altera earum nota est, & reliquam notam efficit.

Quantitates quotlibet inter se datas appellabo, quas vna communis mensura notas reddit.

Differentia quantitatum inæqualium vocatur portio maioris, qua minorem superat.

Costa quadrati est linea recta, ex cuius in se ductione, quadratum ipsum nascitur.

Secundum quantitatem lineæ circulus quilibet describitur, dum semidiameter eius, ipsi lineæ æqualis statuitur.

Arcus est pars circumferentiæ circuli.

Linea verò recta sibi conterminalis corda sua vocari solet.

Arcu & corda sua dimidiatis, medietatem cordæ dimidij arcus sinum rectum nuncupabimus.

Complementum arcus cuiuslibet dicitur, quæ sibi & quadranti interest differentia.

Complementum aũt anguli differentia ipsius ad angulum rectũ diffinitur.

Si quamlibet terminalem trianguli lineam basim intellexeris, duas reliquas vsitato nomine latera vocari licebit.

In triangulo tamen æquicrurio latera dicimus duas æquales lineas, & tertiam reliquam basim.

Sed & in omni triangulo linea, quæ perpendicularem sustentat, basis vulgo geometrarum nuncupari solet.

Triangulus æquilaterus dicitur, quem tres æquales claudunt lineæ.

Aequicrurius, cuius duntaxat duæ æquales sunt lineæ terminales.

Varius autem triangulus, qui tres inæquales habet lineas.

Casus perpendicularis vocatur portio basis, perpendiculari & alterutro laterum intercepta.

Multiplicatio numeri per numerum est cuiusdam numeri, in quo multiplicatus continetur, quoties vnitas in multiplicante procreatio.

Diuisio autem numeri per numerum fit, quando numerus elicitur, in quo vnitas quoties diuisor in ipso diuiso reperitur,

Communes animi conceptiones.



Aequales quantitates aequaliter mensurare.

In duabus quoq; aut quotlibet aequis quantitatibus mensurã eandem aequaliter contineri.

Vnitatis ad quemlibet numerũ, & econtra, datã esse proportionẽ.

Omnis numeri partem esse vnitatem ab ipso denominatam.

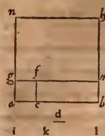
Si à duabus quantitatibus inaequalibus aequalia, aut idem cõmune abstuleris, relictis inter se atq; totis eandem haberi differentiam.

Et si ex aequalibus quantitatibus inaequales portiones secueris, relictas & desectas alternatim aequales sortiri excessus.

Omnem proportionem datam in numeris reperiri.

THEOREMA I.

Omnis datae lineae quadratum erit cognitum.



Ex data linea a b quadratũ describatur a h, quod dico cognitum iri. Mensura enim, per quam ipsa a b. nota habetur sit linea d, cui ex duabus costis quadrati a h, quae sint a b & a n, abscindantur duae aequales lineae a e & a g, producaturq; g m quidem aequedistans lineae a b & e f aequedistans ipsi a n, erit itaq; superficies a f quadrata per 29 & 34 primi elementorum Euclidis. cumq; a b sit nota per mensuram linealem d aut a e sibi aequalem, sit k numerus secundum quem d mensura vel a e mensurat lineam a b. & l numerus alius ad quem se habeat k, sicut vnitas ad ipsum numerum, eritq; numerus l quadratus per octauam noni, cuius radix quadrata per vigesimam septimi numerus k declarabitur. Quoniam verò a b nota ponitur per mensuram d, aut a e sibi aequalem secundum numerum k, erit a e in a b quoties vnitas in k numero per diffinitionem: quare proportio a e ad a b est, sicut vnitatis ad k numerum. vt autem a e ad a b, ita per primam sexti quadratum a f ad parallelogrammum a m. quadrati ergo a f ad parallelogrammum a m, & vnitatis ad k numerum eadem est proportio. item per 34 primi b m aequalis est a g, quae aequatur vtriq; linearum a e & d. Proportio igitur b m ad b h costam quadrati a h est vt a e ad a b, vel a f ad a m, per primam autem sexti b m ad b h est vt parallelogrammum a m ad quadratum a h. quare parallelogrammum a m ad quadratum a h proportionẽ habebit eam quam quadratum a f ad ipsum parallelogrammum a m. Erat autem a f ad a m sicut vnitatis ad k numerum: quare & a m ad a h erit vt vnitatis ad k numerum, & ideo vt k numeri ad l numerum. Per aequam igitur proportionalitatem a f ad a h vt vnitatis ad l numerum. Ex diffinitione itaq; a f quadratum aequale quadrato mensurae famosae d mensurabit quadratum a h lineae a b secundum numerum l. & ideo notum habebitur quadratum a h, quod erat demonstrandum.

Opus breuissimum. Numerus secundum quem nota est linea in se multiplicetur, & productus erit numerus secundum quem quadratum eius notum habebitur. Vt si a e siue d mensura fuerit in a b secundum numerum 5 multiplicatis 5 in se, producuntur 25. quadratellum igitur a f in quadrato a h secundum numerum 25 reperitur, & similiter in reliquis.

Quadrati

II.

Quadrati noti costa non ignorabitur.

In figuratione superiori quadratum a h statuatur notũ per mensuram quadratam d, dico quòd costa eius a b nota veniet. Inter vnitatem enim & numerum l, secundum quem mensura quadrata d est in quadrato a h, medius proportionalis sit k numerus, quem constat esse radicem quadratam numeri l, processus autem præmissæ docuit parallelogrammum a m esse medium proportionale inter quadratum inter duo quadrata: a f quidem mensurans, & a h mensuratum. Cumq; sit proportio a f ad a h, sicut vnitatis ad l numerum, id enim ex hypothesi pendet: erit proportio a f quadrati ad a m parallelogrammum, tanquam vnitatis ad k numerum, quoniam vtraq; harum proportionũ medietas est suæ totius, sed quadrati a f ad parallelogrammum a m proportio est, vt lineæ a e ad lineam a b per primã sexti: quare proportio a e, & ideo lineæ d ad a b, sicut vnitatis ad k numerum. Vnitas igitur in k numero quoties d linealis mensura in costa a b reperitur, vnitas autem in k est secundum ipsummet k numerum. Omnis enim numeri pars est vnitas ab ipso denominata, quare & mensura linealis d continebitur in costa a b secundum numerum k. ex diffinitione igitur costam a b notam effecimus, quod expectabatur ostendendum. Tenent autem hæc omnia, dum l numerus secundũ quem mensuramus quadratum propositum, quadratus occurret. tunc enim reperibilis est medius proportionalis inter eum & vnitatem: quòd si numerus l non quadratus fuerit, nullus erit medius proportionalis inter eum & vnitatem, neq; vnquam costa quadrati nota habebitur, stando in terminis, quemadmodum diffiniti sunt. Cum autem sæpenumero accidat numeros, secundum quos quadrata nostra metimur, esse non quadratos, ne prorsus ignoremus propinquum veritati (vt sunt scibilia humana) laxius posthac vtemur vocabulo quantitatis notæ, quàm initio diffinierimus.

Quantitatem igitur omnem, quæ aut nota præcisè fuerit, aut notæ quantitati fermè æqualis, vniuocè notam appellabimus. pulchrius equidem arbitror scire propinquum veritati, quàm veritatem ipsam penitus negligere: non modò enim contingere metam, verumetiam propinquè accedere virtuti dabitur. Non libuit autem hoc pacto superius diffinire quãtitatem notam per præcisum & propinquũ, ne suspecta lectori diffinitio nostra redderetur, fluctuante vocabulo propinqui id agente: nam etsi præcisum pro vero ponere soleamus, propinquum tamen veritati vix diffinitionem lectori satisfacturam accipiet. Ad rem ipsam demum redeundo, quoties numerus occurret non quadratus, siue integer, siue fractus fuerit, accipiemus loco eius numerum quadratum ipsi vt libet quàm propinquissimũ, siue integer, siue fractus fuerit, inter quem & vnitatem medium proportionalem eliciemus, & procedendo vt supra notã concludemus costam quadrati, quod mensuratur secundum numerũ quadratum pro libito acceptũ. Quemadmodum aũt numerus non quadratus noster, numero quadrato assumpto propinquus est, ita & costa quadrati nostri costæ alterius quadrati præcisè cognitæ propinqua, & ideo nota habebitur.

Operatio facillima. Extrahe radicem numeri secundum quem mensuratur quadratum propositum: si quadratus fuerit numerus huiusmodi, aut radicem numeri quadrati sibi propinqui, si non quadratus occurret: ipsa enim radix elicita quadrati tui costam notificabit.

III.

Si quotlibet quantitates inter se datæ fuerint, aggregatum ex eis notum habebitur.

Tres quantitates a b c, aut quotlibet inter se datæ sint, quarum aggregatum sit h, dico quòd ipsum h aggregatum fiet notum. Quoniam enim inter se datæ sunt quantitates illæ, mensurabit eas cõmuniter vna quantitas quæ sit d, mensuret igitur quãtitatem a quidem secundũ numerum e, & b secundum numerum f: quantitatem autem c secundũ numerũ g, ex his tribus numeris coaceruatis resultet numerus k. Cum igitur sit d in a, quoties vnitas in e numero per diffinitionẽ quantitatis notæ, erit proportio a ad d mensurã, sicut e numerum ad vnitatem, similiter erit proportio b ad d tanquam numeri f ad vnitatem, & c ad d vt g ad vnitatem: quare per 24. quinti bis assumptam proportio aggregati ex tribus quantitatibus a b c, quod est h ad d mensuram, erit vt aggregati ex tribus numeris e f g, qui est k ad vnitatem, vnitas ergo in k numero quoties d mensura in aggregato h continebunt, diffinitio itaque quantitatis notæ concludet propositum.

h
a b c
d
k
e f g
i

IIII.

Duarum inæqualium inter se datarum quantitatum, differentiam cognitum iri.

Sint duæ quantitates inter se datæ, a b quidem maior, & c minor, quarum differentia sit a e, quam prædico futuram notam. Communis enim mensura ambas metiens datas quantitates sit d, quæ mensuret quantitatem a b quidem secundum numerum f g, & quantitatem c secundum numerum h, erit, itaque proportio a b ad d sicut numeri f g ad vnitatem, d autem ad b c sicut vnitatis ad h, per æquam igitur a b ad c sicut f g ad h. Quemadmodum ergo a b maior est c quantitate, ita f g maior est h numero, separatóque numero k g æquali ipsi h, ex f g differentia eorum habebitur f k, & erit diuisim proportio a e ad e b, siue ad c sicut f k ad k g siue ad h. Quantitas autem c ad d mensuram, vt h ad vnitatem. per æquam igitur a e ad d sicut f k ad vnitatem, & ideo d mensura in a e differentia, quoties vnitas in f k numero continebitur: quare per diffinitionem a e differentia nota redditur, quod erat deducendum.

a e b c
d
f h g h
i

Operaberis autem hoc pacto. Duorum numerorum secundum quos mensurantur quantitates datæ, minorem ex maiore demas, relictus enim numerus cum mensura communi notam efficiet differentiam inter se datarum quantitatum. Quod si huiusmodi duo numeri in vnitate sola differant, differentia ipsarum quantitatum mensuræ communi reperietur æqualis, modus autem id demonstrandi à pristino non discrepabit.

V.

Omnes duæ inter se datæ quantitates proportionem habent eam, quam duo numeri secundum quos ipsæ mensurantur.

Vnde manifestum proclamabimus, omnem proportionem datam in numeris reperiri.

Sint duæ quantitates a & b inter se datæ, quas ex diffinitione communis quantitas e mensuret a quidem secundum e numerum, b vero secundum f, dico

dico quòd proportio a ad b est sicut proportio numeri e ad numerum f, quoniam enim d mensurat a secundum e numerum, erit per diffinitionem d in a quoties vnitas in e numero, & ideo a ad d proportio tanquam e ad vnitatem. Itẽ d in b quoties vnitas in f numero reperitur, d mensurante b secundum f numerum, quare proportio d ad b sicut vnitatis ad f numerum. per æquam igitur a quantitatis ad b quantitatem, tanquam numerum e ad numerum f erit proportio, quod libuit concludere.

VI.

Proportio duarum quantitatum data, ex altera earum præscita, reliquam suscitabit cognitam.

Altera duarum quantitatum a & b notam ad inuicem proportionem habentium, sit cognita: dico, quòd & reliqua nota dabitur. Aut enim proportio illa data est per denominationem, aut per sibi æqualem proportionem. Sit primo data per denominationem, ponatúrque numerus c denominator huiusmodi proportionis, cúmque altera duarum quantitatum nota subijciatur, sit antecedens a nota per mensuram d secundum numerum e, quo diuiso per numerum c denominatorem proportionis, exeat numerus f, erit itaque per diffinitionem diuisionis c in e, quoties vnitas in f numero, & ideo proportio c ad e sicut vnitatis ad f, permutatimq; c ad vnitatem sicut e ad f. Proportionem autem c ad vnitatem denominat ipsemet numerus c. denominabit igitur & proportionem e ad f. cúmque denominet etiam proportionem a ad b, erit per diffinitionem æqualium proportionum a ad b sicut e ad f, & conuersim b ad a sicut f ad e, sed a ad d mensuram sicut e numerus ad vnitatem. per æquam igitur b quantitas ad d mensuram sicut f ad vnitatem: quare d mensura in b quantitate, quoties vnitas in f numero continebitur, ex diffinitione ergo b quantitas reliqua nota redditur. Quod si b consequentem attuleris datam, sit hoc per d mensuram secundum numerum f, qui multiplicatus per numerum c denominatorem proportionis, producat numerum e, secundum quem oportebit esse notam quantitatem antecedentem a, erit enim per diffinitionem multiplicationis f in e, quoties vnitas in c: quare proportio e ad f sicut c ad vnitatem. Proportionis autem c ad vnitatem denominator est ipsemet numerus c. omnis enim numeri pars est vnitas ab ipso denominata, quare per conuersionem diffinitionis c numerus denominabit proportionem e ad f, denominabat autem & proportionem a ad b, æquales igitur ex diffinitione sunt proportiones a ad b & e ad f, sed b consequentis ad d mensuram sicut numeri f ad vnitatem, quòd b nota supponatur per d mensuram secundum numerum f, per æquam ergo fiet proportio a ad d mensuram sicut numeri e ad vnitatem. a itaq; continebit d mensuram, quoties e numerus vnitatem, & ideo per diffinitionem notæ quantitatis concludemus propositum.

Si autem data sit proportio quantitatum per sibi æqualem, illa scilicet sibi æqualis terminos habebit cognitos, qui aut erunt numeri, aut ex præmissa proportionem habebunt adinuicem, sicut numeri, qui sint k & l, ita quòd a ad b proportio sit tanquam k numeri antecedentis ad l numerum consequentem. Positaq; primum quantitate antecedente a nota per mensuram d secundum

numerum e,multiplicetur c per l,& productus ſcilicet m numerus diuidatur per k numerum antecedentem,vt exeat numerus f.erit itaq; per ſecundam partem vigeſimæ ſeptimi proportio e ad f ſicut k ad l, & conuerſim f ad e ſicut l ad k,& ideo ſicut b ad a,ſed e ad vnitatem ſicut a ad d menſuram ex diffinitione notæ quãtitatis. per æquam igitur f ad vnitatem ſicut b quantitas ad d menſuram: quare b quantitas continebit d menſuram quoties f numerus vnitatem. per diffinitionem ergo quantitatis notæ inferemus propoſitum. Si demum b quantitas conſequens ponatur nota,ſit hoc per menſuram d ſecundum numerum f, ductoq; f in k numerum,productoq; diuiſo per l,exeat numerus e,eritq; per ſecundam partem vigeſimæ quinti vt ſupra:proportio l ad k ſicut f ad e,& conuerſim k ad l ſicut e ad f. ſed erat k ad l ſicut a ad b:quare e ad f ſicut a ad b, f autem ad vnitatem ſicut b ad d menſuram, quoniam d menſurat b ſecundum numerum f, per æquam igitur a ad d menſuram ſicut numerus e notus ad vnitatem,erit itaq; d in a, quoties vnitas in e numero noto, diffinitio ergo quantitatis notæ quod reliquum eſt concludet.

a b.
d
e f
i
k l

Opus habeto bimembre. Si proportio data offeratur per denominationem & antecedens quãtitas fuerit nota, diuide numerum quantitatis antecedentis per numerum denominatorem proportionis, & exibit numerus quantitatis conſequentis. Si autem conſequentem habeas quantitatem notam, multiplica numerum eius per numerum denominatorem proportionis, & producetur numerus quantitatis antecedẽtis. In exemplo: Si fuerit a. 24. proportio autem eius ad b quantitatem tripla, ecce denominatorem proportionis 3. per quem diuido 24. & exibunt 8. pro quantitate conſequente b. Si autem b ſit 8. proportio verò a ad b quintupla, multiplicabo 8. per 5. denominatorem proportionis, & producentur 40. pro a quantitate. Quod ſi proportio data fuerit per ſibi ęqualem proportionem, & antecedens quantitas fuerit data, multiplicabis numerum quantitatis antecedentis per numerum conſequentem, & productum inde diuides per numerum antęcedentem, exibit enim numerus ſecundum quem quantitas conſequens nota habebitur. Si verò quantitas conſequens data fuerit, numerum eius per numerum antecedentem multiplica, & productum per numerum conſequentem partiaris, qui enim exibit numerus, quantitatem antecedentem notificabit. Vt ſi a fuerit 8, & proportio eius ad b ſicut 4, ad 5. multiplicabo 8. per 5. producuntur 40. quæ diuidam per 4. exibũt 10. pro quantitate b. Sed proportio a ad b ſit, vt 3. ad 7. ſitq; quantitas b 28. multiplicabo 28. per 3. producendo 84. quæ diuido per 7. exeunt 12. erit igitur a quantitas 12. Ita in cæteris.

VII.

Si fuerint duæ quantitates inter ſe datæ, quarũ altera per menſuram nouam ſit cognita, & reliqua per eandẽ nouam menſurã nota ueniet.

Vt ſermo tam breuior quàm lucidior appareat, veterem diffiniuimus menſuram eam, per quam ambę quantitates cõmuniter notę ſunt, nouam verò, per quam altera earũ tantùm. Hęc autem à præmiſſa in hoc diſcrepat, quòd illa alteram duntaxat quantitatum ſupponit datã, hęc verò ambas quantitates ſubijcit notas per vnam menſuram communẽ, & inſuper alteram earum per mẽſuram aliam. Sint igitur duæ quantitates a & b datæ per menſuram communem d, quam dicemus veterem, altera inſuper earũ (verbi gratia) a data ſit per menſuram nouam c: dico, quòd & b quantitas per eandem c menſurã nota proſiliet.

Metiat

Metiatur enim d mensura duas quantitates subiectas a & b secundum numeros e & f, erit itaque per quintam huius proportio duarū quātitatum a & b, tanquā duorū numerorū notorum e & f, quæ cum sit nota, erit etiā proportio quantitatum a & b nota. Est aūt a quantitas data per mensuram c, quare per præmissam & b quantitas per eandem notificabitur mensuram, quod volebamus inferre.

Operatio huius habita proportione duarum quantitatum propositarum in terminis notis, ab opere præcedentis non dissonabit.

VIII.

Si utraque duarum quantitatum ad tertiam data fuerit, ipsæ inter se datæ habebuntur.

Duarum quantitatum a & b vtraque ad tertiam quantitatem c data intelligatur: Dico, quòd ipsæ inter se reddentur notæ. Quoniam enim vtraque quantitatum a & b ad quantitatem c data est, mensurabit eas communiter vna mensura, quæ sit d, similiter duæ quātitates b & c, mensuram habebunt vnam communem, quæ sit e. Si itaque d & e mensuræ æquales fuerint, eas tāquam vnam non iniuria reputabimus, sicque duas quantitates a & b, quantitas vna communis metietur: vnamquamque secundum numerum suum, per diffinitionem ergo inter se datæ comprobantur. Si verò duæ mensuræ d & e diuersas se obtulerint, duæ quantitates dictæ, etsi datæ habeantur seorsum, inter se tamen nondum datæ sunt. Mensuret igitur d quantitates a & c secundum numeros f & g, mensura autem e duas quantitates b & c secundum numeros h & k. Placeat itaque duas quantitates a & b inter se notas efficere per mensuram d, quam pro libito primam, e verò secundam nuncupabimus: similiter quoque a quantitatem primam vocare licebit, b autem secundam, quòd hanc cum c quantitate prima mensura, illam verò secunda metiatur, hoc enim pacto sermonis vitabitur confusio. Reperiatur itaque numerus l, ad quem se habeat g numerus sicut k ad h, quod facilè fiet, si ad vigesimam septimi recurres. Cumque sit proportio h ad k, sicut quantitatis b secundæ ad quantitatem c tertiam, ex quinta huius erit & l ad g tanquam b ad c, sed g numerus ad vnitatem, sicut quantitas c ad mensuram d primam, cum c quantitas nota sit per mensuram d secundum numerum g. Per æquam igitur l numerus ad vnitatē, sicut b quantitas ad d mensuram: quare b continebit d mensuram, quoties l numerus vnitatem, & ideo per diffinitionem quantitatis notæ b, quantitas nota habetur per mensuram d, quam continet secundum numerum l. erat autem & quantitas a per eandem mensuram nota. ex diffinitione igitur inter se datarum quantitatum constabit a & b inter se datas esse. Quòd si idem per mensuram e consequi libeat, sicut ipsam e mensuram primam, ita & b quantitatem primam dicemus, ad numerum autem l se habeat k numerus, tanquam g ad f, reliqua vt antehac procedent. Vniuersaliter enim mensura, per quam duas quantitates ad tertiam datas inter se notas efficere conamur, prima vocabitur, reliqua verò secunda. Similem denique ordinem duabus quantitatibus dictis deputabimus eam notando primam, cui & quantitati tertiæ prima respondet mensura, reliquam verò secundam. Ad numerum autem reperiendum, qui videlicet notificaturus est quantitatem secundam se habeat numerus quantitatis tertiæ primus, sicut numerus eiusdem quantitatis tertiæ, secundus ad numerum quantitatis secundæ, primum autem numerum quantitatis

tertiæ duos habentis numeros, voco eum secundum quem prima mensura in ipso continetur numero, reliquum autem secundum.

Operationem sic habebis. Numerum quãtitatis secundæ duc in numerum primum quãtitatis tertiæ, productum verò per numerum secundum eiusdem quantitatis tertiæ partiaris, exibit enim numerus quantitatis secundæ quæsitus, secundum quem videlicet mensura prima in ipsa secunda quantitate continetur, vt in exemplo. Sit quantitas a 5. cubitorum, dum c est 9. cubitorum, item b 7. pedum, dum c est 26. erit itaq; d cubitus vnus, & e pes vnus. Volo scire quot cubitos habeat quantitas b, multiplico 7 per 9, producuntur 63, quæ diuido in 26, exeunt $2\frac{11}{26}$ Quantitas igitur b duos cõplectetur cubitos, & vndecim vigesimas sextas vnius cubiti, sicq; duas quantitates a & b inter se notas reddidimus, vtendo mensura d cubitali. Non aliter operabimur, si per mensuram e pedalem ipsas nouisse libeat quantitates. Constat igitur ex hoc, quòd 7 pedes $2\frac{11}{26}$ cubitis æquipollent, diuisoq; numero 7 pedum in numerum cubitorũ sibi æquipollentium, exibit numerus pedum correspondentium vni cubito, qui numerus erit $2\frac{8}{9}$. hoc quoniam multis in locis vtile est, prætereundi non erat consilium. Possumus autem & breuius theorema præsens stabilire, si ad præmissam confugerimus. Libeat enim duas quantitates a & b inter se notas efficere per mensuram d, quoniam itaq; duæ quantitates b & c datæ sunt per mensuram e veterem, quarum altera videlicet c data est per mensuram nouam d, erit & b quantitas ex præmissa per eandem nouam mensuram d cognita, sed hypothesis subiecit a quantitatem notam per d mensuram. Duæ igitur quantitates a & b, quas vna communis mensura d metitur secundum numeros notos, cognitæ per diffinitionem declarantur, quod pollicebamur ostendendum.

IX.

Si duarum quantitatum utraq; ad tertiam data fuerit, summam earum atq; differentiam, si inæquales fuerint, cognoscemus.

Duarum quantitatum a & b vtraq; sit data ad c quantitatem: Dico, quòd summa ex eis conflata cognoscetur cum differentia earum, si inæquales fuerint. Si enim inter se datæ fuerint, tertiam & quartam huius consulemus. si verò non inter se, sed ad tertiam duntaxat, quemadmodum supponitur, datę sint, per præmissam reddemus eas inter se datas, quo facto, per tertiam & quartam præallegatas, quod reliquum est absoluemus.

Operationem autem huius ab operationibus dictarum propositionũ pendere nemo dubitabit.

X.

Quotlibet quantitates ad aliam datæ, inter se non erunt ignotæ.

Tres quantitates a b c, aut quotlibet datæ ponantur singulatim ad quantitatem e: Dico, quòd ipsæ inter se notæ venient. Quoniam enim a & e inter se datę sunt, mensurabit eas communiter mensura vna, quæ sit d, similiter b & e, communem habebunt mensuram, quæ sit d, sed & duæ quantitates c & e per mensuram h notæ intelligantur. Si igitur tres mensuræ d g h æquales fuerint, tres quantitates propositas inter se datas ex diffinitione conuincemus: si verò inæquales occurrant, non erunt dictæ quantitates inter se datæ. Volenti ergo tres quantitates propositas inter se notas efficere, eligenda est vna trium mensurarum, per quam id facere placet, sitque d talis mensura, quam, vt circa

octauam

octauam diffiniuimus, primam dicemus, quantitatem quoq; a primam trium quantitatum statuemus. Cum itaq; duæ quantitates a & b ad tertiam c quantitatem datæ sint, erunt ipsæ inter se notæ, quemadmodum octaua huius docuit per mensuram d communem. Item duabus quantitatibus a & c datis, existentibus ad quantitatem c tertiam, eas inter se notas, efficiet octaua huius per mensuram d communem. Tres itaque quantitates a b c, mensura vna communis notas reddidit: quare per diffinitionem inter se notarum quantitatum veritas constabit propositionis. Non aliter procedendum erit, si plures quàm tres huiusmodi occurrent quantitates, neq; refert quancunq; communium elegeris. Ad summam igitur huius theorematis processus totus non est, nisi octauæ huius tenor repetitus.

Opus quoque huius ab operatione illius octauæ, quoties oportuerit resumpta non differet.

XI.

Aggregatum ex quotlibet quantitatibus ad aliam datis, cum differentia duarum quarumlibet si qua fuerit, non ignorabit Geometra.

Si enim quantitates illæ inter se notæ fuerint, tertiam & quartam huius repetemus, quòd si non inter se, sed ad aliam tantùm, quemadmodum supponitur, datæ extiterint, posteaquàm ex præcedenti theoremate inter se notas reddiderimus eas, ad tertiam huius & quartam confugiemus.

Opus autem, cum & facile sit, & ab opere dictarum propositionum pendeat, prætereundum censeo.

XII.

Si utriusq; duarum quantitatum ad tertiam data fuerit proportio, earum inter se proportionem patefieri.

Sint duæ quantitates a & b, quarum vtraque ad quantitatem c proportionem habeat cognitam: Dico, quòd proportio a ad b nota veniet. Oportet enim notas esse proportiones a & b quantitatum ad c quantitatem, aut per denominationes, aut sibi æquales proportiones. Sit hoc primò per denominationes. cum itaq; proportio a ad c nota sit, erit denominatio eius nota. sit ergo denominator huius proportionis numerus d, similiter denominator proportionis b ad c notæ sit numerus e, erit autem proportio a ad c, sicut d ad vnitatem, nam vtriusque harum proportionum denominator est ipse numerus d, denominat enim proportionem a ad c quemadmodum posuimus, sed & proportionem sui ad vnitatem per communem animi conceptionem, omnis enim numeri pars est vnitas ab ipso denominata. per eadem quoq; media erit proportio b ad c tanquam e ad vnitatem, & conuersim c ad b sicut vnitas ad e, erat autem a ad c, vt d ad vnitatem. per æquam igitur proportio a ad b sicut d ad e, sed proportio d ad e nota est per diffinitionem: quare & proportio a ad b nota redditur. Liquet itaque ex dictis proportionem primæ quantitatis ad secundam æqualem esse proportioni denominatoris primi ad denominatorem secundum, quod pro corollario non inutili reputabimus. Quòd si a & b quantitatum ad c proportiones datæ offerantur per sibi æquales proportiones, oportebit eas in numeris reperiri per diffinitionem proportionis datæ & quintam huius. Sit itaque proportio a ad c sicut numeri e ad numerum f, quantitatis verò b ad c sicut numeri g ad numerum h, multiplicatóque f per g, & producto diuiso per numerum h, exeat numerus k, eritque per secundam partem vige-

ſimæ ſeptimi proportio h ad g, ſicut f ad k. Cum igitur e numerus ad f ſe habeat, ſicut a quantitas ad c quantitatem, f autem ad k ſicut h ad g, & ideo conuerſim argumentando, ſicut c quantitas ad b quantitatem, erit per æquam proportio e numeri ad k numerum, ſicut a quantitatis ad b quantitatem, proportio autem e numeri noti ad k numerum notũ data eſt. quare & proportio a quantitatis ad b quantitatem cognita elicitur, quod libuit explanare.

Opus primum. Denominatorem primę proportionis per denominatorem proportionis ſecũdæ partiaris, exibit enim denominator proportionis, quam habent dicti denominatores, primus videlicet ad ſecundum, quæ etiã proportioni primæ quãtitatis ad ſecundã cõmunis exiſtit. Aut denominatores ipſos ſerua pro noticia proportionis: ſatis enim nouiſti primæ quantitatis ad ſecundam, ſi eam in numeris notis reperiſti. Vt ſi proportio a ad b fuerit quintupla, b verò ad eandem c quantitatem ſeptupla: cum primæ proportionis denominator ſit 5, ſecundæ verò 7, erit proportio a ad b ſicut 5 ad 7.

Opus aliud. Numerum conſequentem primæ proportionis duc in numerum antecedentem ſecundæ proportionis, & productum diuide per numerũ conſequentem ſecundæ proportionis: exibit enim numerus ad quem ſe habet numerus antecedens primæ proportionis, ſicut prima quantitas ad ſecũdam. Vt ſi a ad c fuerit proportio, ſicut 5 ad 7. b autem ad c ſicut 3 ad 8. multiplicabo 7 per 3. producentur 21. quæ diuido per 8, exeunt $2\frac{5}{8}$. a igitur habebit ſe ad b ſicut 5 ad $2\frac{5}{8}$

XIII.

Si quotlibet quantitatum ad aliam datæ fuerint proportiones, omnium duarum ex eis proportio manifeſtabitur.

Tres quantitates a b c, aut quotlibet plures ad quantitatẽ aliam d proportiones habeant cognitas. Dico, quòd quælibet duæ ipſarum proportiones ſortientur datas. Placeat enim primum proportionem a ad b reddere notã. Cum itaque vtriuſque quantitatum a & b ad quantitatem d proportio ſit nota, earum inter ſe proportio non ignorabitur ex præmiſſa. Similiter de omnibus duabus reliquis prædicabimus. Nihil enim alieni præſens addit præmiſſæ, niſi quòd proceſſum eius ingeminat.

Opus quoque huius opus illius eſt, quoties oportuerit repetitum.

XIIII.

Si utriuſque duarum quantitatum ad tertiam data fuerit proportio, fueritque altera earum nota, reliqua quoque notam ſe offeret.

Vtriuſque duarum quantitatum a & b ad quantitatem c data ſit proportio, ſitque a quantitas nota. Dico, quòd & b quãtitatem notam fieri oportet. Cum enim vtraque earum ad c datam habeat proportionem, proportio ipſarum inter ſe per 12. huius, nota veniet. quare per ſextam huius e quantitate nota exiſtente, & b quantitas nota emerget, quod expectabatur declarandum.

Operatio autem huius ex operibus duodecimæ & ſextæ huius commiſcetur. Nam poſtquàm ex duodecima huius

proport

proportionem huiuſmodi quantitatũ reperies per ſextam tandem, quæ prius ignota erat, notam efficies quantitatem.

XV.

Si quotlibet quãtitates ad aliam quandam proportiones habuerint datas, quarum una quælibet ſit nota, reliquæ omnes notæ proſilient.

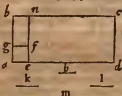
Sint tres aut quotlibet quantitates a b c, quarum vnaquæq; ad c quantitatem proportionem habeat datam: ſitq; vna earũ quæcunq; (verbi gratia) a data. Dico, quòd reliquæ omnes notę occurrent. Erit enim per 13. huius proportio a quantitatis ad ſingulas alias data, quare per ſextam huius a quantitate nota exiſtente, ſingulæ reliquæ innoteſcent, quod erat concludendum.

Operationem ex tredecima & ſexta huius facilè comparabis.

XVI.

Quod ſub duabus inter ſe datis rectis lineis continetur parallelogrammum rectangulum latere non poterit.

Sit parallelogrammum rectangulum a b c d, duabus inter ſe datis contentum lineis a b & a d. Dico, quòd ipſum prodibit cognitum. Quoniam enim duæ lineæ a b & a d inter ſe notæ ſunt, menſurabit eas cõmuniter vna quantitas quæ ſit h. menſuret itaq; lineam a b ſecundum numerum k, & lineam a d ſecundum numerum l, & abſcindantur ex duobus lateribus parallelogrãmi propoſiti: duæ lineæ a g & a e, quarum vtraq; menſuræ communi h æqualis exiſtat, productis lineis e n quidem æquediſtante ipſi a b & g f, ęquediſtante lateri a d, eritq; per 29.34. primi & diffinitionem quadrati ſuperficies a f quadrata. cumq; h ſiue a g ſibi æqualis menſuret latus a b ſecũdum numerum k, erit a g in a b, quoties vnitas in k, & ideo proportio a g ad a b, ſicut vnitatis ad k numerũ, quare per primam ſexti proportio quadratelli a f ad parallelogrammũ a n, ſicut vnitatis ad k numerum. Vnitatis autem ad k numerum proportio data eſt per animi cõceptionem:



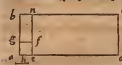
quare & proportio quadratelli a f ad parallelogrammum a n nota perhibebitur. Item quoniam a e æqualis ipſi h menſurat latus a d ſecundum numerum l, erit a e in a d, quoties vnitas in l numero. quare proportio a d ad a e eſt vt numeri l ad vnitatem. proportio autem a d ad a e per primam ſexti eſt tanquam parallelogrammi a c ad parallelogrammum a n. parallelogrãmum ergo a c ad parallelogrammum a n ſicut numerus ad vnitatem. ſed numerus l ad vnitatem proportionem habet datam ex communi animi conceptione, vnde & proportio a c ad a n ſcita veniet. Iam igitur duarum quantitatum ſuperficialium a f & a c, vtraq; ad parallelogrammũ a n proportionem habet datam, quare per 12. huius earum inter ſe conſtabit proportio. & quoniam quantitas a f nota eſt: in omnibus nanq; menſurationibus notam ſupponi oportet menſurã, per ſextam huius parallelogrammũ a c notum enunciabitur, quod erat peragendum. Conſtat autem hoc in propoſito quadratellum a f eſſe menſuram ſuperficialem, quòd coſtam eius a e menſuræ lineali h ęqualem initio ſtatuerimus.

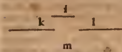
Idem alio tramite conſequemur. Prolongetur vtraq; linearum c b & d a verſus ſiniſtrã, donec duæ lineæ b p & a q ſibi, & lineæ a b æquales venient.



continuatisq; terminis earum p & q, per lineam p q claudetur quadratum q b per 29. 33. primi, & diffinitionem quadrati, cuius cum hypothesis notam dederit costã a b, ipsum quoq; per primam huius notum habebitur. est autem ex prima sexti proportio quadrati q p ad parallelogramum a c, tanquam q a siue a b ad a d, proportio autem a b lineæ notæ per hypothesim ad a d notam per diffinitionem data; vnde & proportio quadrati q b ad parallelogramũ a c data erit. per sextam igitur huius (quadrato q b noto existente) veritatem theorematis inferemus.

Adhuc aliter & ad operationem aptius. Resumpta figuratione prima, numerus k in numerum l ductus, efficiat numerum l m. Cum itaq;, vt supra memoratum est, proportio quadratelli a f ad parallelogramum a n est, sicut vnitatis ad k numerum. a n autem ad a c sicut vnitatis ad l numerum. superius enim erat a c ad a n tanquam numeri l ad vnitatem, vnitatis demum ad l numerum sicut numeri k ad numerum m. est enim k in m, quoties vnitas in l ex diffinitione multiplicationis. per æquã igitur proportionalitatem erit a f quadratelli ad a c parallelogramum, sicut vnitatis ad m numerum. quare a f in a c, quoties vnitas in m numero reperitur. per diffinitionem itaq; notæ quantitatis parallelogramum a c notum effecimus, in eo enim mensura superficialis a f continetur secundum numerum notum, qui est m quod libuit absoluere.



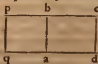


Opus autem docebimus vnicum, tametsi demonstratione freti simus varia. Duos numeros duorum laterum parallelogrami notorum in se multiplicabis, alterum videlicet in alterum: producetur enim numerus parallelogrami secundum quem mensura superficialis, quadratum scilicet mensuræ linealis in ipso continebitur parallelogramo. Vt si latus a b 5, & latus a d 7, pedes complectatur lineales, ductis 5 in 7, creabuntur 35. tot igitur pedes quadrati parallelogramum a c constituent. Ita in cæteris operabere.

XVII.

Ex dato latere quolibet parallelogrami rectanguli cogniti, reliquum latus emerget notum.

Sit parallelogramum rectangulum a b c d cognitum, cuius etiam latus vnumquodcunq; fuerit notum habeatur, sitq; (verbi gratia) a b. Dico, quòd reliquũ latus eius a d scitum erit. Eductis nanq; lineis d a & c b ad puncta q & p, donec vtraq; linearum a q & b p æquabitur lineæ a b datæ, compleatur quadratum q b protracta linea p q, erit itaq; per primam sexti proportio q b quadrati ad a c parallelogramum, sicut lineæ q a ad lineam a d. est autem proportio quadrati q b ad ipsum parallelogramum a c data per diffinitionem, quòd vtraq; superficierum q b & a c data sit. q b quidem per primam huius. est enim quadratum lineæ a b datæ, parallelogramum autem a c notum subiecit hypothesis. Proportio igitur & lineæ q a ad lineam a d nota redditur, sed q a & a b sunt costæ quadrati q b æquales, vnde & proportionem a b ad a d notam esse oportet. cumq; altera illarum, scilicet a b nota suppon



ta supponatur, erit per sextam huius reliqua linea scilicet a d nota, sicq; reliquũ parallelogrammi latus a d notum exegimus, quod libuit attingere.

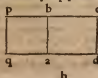
Idem aliter & ad operationem accommodatius. Quoniam latus a b notum supponitur, mensuret ipsum h famosa quantitas secundum numerum k, sitq; vtraq; linearum a g & a e ex parallelogrammi nostri lateribus absumptarum æqualis mensuræ h, & ducatur e n quidem æquedistans lateri a b, g f verò lateri a d æquedistans, eritq; superficies a f quadrata per 29, & 34 primi, & diffinitionem quadrati, quæ quidem superficies mensurabit parallelogrammum a c secundum numerum notum, qui sit m. quoniam parallelogrammum supponitur cognitũ, hunc numerũ in postremo per numerum k partiamur, vt exeat l numerus. Quia itaq; proportio a b ad h, siue ad a g est, vt numeri k ad vnitatem, h mensurante lineã a b secundum k numerum: erit per primam sexti parallelogrammi a n ad quadratellum a f, sicut numeri k ad vnitatem. quadratelli autem a f ad parallelogrammum a c, sicut vnitatis ad numerum m, quod pa rallelogrammum ipsum quadratello mensuretur secũdum numerum m. quare per æquam proportio parallelogrammi a n ad parallelogrammum a c est, vt numeri k ad numerum m. est autem a n ad a c, tanquam a e, siue h sibi æqualis ad lineam a d per primam sexti. Vnde & h ad a d est vt k numeri ad numerum m, sed k ad m, sicut vnitatis ad l numerum per diffinitionem diuisionis. quare proportio h ad lineam a d est, sicut vnitatis ad l numerum, mensura igitur h in linea a d, quoties vnitas in numero l continetur: quare linea a d nota concluditur, quoniam mensura h famosa continetur in ea secundum numerum l notum. reliquum ergo parallelogrammi latus effecimus cognitũ, quod intendebamus.

Opus breue. Numerum parallelogrammi noti in numerum lateris noti partiaris, & exibit numerus lateris reliqui quæsitus. Vt si parallelogrammum a c offeratur 36. pedum superficialium, habens latus a b 4 pedum linealium, diuidam numerum 36 in numerum 4. & exibunt 9. Latus igitur reliquum a d, nouem pedes complectetur lineales.

XVIII.

Ex data proportione laterum parallelogrammi rectanguli cogniti, vtriusq; lateris pendebit noticia.

Sit parallelogrammum rectangulum a b c d cognitum, cuius latera a b & a d proportionem habeant adinuicem notam. Dico, quòd vtrunq; ipsorum notum habebitur. Resumpta enim prima figuratione præcedentis, erit per primam sexti proportio a c parallelogrammi ad a p quadratum, sicut lineæ d a ad lineam a q. est autẽ proportio lineæ d a ad lineam a q data, quòd a q æqualis habeatur lineæ a b. quare & proportio parallelogrammi a c ad quadratum a p nota redditur. cumq; notum subiecerimus parallelogrammum a c, erit per sextam huius & quadratum a p cognitum. inde quoq; per secundam huius costa sua a b non ignorabitur: quæ quidem est alterum ex lateribus parallelogrammi propositi. datam autem tradidit hypothesis proportionem laterum dicti parallelogrammi. ex latere igitur a b iam cognito sexta huius, reliquum latus a d suscitabit notum, vtrunq; ergo paralle-



logrammi latus effecimus mensuratum, quod pollicebatur pręsens theorema.

Opus ita comparabis. Si proportio laterum data est per denominationem, diuide numerum parallelogrammi per denominatorem proportionis, & exibit numerus quadrati lateris consequentis, cuius radix quadrata latus ipsum consequens notificabit, postea ad operationem sextæ huius aut præcedentis confugias, quæ reliquum latus eliciet cognitum. Vt si parallelogrammum a c contineat 48 quadratos pedes, latus autem a d lateri a b triplum fuerit, ecce denominatorem proportionis 3. per quem diuido numerum parallelogrammi 48, & exeunt 16. numerus qui debetur quadrato lateris a b consequentis, cuius radix quadrata 4, latus a b notum faciet. 4 autem triplicans, quoniam proportionem triplam elegimus: aut 48 diuisis per 4, exurget latus a d reliquum 12. Quòd si proportio lateris ad latus data fuerit, non per denominationem, sed per sibi æqualem proportionem, vt si diceretur, proportio lateris a d antecedentis ad latus a b consequentis est, vt 5 ad 3: multiplicabis numerum parallelogrāmi dati per terminum consequentem, & productum partieris in numerum antecedentem, exibit enim numerus assignandus quadrato lateris consequentis: cum quo vt antehac procedendum erit. Vt si parallelogrāmum a c fuerit 60. latus autem a d ad latus a b se habeat, vt 5 ad 3 multiplicabo 60 per 3 producuntur 180. quæ diuisa per 5, eliciunt 36, quadratum scilicet lateris a b, cuius radix quadrata 6, ipsum latus a b notificabit. reliqua autem per operationem præcedentis absoluentur.

XIX.

Si quatuor quantitatum proportionalium tres quælibet datæ fuerint, & quarta reliqua innotescet.

Sint quatuor quantitates a b c d proportionales, quarum tres notæ sint quæcunque: dico, quòd quarta reliqua nota veniet. Quamuis autem ipsa ignota quantitas nunc primum, nunc secundum, interdum verò reliqua soleat occupare loca, tamen ne operis varietas, quæ necessariò hanc mutationem consequitur, lectorem perturbet; placuit semper ignotæ quantitati postremũ deputare locum. Præsens igitur theorema facilè confirmabimus, si prius quo pacto quantitas ignota, quocunque nobis offeratur loco, postrema fiat docebimus. Constat autem huiusmodi quatuor quantitatũ proportionalitas ex duabus proportionibus, quarum vnius ambo termini sunt cogniti, & illam faciemus primam, secundę autem proportionis vnus duntaxat notus est terminus, qui si fuerit antecedens, iam ordinatæ sunt quatuor illæ quantitates, vt volumus, habebit enim ignota quartum locum. Si verò consequens secundæ proportionis notum fuerit, conuertemus ambas proportiones, & transferetur ignota quantitas ad postremum locũ. Nunc ad confirmationẽ proportionis descendamus.

a b
c d
e
f g
h k

Quatuor quantitatum proportionalium a b c d, tres primæ sunt notæ secundum tres numeros f g & h, simili ordine positos, ita quòd quantitas tertia c, scilicet nota sit per mensuram e secundum numerum h. reperiaturque numerus k, ad quem se habeat h, sicut f ad g. quod fiet, si productum ex h in g, per numerum f partiemur, quemadmodum ex vigesima septimi elementorum trahitur. erit autem numerus k, secundum quem nota habebitur, postrema quantitatum per mensuram quidem e. Nam ex quinta huius proportio a quantitatis ad b erit, sicut numeri f ad numerum g. sed a ad b sicut c ad d ex hypothesi, & f ad g sicut h ad k, quare c ad d sicut h ad k, & cõuersim d ad c tanquam k ad h, & c ad mensuram e, sicut h numerũ ad vnitatem, quòd e mensuret

ſuret e ſecundum numerum h. per æquam igitur proportio d quantitatis poſtremæ ad e menſuram, tanquam numerum k ad vnitatem. eſt itaq; e menſura in d, quoties vnitas in k numero. d ergo quantitas nota redditur per menſuram e ſecundum numerum k, quod libuit explanare.

Opus, multiplica numerum ſecundæ quantitatis per numerum tertiæ, & productum in numerum primæ quantitatis diuide, exibit enim numerus poſtremæ quantitatis quæſitus. Vt ſi a fuerit 4. & b 9. c verò 12. multiplico 12 per 9. producuntur 108, quę diuiſa per 4, eliciunt 27 numerum videlicet quantitatis poſtremæ.

XX.

In omni triangulo rectangulo, ſi ſuper uertice acuti anguli, ſecundum quantitatem lateris maximi circulum deſcripſeris, erit latus ipſum acutum, ſubtendens angulum ſinus rectus conterminalis ſibi arcus dictum angulum reſpicientis:

Lateri aũt tertio ſinus complementi arcus dicti ęqualis habebitur.

Sit triangulus rectangulus a b c, angulum c rectum habens, & a acutum, ſuper cuius vertice a ſecundum quantitatem lateris maximi a b, maximo ſcilicet angulo oppoſiti deſcribatur circulus b e d, cuius circumferentiæ occurrat latus a c quoad ſatis eſt prolongatum in e puncto. Dico quòd latus b c angulo b a c oppoſitum eſt ſinus arcus b e dictum angulum ſubtendentis. Latus autem tertium, ſcilicet a c, æquale eſt ſinui recto complementi arcus b e. Extendatur enim latus b c occurrendo circumferentiæ circuli in puncto d. à punctis autem a quidem centro circuli exeat ſemediameter a k æquediſtans lateri b c. & à puncto b chorda b h æquediſtans lateri a c. ſecabunt autem ſe neceſſariò duæ lineæ b h & a k, angulis a b h & b a k acutis exiſtentibus, quod fiat in puncto g. Quia itaq; ſemidiameter a e chordam b d ſecat orthogonaliter propter angulum a c b rectum, ſecabit & ipſam per æqualia ex tertia tertij elementorum. & arcum b d per ęqualia ex 29. eiuſdem. quemadmodum igitur tota linea b d per diffinitionem chorda eſt arcus b d, ita medietas eius, linea ſcilicet b c eſt ſinus dimidij arcus b e reſpicientis angulum b a e ſiue b a c, quod aſſeruit prima pars theorematis noſtri. Secundam deinceps partem veram confiteberis, ſi prius per 34. primi angulum a g b rectum eſſe didiceris. ſemidiameter enim a k, & chordam b h, & arcum eius ex ſupra memoratis medijs per æqua ſcindet: quare per diffinitionem linea recta b g ſinus erit arcus b k. Eſt autem linea b g æqualis lateri trianguli a b c. per 34. primi, quòd ſuperficies a g b c æquediſtantibus contineatur lineis. angulus verò c a g, ſiue e a k rectus eſt per 29 primi, propter æquediſtantiam linearum b c ad a g: quare per vltimam ſexti arcus e k circumferentiæ ſuæ quadrans probabitur. arcus itaq; b k cõplementum ipſius arcus b e diffinietur, cuius ſinus b g lateri a c æqualis nuperrime concludebatur. vtranq; igitur proportionis partem ſatis oſtendiſſe videmur.

XXI.

Omnem angulum rectum notum eſſe oportet.

Vnus enim rectus angulus ad quatuor rectos notam habet proportionem, summa autem quatuor rectorum nota est, cum gradus vnus scilicet 360. pars quatuor rectorum: qua tanquam mensura famosa vtuntur vniuersi Geometræ: secundum numerum notum 360. contineatur in quatuor rectis. quare per sextam huius & vnus angulus rectus notus habebitur, quod erat lucubrandum. Quarta autem pars ex 360 est 90. Iusto igitur computo 90 gradus angulo recto vendicabimus. Miraberis forsitan, quo pacto diuersi generis quantitates mensura gradualis metiatur.

Dicimus enim circumferentiam circuli, vel arcum tot vel tot complecti gradus: item quatuor rectos angulos, vel alium angulum quemcunque aliquot continere gradus. Quid igitur vocabulo gradus significare velimus, paucis habeto. Mensura famosa arcuum est gradus circumferentialis, scilicet 360. pars circumferentiæ circuli, mensura autem famosa angulorum est gradus angularis, videlicet 360. pars quatuor rectorum angulorum, id est, spacij plani, quod circa punctum quodlibet existit. Imaginando enim duas semidiametros circuli super puncto quocunque tanquam centro descripti: gradum circumferentiæ circuli dicti intercipientes, angulus, quem ipse semidiametri ambiunt, gradus vocabitur angularis, quoniam angulus ille 360. in quatuor rectis, siue toto spacio centrum circuli ambiente continetur: sicut & gradus circumferentialis in tota circumferentia. huius enim anguli ad quatuor rectos, & illius arcus ad totam circumferentiam, eandem esse proportionem, ex vltima sexti facilè comprobabitur.

Trahimus postremò ex iam recitatis, quòd cuilibet angulo & arcui se respicienti de circumferentia circuli super vertice ipsius anguli descripti, vnus & idem seruit numerus. verbi gratia, si angulum quemlibet 36 graduum statuimus, erit & arcus se respiciens 36 graduum, & econtra. quod quidem ex identitate numeri totius circumferentiæ circuli & quatuor rectorum, vltima sexti ratiocinante pendere dignoscitur.

XXII.

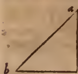
Altero duorum acutorum, quos habet triangulus rectangulus, dato, reliquus non latebit.

Duo enim acuti anguli, quos habet triangulus rectangulus, per 32. primi, valent vnum rectum, quòd tertius angulus sit rectus, aggregatum itaque ex duobus dictis acutis angulis notum est: quoniam ex præmissa rectus angulus notus est, sed & alter acutorum ex hypothesi datus est, quare per quartam huius, reliquum cognoscemus.

Opus, numeri anguli acuti dati, ex numero vnius recti minuas, & relinquetur quantitas alterius. Vt si angulus b fuerit 20, minuo 20 ex 90, relinquuntur 70. tantum igitur habebo angulum c reliquum.

XXIII.

Si duo latera trianguli, rectum cõtinentia angulum, fuerint æqualia, duo acuti anguli eis oppositi reddentur noti.



Duo latera a c, c b trianguli a b c rectanguli, rectum angulum c ambientia, sint æqualia. Dico, quòd vterque angulorum b c notus prodibit. Erunt enim per hypothesim & quintam primi duo anguli a & b æquales, cumque per 32. primi ipsi valeant vnum rectum, angulo c recto existente, erit vterque eorum medietas per 21 huius cogniti, quare per 6. huius vterque eorum notus habebitur, quod libuit

libuit explanare. Opus. Quantitatem anguli recti dimidiabis, & apparebit vtriusq; angulorum acutorum quantitas. Verbi gratia. Recto angulo habente 90 gradus, dimidiabo 90 & habebo 45 pro medietate recti, tãtusq; pronunciabitur uterq; angulorum a & b.

XXIIII.

Si latus trianguli rectum subtendens angulum, alteri duorum recto subiacentium fuerit duplum, angulus acutus ab eis contentus, reliquo angulo acuto duplus enunciabitur. Vnde etiam utrunq; eorum agnoscet Geometra.



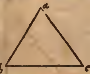
Sit triangulus a b c, rectum angulum c habens quem subtendat latus a b duplum lateri a c. Dico, quòd angulus b a c duplus erit angulo a b c. Extẽdatur enim a c usq; ad punctũ d, donec c d habeatur æqualis lateri a c, ducta linea b d erit itaq; a b linea æqualis ipsi a d, quòd utriusq; medietas sit a c. sed per quartã primi duæ bases a b, b d triangulorum a b c, & b c d sunt æquales, anguli quoq; a b c & d b c æquales. totus igitur angulus a b d duplus est ad angulum a b c. est autẽ totus angulus a b d æqualis angulo b a d, siue b a c per quintam primi triangulo a b d equilatero existente. vnde & angulus b a c duplus erit ad angulum a b c, quod oportuit demonstrare.

Ex hoc patebit corollarium. Quoniam enim in triangulo nostro angulus a duplus iam declaratus habeatur ad angulũ b, id est, sicut 2 ad 1, erit coniunctim aggregatum ex duobus angulis a & b ad angulum b, sicut 3 ad 1. Illud autem aggregatum æquipollet angulo recto, hypothesi & 32. primi docentibus. proportio igitur anguli recti ad angulum b nota est, uidelicet sicut 3 ad 1. quare per sextam huius angulus b notus erit, recto per 21 huius noto existente. postremò etiam residuus ex recto angulus, scilicet a per 4 huius notus declarabitur.

XXV.

Duobus trianguli cuiuscunq; cognitis angulis, tertium reliquum datum iri.

Trianguli a b c, duo anguli a & b sint cogniti. Dico, quòd & angulus c notus emerget. Tres enim anguli a b c, duobus rectis æquantur 32. primi id confirmante. duo autem recti sunt noti per 21 & 3 huius, quare & aggregatum ex tribus angulis trianguli propositi notum habebitur. cumq; duos eorum datos subiecerit hypothesis, per 4. huius, tertius reliquus non ignorabitur, quod libuit inferre.



Opus. Summam duorum angulorum, qui dati sunt ex quantitate duorum rectorum minuas, & relinquetur tertij anguli quantitas desiderata. Vt si angulus a fuerit 20 & angulus b 35 graduum, collectos 20 & 35 gradus, qui reddunt 55, ex 180 minuo, relicti enim 125 gradus, angulo c adnumerabuntur.

XXVI.

Omnis trianguli rectanguli duobus lateribus cognitis, tertium extemplò manifestari.

Triangulus a b c angulum c rectum habeat, cuius duo latera quælibet sint

nota. Dico, quòd reliquum eius latus notum habebitur. Si enim duo latera rectum continentia angulum offerantur nota, erunt per primam huius quadrata eorum nota, aggregatum quoq; ex eis per tertiam huius notum, quod æquipollet quadrato a b per penultimam primi, vnde ipsum notum, & ideo per secundam huius, costa sua, latus scilicet a b non ignorabitur. Si verò alterum eorum sit datum cum latere rectum subtendente angulum, quadratum minoris demptum ex quadrato maioris, per penultimam primi & quartam huius, relinquet quadratum reliqui lateris notum, & ideo per secundam huius, costa eius cognita orietur, quæ fuêre lucubranda.

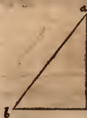
a b c

Opus vulgare. Si latera rectum ambientia angulum fuerint data, quadrabis ea, quadrataq; congregabis, & collecti ex eis radix quadrata quantitatem lateris quæsiti manifestabit. Si verò alterum eorum sit datum, cum latere rectum subtendente angulum quadratum minoris ex quadrato maioris demas, & relicti quadrata radix tertium latus notificabit. Vt si latus a c fuerit 12, & b c 5, quadrabo 12, exurgunt 144. item quadrabo 5 veniunt 25. colligo 144 & 25, fiunt 169. quorum radicem quadratam inuenio 13. tantumq; fore didici latus a b. Sed ponatur latus a b 29, & latus a c 20 duco 29 in se, veniunt 841. similiter 20 in se, faciunt 400. aufero 400. ex 841. relinquuntur 441, quorum radicem quadratam 21 lateri b c deputabo. Ita in cæteris.

XXVII.

Trianguli rectanguli duobus lateribus cognitis, omnes angulos datum iri.

Si alterum datorum laterum recto opponatur angulo, satis est. si verò non, per præcedentem ipsum addiscemus: nam absq; eo propositum attingendi non erit potestas. Sit itaq; triangulus a b c, angulum c rectum habens, cuius duo latera a b & a c sint data. Dico, quòd omnes anguli ipsius noti erunt. Super vertice enim anguli acuti b, quem videlicet latus subtendit datum tãquam centro, secundum quantitatem lateris b a circulo descripto, erit per 20 huius a c sinus arcus sibi conterminalis, qui respondet angulo a b c quem inquirimus. cumq; duæ lineæ a b & a c inter se datæ sint ex hypothesi per mensuram veterem, a b autem semidiameter circuli descripti data sit per mensuram nouam, quæ quidem est vna partium sinus totius, erit & a c nota per eandem mensuram docente septima huius. dum igitur a b est sinus totus vel sinus quadrantis, erit a c sinus notus, & per tabulam sinus, qua neglecta, hoc in proposito nihil efficere possumus, arcum eius addiscemus. cognito autem arcu dicti sinus, datur & angulus quem respicit arcus ille, nam arcus ipse & angulus secundum eundem numerũ mensurantur, quemadmodum tota circumferentia & quatuor recti anguli secundum eundem numerum communiter mensurantur, quod in 21 huius commemorauimus. per 22 itaq; huius reliquum acutum angulum b a c cognoscemus. Rectum autem angulum a c b, 21 huius notum demonstrabat. Vniuersos igitur trianguli nostri angulos reddidimus notos, quod decuit explanare.



Opus. Numerum lateris rectum subtendentis angulum cõstitue primum, & numerum lateris respicientis angulum quæsitum pro secundo ponas, nu-

merum verò sinus totius tertium. Multiplica igitur secundum per tertium, & productum diuide per primum, exibit enim sinus arcus respicientis angulum quæsitum, cui per tabulam sinus arcum suum elicias, cuius etiam numerus angulum quæsitum manifestabit. hunc si ex anguli recti quantitate dempseris relictum numerabis secundum angulum acutum. Vt si a b fuerit 20 a c 12, & b c 16, sinus autem totus quemadmodum in tabula nostra supposuimus 60000, multiplicabo 12 per 60000, producũtur 720000, quæ diuido per 20, exeũt 36000, huius sinus arcũ tabula præbet gradus 36, & minuta 52 ferè. tantum igitur pronunciabimus angulum a b c, qui tandem sublatus ex 90, relinquet 53 gradus & 8 minuta ferè, & tantus habebitur angulus reliquus acutus.

XXVIII.

Data proportione duorum laterum trianguli rectanguli, angulos eius percontari.

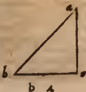
Aut enim alterum duorum laterum opponitur recto angulo, aut non. Si primum, sit latus a b recto angulo a c b oppositum, cuius proportio ad latus a c sit nota. Dico, quòd anguli huius trianguli innotescent. Est enim a c sinus arcus anguli a b c per huius, dum a b est semidiameter circuli scilicet sinus totus, proportio ergo sinus totius ad sinum anguli a b c nota est, hinc sinus ille notificabitur, & tandem angulus a b c non latebit. Si verò proportio duorum laterum b c & a c data fuerit, erit proportio quadratorum notum data, & cõiunctim proportio aggregati ex quadrato b c cum quadrato a c, hoc est quadrati a b propter angulum c rectum ad quadratum a c nota erit: vnde & linearum proportio non ignorabitur, reliqua vt ante.

Operatio. Si alterum duorum laterum recto angulo opponatur, multiplica terminum minorem proportionis datæ per sinum totum, & productum diuide per terminũ maiorem: exibit enim sinus anguli, cuius latus breuius opponitur. Si verò duorum laterum recto circumstantium data fuerit proportio, duc vtrunque terminorum in se, & collecti ex productis radicem accipe quadratam: ipsa enim erit terminus lateri, quod rectum subtendit angulum accommodandus, perduceris ergo ad iter pristinum. Vt si proportio a b ad a c fuerit sicut 9 ad 7. multiplico 7 in sinum rectum totum 60000, fiunt 420000. quæ diuido per 9, exeunt 46667 ferè. arcus autem respondens huic sinui recto est gradus 51. minuta 3 ferè, & tantus habebitur angulus a b c. Sed ponatur proportio a c ad c b, sicut 12 ad 5. duco 12 in se, fiũt 144. item 5 in se, reddunt 25. hæc coniungo, faciunt 169. horum radix est 13. attribuenda lateri a b, sic proportio a b ad a c erit, vt 13 ad 12, vnde vt prius angulo a b c cognoscendo via parata est.

XXIX.

Altero duorum acutorum angulorum, quos habet triangulus rectangulus, cognito, cum uno eius latere & angulos cunctos & latera metiemur.

Trianguli a b c angulum c rectum habentis, angulus b sit cognitus cum latere vno quocunque (verbi gratia) a c. Dico, quòd omnes eius anguli cum lateribus omnibus innotescent. Anguli profectò cognoscentur ex 21 & 22 huius. restat igitur inuenire latera. Per 20 autem huius & tabulam sinus hypothesi iuuante, erit vtrunque laterum a c & b c cognitum, vt a b est sinus totus, duo



itaq; latera qualibet trianguli propositi datam inuicem habebunt proportionem, cumq; ex hypothesi vnum eorum datum sit per mensuram nouam, erunt per 6 aut 7 huius reliqua data, quod libuit attingere.

Opus pulchrum & perutile. Sinum arcus anguli dati, & eius complementi addiscas, habebisq; tria latera nota per mensuram veterem, quæ est pars vna sinus totius: nam latus rectum subtendens angulum est sinus totus. Si igitur latus, quod rectum subtendit angulum, fuerit datum per mensuram nouam, pone sinum totum pro primo, & sinum arcus anguli, cui opponitur latus quæsitum, pro secundo, numerum autem nouæ dationis tertium. multiplicatoq; secundo per tertium productum diuide per primum, & exibit numerus lateris quæsiti. Si verò alterum duorum laterum recto subiacentium detur, volendo mensurare latus rectum subtendens angulum, pone sinum arcus anguli, cui opponitur ipsum latus datum pro primo, & sinum totum pro secundo, numerum autem dationis nouæ tertium, absolutoq; opere vulgari quatuor numerorum proportionalium ad metam perduceris cupitam. Quòd si reliquum latus recto substratum angulo inuestigaueris, pone sinum arcus anguli, cui opponitur latus datum pro primo, & sinum complementi eius pro secundo, numerum verò dationis nouæ tertium, reliqua vt antehac executurus. In exemplo. Detur angulus a b c 36 graduum, & latus a b 20 pedum, subtraho 36 à 90, manebunt 54 gradus, qui determinant quantitatem anguli b a c. inuenio autem lineam a c 35267 ex tabula sinus, b c verò 48541, dum a b est sinus totus 60000. Multiplico igitur 35267 per 20, producuntur 705340, quę diuisa per 60000, eliciunt 11 45 fere. latus itaque a c habebit pedes 11 & $\frac{45}{60}$ id est tres quartas pedis vnius. Similiter multiplico 48541 per 20, producuntur 970820, quæ diuido per 60000, exeunt 16 & 11 minuta ferè, tantumq; latus b c pronunciabitur. Quòd si ponatur latus a c 20, reliquis vt antea manentibus, erit iterum a c latus 35267, & b c 48541, dum a b, est sinus quadrantis 60000. Ad inueniendum igitur latus a b, multiplico 60000 per 20, producuntur 1200000, quæ diuido per 35267, exeunt 34 & 2 minuta ferè, habebit itaque latus a b pedes 34 & 2 minuta ferè. Sed libeat mensurare latus b c, multiplicabo 48541 per 20, producuntur 970820. quæ diuisa per 35267. eliciunt 27 & 32 minuta ferè. latus igitur b c 27 & 32 minuta ferè pedis vnius complectitur.

Hic parumper ausculta, quandoquidem opus nostrum Triangulorum Astronomiæ seruit plurimum, quæ fractionibus non tam vulgaribus, quàm Physicis vtitur, quo pacto fractiones vulgares in physicas commutentur, non erit silentio prætereundum. Omni nanq; integrorum absoluta diuisione, si aliquid de numero diuiso, quod necessario minus inuenietur diuisore, relictum fuerit: diuisor autem numerus alius quàm 60 fuerit, fractio vulgaris habebitur, cuius numerator quidem est ipse numerus relictus, denominator autem numerus diuisor. volendo igitur eam minutiam reddere physicam, cum physicas minutias sexagenarius numerus denominare soleat: multiplicabimus numeratorem minutiæ vulgaris per 60, productum verò per denominatorem minutiæ vulgaris partiendo, exibit numerator minutiæ physicæ æquipollentis dictæ fractioni vulgari. Quòd si iterum fuerit residuum facta diuisione iam dicta, ipsum per 60 extendemus, & productum per diuisorem pristinum partiemur, exibit enim fractio physica secundi ordinis. huiusmodi demum si repetieris opus, minutia physica tertij ordinis emerget. Primas autem minutias, quæ statim post diuisionem integrorum eliciuntur, minuta prima vulgus appellat Astronomorum, secundas verò secunda, tertias tertia, & ita de cæteris ex ordine suo. Huic autem præcepto, ne iusto amplius digressi videamur,

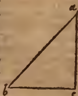
maiorum

maiorum exempla non subiecimus, cum & inuentu facilia, & in plerisque locis alijs satis aperta dignoscantur.

XXX.

Si trianguli rectanguli datus fuerit alter acutorum angulorum, proportiones laterum inter se, quanuis latera ipsa non dentur, notas habebimus.

Sit triangulus rectangulus a b c, angulum c rectum habens, cuius angulus b acutus sit datus. Dico, quòd proportiones quorumlibet duorum laterum notæ deprømentur. Erit enim per 22 huius & angulus a cognitus, quare per tabulam sinus vigesima huius dirigente vtrunque laterum a c & b c notum dabitur, vt a b est sinus totus, tribus itaque lateribus tres notos assignabimus numeros, per diffinitionem igitur notæ proportionis theorema verum enunciasse confitebetis.

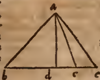


Opus facile. Quære sinum arcus anguli dati, & sinum eius complementi, habebisque duos numeros duobus lateribus rectum ambientibus deputandos, pro latere autem tertio sinum quadrantis constitues, quo facto, scies proportionem quorumlibet duorum laterum esse, vt proportionem numerorum sibi respondentium. Vt si angulus b fuerit 36, quæro sinum 36 graduum, qui est 35267. sinumque complementi eius, scilicet 54. graduum, qui est 48541. pro latere autem a b pono 60000. scio itaque proportionem a b ad a c esse, vt 60000 ad 35267. & ita de cæteris.

XXXI.

Si supra basim trianguli, cui perpendicularis à uertice anguli cuiuscunque ducenda insidebit, alter duorum angulorum obtusus fuerit, extra triangulum ipsa cadet. si uerò rectus coincidet cum latere sibi conterminali, quod recto substernitur angulo, uterque autem acutus eam intra triangulum consistere iubebit.

Supra basim b c trianguli a b c alter duorum angulorum b & c, verbi gratia angulus b sit obtusus. Dico, quòd perpẽdicularis à vertice anguli a demittenda ad basim b c cadet extra triangulum a b c. & si angulus b rectus fuerit, coincidet cum latere a b. si verò vterque angulorum b & c acutum se offerat, ipsa perpendicularis triangulum non egredietur, verùm in eo cõsistere cogetur. Aduersario enim contrarium primæ partis affirmanti concludemus impossibile hoc pacto. Perpendicularis non cadens extra triangulum necessariò intra triangulum manebit, aut cum altero laterum sibi conterminalium coincidet. Cadat primo sententia quidem aduersarij intra triangulum, sitque a d, erit itaque angulus a d c rectus per diffinitionem, & per 16 primi: cum sit extrinsecus ad triangulum a d b: maior angulo a b d intrinsece sibi opposito, quem obtusum statuimus. rectum igitur maiorem obtuso confitebitur falsigraphus, quod est impossibile. Quòd si dixerit eam coincidere alteri duorum laterum a b & a c, coincidat prius lateri a b, erit itaque angulus a b c rectus, quem hypothesis assentiente etiam aduersario, obtusum præbuit, quod est inconueniens. si verò coincidat lateri a c,

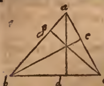


erit angulus a c b rectus, angulo itaq; b obtuso existente per hypothesim, nō erunt duo dicti anguli minores duobus rectis, quod cum repugnet decimæ se ptimæ primi, impoſsibile perhibebitur, destructis autem impoſsibilibus illis, inferemus aperte primæ partis veritatem. Similiter ratam faciemus secundam partem. Nam siue proteruiendo dicatur eam cadere intra triangulum, vt est a d, siue extra, qualis est a e, sequitur ex diffinitione perpendicularis angulum extrinsecum æqualem esse intrinseco sibi opposito, quod cum esse nequeat 16 primi prohibente, constat ipsam intra triangulum non cadere, neq; extra eum, & ideo coincidere lateri apud quod rectus est angulus, reliquo enim sibi conterminali lateri non potest coincidere, sic enim acutus angulus rectus haberetur, quod acuti anguli diffinitio non permittit. Tertiæ tandem parti certitudinem comparabimus aut difficilius. Si enim dixeris eam coincidere cum altero duorum laterum, erit idem angulus & rectus per diffinitionem, & acutus per hypothesim, quod est impoſsibile. si verò extra triangulum cadere putabis eam, sit ipsa a e. erit igitur per 16 primi angulus a c b extrinsecus ad triangulum a e b, quem acutum præbuit hypothesis maior angulo a e c recto per diffinitionē, quod est impoſsibile. quo interempto, relinquetur veritas tertię partis, sicq; totum theorema nostrum veritatem enunciasse monstrauimus.

XXXII.

In omni triangulo ex notis tribus constante lateribus, si una trium perpendicularium data fuerit, reliquæ duæ non latebunt.

Perpendiculares intelligo ductas à verticibus angulorum versus latera ipsis angulis opposita. Sit triangulus a b c, cuius tria latera sint data, producanturq; tres perpendiculares a d, b e, & c g, versus latera subtendentia angulos, à quorum verticibus ducuntur. non refert autem, siue omnes ipse intra triangulum cadant, siue aliqua earū extra, nisi quòd latus versus quam ducitur perpendicularis extra triangulum cadens prolongetur, donec suæ occurrat perpendiculari. Tres autem perpendiculares illæ in eodem puncto se interfecabunt, quod alio in loco demonstratum tradidimus.



Sit itaque data perpendicularis a d, dico, quòd reliquæ duæ dabuntur notæ. Tendamus primum ad inquisitionem perpendicularis b e. Cum igitur duo trianguli a d c & b e c sint æquianguli, quòd angulum c communem habeant, & vtrunq; angulorum apud puncta d & e rectum per diffinitionem anguli recti, & ideo per 32 primi reliquos duos angulos æquales, erit per quartam sexti proportio a c lateris ad latus c b, sicut a d perpendicularis ad perpendicularē b e. tres autem primas harum quatuor quantitatum proportionalium notas obtulit hypothesis, quare per 19. huius quarta videlicet perpendicularis b e scita cōcludetur. Non aliter ad reliquam perpendicularem mensurandam perducemur, quod expectabas ostendendū. Vniuersaliter autem ex hoc trahimus, quòd eandem proportionem habeant quælibet duę perpendiculares, quam sibi conterminalia latera continentia angulum, cui ipsæ perpendiculares opponuntur.

Opus huius ab opere, quod 19 huius tradidit generale, non discrepabit.

XXXIII.

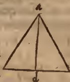
Omnis trianguli æquilateri tres angulos conuincemus esse notos, unde quemlibet eorum acutum esse constabit.

Habet nanq; omnis triangulus æquilaterus tres æquales angulos per quintam primi,

tam primi, qui per 32 eiusdem duobus rectis æquipollent, vnde quilibet eorum tertia pars duorum rectorum angulorum habebitur. Summam aūt duorum rectorum ex 21. & 3. huius notam addiſcemus: quare per ſextam huius quilibet eorum datus exurget, quod cupiebas explanādum. Cum autem ſumma duorum rectorum tripla ſit ad vnumquenque eorum, dupla verò ad rectum vnum, erit per 10. quinti vnuſquiſque eorum minor recto, & ideo per diffinitionem acutus, quod pollicebatur corollarium.

XXXIIII.

Omnis trianguli æquilateri latus perpendiculari ſuę potentialiter ſeſquitertium eſſe. Vnde ex latere noto perpendicularis & econtra noticiam conſequemur.



Ab angulo a trianguli ęquilateri a b c deſcendat perpendicularis a d ad baſim b c cadens per corollarium pręmiſſę & 30. huius intra triangulum a b c. Dico, quòd latus trianguli a b c potentialiter ſeſquitertium ſit perpendiculari a d. Ipſa enim perpendicularis baſim in æquas partitur ſectiones, penultima primi & communibus animi conceptionibus id concludentibus. b c igitur aut a c ſibi æqualis, dupla eſt ad lineam d c: quare per quartam ſecundi, aut 18 ſexti quadratum a c quadruplum erit quadrato d c. penultima autem primi quadratum a c duobus quadratis linearum a d & d c ęquiualere docuit. Duo igitur huiuſmodi quadrata coniuncta quadruplum efficiunt quadrato d c, habent itaque proportionem ad quadratum d c ſicut 4 ad 1: quare diuiſim proportio quadrati a d ad quadratum d c erit, ſicut 3 ad 1, tripla videlicet. erat autem quadratum a c ad quadratum d c quadrupla. maioris itaque harum proportionum denominator eſt 4, minoris verò 3, quare per corollarium 12 huius quadrati a c ad quadratum a d, ſicut 4 ad 3 ſeſquitertia ſcilicet concludetur. potentia igitur lateris a c, quam vocant quadratum eius potentiæ perpendicularis ſeſquitertia conuincitur, quod intendebat propoſitio. Quod autem corollarium huius pollicebatur, ſexta & prima huius enitentur. Nam ſexta huius ex proportione iam data quadrati a c, per primam huius noti ad quadratum a d, ipſum quadratum a d ſuſcitabit notum, cuius demum coſta perpendicularis ſcilicet a d, per ſecundam huius emerget cognita, ſimiliter ex a d perpendiculari data latus a c notum explicabimus. Poteris etiam, ſi libeat, ex latere a c noto per hypoteſim corollarij præſentis, & angulo a c b per præcedentem cognito 28 huius dirigente perpendicularē a d menſurare, & viceuerſa ex perpendiculari data latus reddere cognitum.

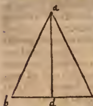
Operatio. Dimidium latus notum in ſe ductum triplabis, triplatique radicem extrahes quadratam, vt libet quàm propinquiſsimè, quam aſſcribes perpendiculari a d. Aut ex quadrato lateris cogniti quartam ſui partem demas, & relicti radicem elicias quadratam propinquam, vt placet, quæ perpendicularem a d notificabit. In exemplo. Sit latus a c 12. & medietas eius 6. quæ ducta in ſe reddunt 36. hæc triplata faciunt 108. quorum radix quadrata propinqua eſt 10 $\frac{391}{1000}$ tantam igitur ferè perpendicularem a d prædicabis. Aut multiplicatis 12. in ſe fiunt 144. quorum quarta pars 36. dempta ex ipſis 144. relinquet 108. quadratum, videlicet perpendicularis a d, cum quo vt antehac operabimur. Quòd ſi ex perpendiculari data libeat elicere latus, perpendicularem in ſe multiplica, productóque tertiam ſui partem adijcias, & reſultabit numerus quadrato lateris deputandus, cuius radix propinqua latus ipſum manifeſtabit, Vt ſi perpendicularis fuerit 6, multiplico 6 in ſe, fiunt 36,

quorum tertia pars est 12. hæc adiecta, congregabit 48, quorum radix quadrata ad propinquum est 6 $\frac{116}{125}$ & tantum habebitur ad propinquum latus a c. Iuberis autem quærere radicem quadratam ad propinquum: nam si latus ipsum posueris notum secundum numerum quemcunque, impossibile est perpendicularem præcisè notam fieri, latus enim & perpendicularis potentia tantùm communicantes sunt: quoniam quadrata sua sunt in proportione numerorum non quadratorum, quemadmodum in præsenti didicimus theoremate. similiter si perpendicularis supponatur nota, non erit vnquam latus trianguli æquilateri cognitum præcisè. Nunc ad triangulos æquicrures descendamus.

XXXV.

Quocunque angulorum trianguli æquicruris cognito, reliquos datum iri. Cum quo declarabitur, utrunque angulorum, quos basis sustentat, acutum esse.

Trianguli a b c, duo latera a b & a c æqualia habentis, angulus b sit cognitus. Dico, quòd reliqui duo non venient. Est enim per quintam primi angulus c æqualis angulo b, propter latera a b & a c æqualia: quare & ipse notus, & ideo per 25. huius, tertius reliquus angulus b a c innotescet. Non aliter procedemus, si quis angulum c notum obtulerit. Quòd si angulus a detur, erit per 4. huius, residuum duorum rectorum cognitum, quod est aggregatum ex duobus angulis b & c æqualibus, & ideo per sextam huiusmodi vterque eorum datus, cum sit medietas huius aggregati. Vnicus igitur angulus quilibet trianguli æquicrurij cognitus socios suscitabit suos, quod expectabatur ostendendum. Cum autem duo recti ad vnum rectum se habeant, sicut aggregatum ex duobus angulis b & c ad vtrunque eorum, est enim vtrobique dupla proportio, duo autem recti maiores sunt duobus angulis b & c collectis per 17. primi, erit quoque per 14. quinti, vnus rectus maior vtroque angulorum b & c. per diffinitionem igitur anguli acuti vterque eorum acutus habebitur, quod enunciabat corollarium.



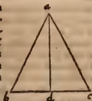
Operationem accipe. Si alter duorum æqualium, qui basi insident, angulorum notus præbeatur, erit & reliquus secundum eundem numerum notus, hunc numerum duplabis, & duplum subtrahes à numero duorum rectorum: qui enim relinquitur numerus, angulo, quem basis respicit, deputabitur. Si verò angulus, quem duo æqualia ambiunt latera, notus offeratur, numerum eius à numero duorum rectorum minues: nam relicti numeri medietas vtrunque æqualium angulorum patefaciet. In exemplo: Sit angulus b 30 graduum, erit autem & angulus c sibi æqualis 30. hi collecti, reddunt 60. qui sublati ex 180. numero duorum rectorum vsitato, relinquunt 120. & tantus erit angulus a. Sed ponatur angulus a 150. minuo 150. ex 180. valore scilicet duorum rectorum relinquuntur 30. quorum medietas 15 vtrunque angulorum b & c cognitum efficit.

XXXVI.

Perpendicularem duobus trianguli æquicrurij notis lateribus conterminalem, cui basis nota per medium diuisa substernitur, faciliter indagare.

Sit triang

Sit triangulus æquicrurius a b c, cuius basis b c data sit, lateraque a b & a c cognita, à quorum communi puncto a ad basim b c descendat perpendicularis a d, cadens intra triangulum, quemadmodum ex præcedenti & 30. huius concluditur. Dico, quòd ipsa perpendicularis a d nota veniet. Quoniam enim vterque angulorum supra basim apud punctum d rectus est, erit per penultimam primi tam quadratum lineæ a b æquale duobus quadratis linearum a d & d b, quàm quadratum a c duobus quadratis linearum a d & d b. sunt autem duo quadrata linearum a b & a c æqualia propter costas suas æquales, quare & aggregatum ex duobus quadratis a d & d b æquale aggregato ex duobus quadratis a d & d c. dempto igitur communi quadrato a d, relinquetur quadratum b d æquale quadrato d c, vnde & linea d b æqualis lineæ d c concluditur. cumque tota b c nota sit ex hypothesi, erit per sextam huius vtraque linearum d b & d c nota, sunt enim eius medietates. quadratum itaque lineæ d c per primam huius notum habebitur, sed & quadratum a c per eandem iuuante hypothesi notū est, à quo cum superet quadratum d c in quadrato a d per penultimam primi, si quadratum d c notum abstraxeris, relinquetur per quartam huius quadratum perpendicularis a d notū, & ideo per secundam huius ipsa perpendicularis a d cognita. quod placuit attingere.

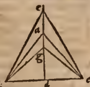


Opus. Quadratum dimidiæ basis ex quadrato lateris minuas, relicti enim radix quadrata perpendicularē manifestabit. Vt si basis b c fuerit 10. & utrunque laterum a b & a c 13. quadrabo medietatem basis, quę est 5. exurgunt 25. item quadrabo numerum lateris scilicet 13. producūtur 169. à quibus postquàm 25 dempsero, relinquentur 144. pro quadrato perpendicularis a d, quorum radicem quadratam 12 perpendicularis sibi vendicabit.

XXXVII.

Quales habeat angulos æquicrurius triangulus, ex cognitis lateribus & basi faciliter indagare.

Qualitatem anguli dicimus rectitudinem, acutiem, & obtusitatem. Duobus ad hoc iudicijs perducemur, quorum vnum accipitur ex perpendiculari ad basim demissa & basi, aliud verò ex latere & basi. Nam si perpendicularis dimidiæ basi fuerit æqualis, angulus, cui basis opponitur, rectus erit, si verò minor fuerit medietate basis obtusus, & si maior acutus, quorum demonstrationem breuiter afferemus. Sit enim in triāgulo æquicrurio a b c perpendicularis a d æqualis medietati basis d c, erit itaque ex processu 23 huius bis assumpto vterque angulorum d a c, & d a b medietas recti, totus igitur angulus b a c rectus habebitur. Si autem a d perpendicularis minor fuerit medietate basis b c, prolongetur d a in e, donec d e fiet æqualis lineæ d c, ductis lineis e b & e c nouum æquicrurium triangulum claudentibus per 4 primi, cuius angulus b e c ex recitato processu rectus declarabitur. vnde & per 21 primi angulus b a c maior eo, & ideo obtusus enunciabitur. Sed si perpendicularis a d maior fuerit medietate basis d c, abscindatur ex ea d g ęqualis d c, extensisque lineis b g & g c, probabitur vt prius angulus b g c rectus, qui per 21 primi maior est angulo b a c, angulum itaque b a c minorem esse recto, & ideo acutum nemo dubitabit.



Aliud verò indicium apparebit hoc pacto, Si latus medietati basis poten-

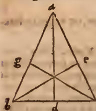
tialiter duplum occurrat, rectus prædicabitur, quem basis subtendit angulus. si verò potentialiter minus quàm duplum obtusus, & si maius quàm duplum acutus, quod sic constabit. Nam si quadratum lateris, quod suam dicimus potentiam, duplum fuerit quadrato dimidiæ basis, cum ipsum æquipolleat per penultimam primi duobus quadratis ipsius, scilicet perpendicularis & dimidiæ basis, planum erit quadratum perpendicularis æquari quadrato dimidiæ basis, & ideo perpendicularem dimidiæ basi. ad prius igitur explanata si refugerimus constabit angulum b a c esse rectũ. Si verò quadratũ lateris a b minus fuerit, quàm duplum quadrati dimidiæ basis, erit & aggregatum ex duobus quadratis linearum a d & d b per penultimam primi minus, quàm duplum quadrati b d. vnde quadratum a d minus oportebit esse quadrato b d, & ideo costam huius lineam, scilicet a d minorem costa illius b d, ex prędictis ergo angulum b a c obtusum esse non ignorabimus. Quòd si quadratum a b maius fuerit duplo quadrati b d, concludemus vt nunnunc fecimus lineam a d longiorem linea b d. quamobrem ex supra memoratis in primo indicio angulus b a c acutus explorabitur. Qualis itaq; sit angulus, quem basis subtendit, gemino monstrauimus indicio. vtrunq; autem reliquorum, quos dicta sustentat basis, acutum esse docuit corollarium 34 huius.

Opus verò posteaquàm ex præcedenti perpendicularem didiceris, ex processu huius facilè comparabis.

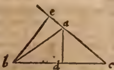
XXXVIII.

Trianguli æquicrurij siue latus quodcunq; dederis, siue perpendicularem cum uno angulorum, & reliqua latera & perpendiculares mensurabuntur.

Sit triangulus æquicrurius a b c, cuius vnum latus quodcunq; sit notũ cum vno angulorum eius. Dico, quòd reliqua duo latera nota fient cum perpendicularibus. Detur enim primò alterum duorum laterum & sit a c, demissaq; perpendiculari a d ad basim b c, erit triangulus a d c rectangulus, cuius angulus c acutus ex corollario 34 huius notus habebitur, siue per hypothesim solam, siue per hypothesim & 34 huius, quare per 28 huius latere a c noto existente, tam linea a d perpendicularis, quàm d c notæ occurrent, duplicata autem d c nota proueniet basis b c data. latus autem a b cum sit æquale lateri a c, nemini erit ignotum. Sic igitur & latera reliqua & perpendicularem vnam mensi sumus.



Quòd si detur basis b c cum aliquo angulorũ, erit & eius medietas d c data, habebitq; triangulus a d c rectangulus notum latus d c, & angulum c acutum cognitũ, quare per 29 huius reliqua eius duo latera non ignorabuntur, quorum vnum est perpendicularis a d quæsita, reliquum verò etiam triangulo ęquicrurio proposito cõmune est. Perpendicularem autem b e aut c g basi conterminalem, ex 32 huius perpendiculari a d nota existente, faciliter addiscemus. Postremò ex perpendiculari nobis data, cũ angulo quocunque reliqua scibilia depromemus. Detur enim primò perpendicularis a d basi insistens, qua intra triangulum cadet, vt supra confirmauimus, oportet autem & angulum c acutum esse notum, siue per hypothesim solam, siue per hypothesim & 35 huius. Triangulus itaq; a d c rectangulus, cum & latus a d notum habeat, & angulum c datum, reliqua sua latera a c & d c, per 29 huius adducet cognita, cumq; d c sit medietas basis, tota quoq; basis b c trianguli propositi non erit ignota. est autem a b æqualis ipsi a c, notæ igitur venerũt omnes

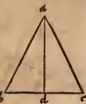


omnes lineę trianguli propositi, perpendicularem autem b e aut c g, 32 huius afferet cognitam. Sed si detur angulus quicunque cum altera perpendicularium b e & c g, habebit triangulus b e c latus b c cognitum cum angulo acuto c, & ideo per 29 huius b c linea dabitur cum eius medietate d c. Iterum ergo triangulus a d c rectangulus, notum latus d c habens cum angulo c, latus suũ a d, perpendicularem scilicet trianguli æquicrurij propositi cum latere a c per 29 huius manifestabit. Vna igitur ex lineis memoratis quæcunque cum vnico angulo quicquid in triangulo æquicrurio inquiri solet, apertum efficiet, quod libuit absoluere.

Opus autem huius, ne diutius æquo detinearis, missum facimus, quod quidem haud difficulter colligemus, si ad 29 & 32 huius confugerimus.

XXXIX.

Lateribus trianguli æquicrurij cum basi cognitis, omnes ipsius angulos manifestare.

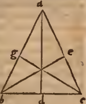


Triangulus a b c æquicrurius duo latera a b & a c nota habeat cum basi b c. Dico, quòd omnes eius anguli noti fient. Demissa enim ad d basim perpendiculari a d, erit d c nota, cum sit medietas basis, vt suprà commemorauimus. duo igitur latera a c & d c trianguli, a d c rectanguli nota sunt, quare per 27 huius angulus eius c, qui & triangulo a b c communis est, notus comprehenditur. vnde & per 35 huius reliqui anguli trianguli a b c propositi nõ latebunt, quod censebam demonstratũ iri.

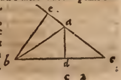
Operationes autem 27 & 35 huius, si commisceas opus theorematis præsentis facilè conflabis.

XL.

Si perpendicularem trianguli æquicrurij datam habueris, ex basi nota latus, aut econtrà ex latere noto basim elicies.



Sit triangulus æquicrurius a b c, cuius altera perpendicularium a d & b e, vel g data sit. Dico, quòd si etiam basis b c nota fuerit, latus a c cognitum erit, & econtra, si latus a c vel a b notum fuerit, basis ipsa non ignorabitur. Sit enim primò perpendicularis a d nota cum basi b c, erit itaque & d c medietas basis cognita, quare per 26 huius a c nota dabitur. Si verò a c latus offeratur notũ, erit per allegatam 26 huius linea d c nota, quę cum sit medietas basis, duplata basim ipsam cõstituet. Sit deinceps perpendicularis b e vel c g nota cum basi b c, siue intra siue extra triangulum cadat. duobus itaque triãgulis rectangulis b e c & a d c, angulus c communis erit, quare per 32 primi æquianguli concludentur, & ideo per quartam sexti erit proportio e c ad c d, sicut b c ad c a. tres autem primæ harum linearum proportionaliũ notæ sunt, e c quidem ex hypothesi & 26 huius, b c ex hypothesi, & d c medietas ipsius b c. quare per 19 huius a c quarta nota veniet, scilicet latus trianguli æquicrurij quæsitum. Si verò perpendicularem b e datam habueris cum latere a b, erit per 26 huius a e nota,



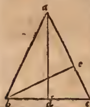
est autem ex diffinitione æquicrurij trianguli a c æqualis ipsi a b, quare & a c nota, & per tertiam aut quartam huius e c cognita. duobus itaque lateribus b e & e c trianguli b e c rectanguli notis existentibus, erit per 26 huius linea b c nota, basis scilicet trianguli nostri. Quo autem pacto perpendicularis vna reliquam suscitare soleat, superius explanatum est.

In operatione huius non morabimur, quam quidem ex operibus prællegatarum propositionum faciliter conflabimus.

XLI.

Vno duntaxat angulo trianguli æquicrurij cognito, utrunque latus ad basim & perpendiculares, notas habebit proportiones.

Sit triangulus æquicrurius a b c, vnum habens notum angulum quemcunque cuius duæ perpendiculares sint a d & b e. Dico, quòd proportio a c lateris ad basim b c, & ambas perpendiculares nota fiet. Erit enim triangulus a d c rectangulus, notum habens c angulum acutum ex hypothesi sola, aut ex hypothesi & 35 huius, quare per 30 huius proportio a c ad a d perpendicularem nota erit, sed & eiusdem a c ad lineam d c ex eadem 30 proportio non ignorabitur. cumque proportio d c ad c b sit nota, est enim vt medietatis ad totum, erit per 12 huius proportio a c ad basim b c cognita. Sic quo pacto notæ fiant proportiones lateris a c ad perpendicularem a d & basim b c iam explanauimus. Rursus triangulo a b e rectangulo angulum a notum habente, aut per hypothesim solam, aut per hypothesim & 35 huius, erit per 30 huius proportio a b lateris ad perpendicularem b e nota. quicquid autem de altero laterū a b & a c prædicamus, & de reliquo cum sint æqualia enunciatū intelligemus, verum igitur est, quod theorema proposuit.



Operari aūt, si voles, propositiones theorema nostrū confirmantes repetito.

In tertio demum triangulorum genere ludendum censeo.

Tria superius triangulorum diffiniuimus genera, quorum primo ab æqualitate laterum sumenti originem modicū accidit varietatis, in eis quas Mathematici scrutantur rebus. in secundo autem magis varia est scibilium inquisitio, quòd ipsum ab vnitate simplicitateque laterum recedat. tertiū verò genus, quo amplius à primo distat genere, eo difficilius se offert. In primo præterea genere, omnes anguli, non quidem ad spontaneam positionem tuam, sed necessitate cogniti sunt, vnumquenque enim eorum tertiam partem duorum rectorum demonstrauimus, vno autem latere quolibet dato, reliqua duo non latebunt, quòd ipsa dato lateri sint æqualia. Secundum verò triangulorum genus angulos suos non præbet cognitos, nisi aliquid ex angulis suis aut lineis præcognitum habeatur, quod & in lateribus mensurandis euenire compertum est. Tertij autem generis tanta tamque varia est intricatio, vt nō satis sit vnum angulum cum vno latere præsciuisse ad reliqua cognoscenda, aut duo eius latera tantùm verùm vt latera & angulos metiamur vniuersos, aut tria latera præscienda sunt, ad tres angulos reperiendos, aut duo latera cum vno angulo, aut duo anguli cum vno latere. duobus enim angulis datis, tametsi tertius extemplò notus reddatur per 25 huius, non tamen latera nota veniunt, verùm proportiones ipsorum laterum duntaxat, quemadmodum infrà docebimus, notas fieri oportet. Postremò in his triangulis absque notitia duorum casuum aut alterius eorum, quos perpendicularis ex ipsa basi separat, nihil efficiet Geometra, quæ

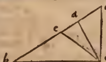
quidem

quidem perpendicularis diuersimode cadere solita, nunc intra nūc extra triangulum, vt supra tetigimus, multiuariam ignotorum faciet inquisitionem. Principio igitur explorandum arbitror, quales sint vniuersi anguli, quos habet propositus nobis triangulus trium datorum laterum, vnde perpendicularis quælibet quo pacto casura sit, dirigente 32. huius callebimus, cuius demum perpendicularis quantitatem metiri non prorsus inutile videbitur.

XLII.

Triangulus notorum trium laterum, qualem quemuis angulum habeat percontari.

Sit triangulus a b c trium inæqualium, & notorum inter se laterum, cuius quales sint anguli experiundum est. Faciamus primò periculum de angulo a. dico autem, quòd si quadratum lateris b c, ipsum angulum a subtendentis, æquale fuerit duobus quadratis laterum a b & a c, quæ dictum ambiunt angulum, rectus erit angulus ille. si verò minus illis quadratis, erit acutus, & si maius, obtusus, quæ sic constabunt. Si enim quadratum b c æquale reperiatur duobus quadratis a b & a c, erit per vltimam primi angulus a rectus. certum est igitur primum indicium. Si verò quadratum b c minus fuerit quadratis a b & a c, non potest angulus a esse rectus, neq; obtusus, eo nanq; recto existente, quadratum b c duobus quadratis a b & a c per penultimam primi æquabitur, quod est contrarium posito. Sed non obtusus, sic enim per 12. secundi quadratum b c maius duobus quadratis a b & a c habetur, quod cum repugnet posito, relinquitur angulum a esse acutum, & ita secundum firmauimus indicium. Quòd si quadratum b c maius fuerit quadratis a b & a c, non poterit angulus a esse rectus neq; acutus: nam si alterum illorum dixeris, erit quadratum b c, aut æquale duobus quadratis a b & a c per penultimam primi, aut minus eis per 13. secundi, neutrum autem horum cum posito stabit: cui igitur dubium erit angulum a obtusum esse? Ad reliquos demū angulos quales sint, simili perducemur examine.



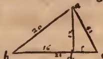
Operationem ex processu iam facto non potes non cōprehendere. In exemplo. Sit latus a b 7, latus b c 9, & latus a c 12, volo scire qualis sit angulus a, quadrabo singula latera, quadratum de 7 est 49. quadratum de 9 est 81, quadratum verò de 12 est 144. colligo duo quadrata 49 & 144. resultant 193. cum itaq; quadratum de 9, quod est 81, sit minus quàm 193. pronuncio angulum a esse acutum. Ita in cæteris.

XLIII.

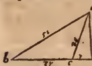
Datis tribus lateribus trianguli, duos casus, quos perpendicularis à puncto angulari ad basim descendens, ex ipsa distinguit basi, comperire.

Perpendicularis intra triangulum manens, duos casus profectò distinguet ex ipsa basi. quæ verò cum altero laterum coincidit, vnum duntaxat casum habebit. perpendiculari autem extra triangulum cadente, casus huiusmodi non sunt portiones basis, verùm basis est pars alterius eorum. Sanè igitur intelligenda erat diffinitio casus ab initio posita. vocabulo enim basis, basim simpliciter dictam, & basim quantum oportet prolongatam significauimus. Cognitio autem casuum dictorum, aut alterius eorum, necessaria est ad perpendicularem trianguli tria latera nota habentis cognoscendam, per quam denique perpendicularem anguli quæri solent, Cum autem de his, quæ in triangulis rectangu-

lis quæri solent, superiori loco satis dixisse videamur, ad triangulos non rectangulos præcepta futura sonabunt potissimum, licet quædam ad rectangulos etiam applicari possit. Ex puncto igitur a trianguli a b c tria latera habentis nota versus lineam b c procedat perpendicularis a d, distinguens ex basi duos casus b d & d c, dico quòd illi duo casus noti venient. Qua nanque lege siue intra siue extra triangulum cadat huiusmodi perpendicularis præcedens & 31 huius indicabunt. Cadat itaque primo intra triangulum duobus angulis b & c acutis existentibus. argumento igitur 13. secundi quadratum lateris a b superabitur à duobus quadratis linearum



a c & c b in eo, quod fit ex b c in c d bis. cumque tam quadratum a b notum sit ex hypothesi & prima huius, quàm aggregatum ex quadratis a c & b c ex hypothesi, prima & tertia huius, erit per quartam huius, quod fit ex b c in c d bis notum, & eius dimidium, quod fit ex b c in c d notum. est autem latus b c notum ex hypothesi, quare per 17. huius linea c d nota veniet, alter videlicet duorum casuum, quo dempto ex linea b c nota per hypothesim, reliquus casus b d innotescet. Quòd si alter angulorum b & c obtusum se præbeat, perpendicularis a d triãguli aream transiliet, ad partem quidem anguli obtusi, qui verbi gratia sit c, erit igitur per 12. secundi quadratum lateris a b maius duobus quadratis linearum a c & c b in eo, quod fit ex b c in c d bis. Ex prius igitur adductis locis (vt breuis sim) excessus ille notus erit, scilicet, quod fit ex b c in c d bis, & eius dimidium quod ex b c in c d. cumque b c nota sit ex hypothesi, erit per 17 huius & c d nota, sic minorem duorum casuum notũ enisi sumus, cui si basim b c notam adieceris, resultabit casus maior b d notus, quæ fuere luc ubranda.

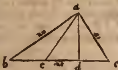


Operatio varia processum huiusmodi consequitur. Nam si vterque angulorum, quos basis sustinet, acutus fuerit, deme quadratum lateris vni eorum oppositi ex aggregato duorũ quadratorum reliqui scilicet lateris & ipsius basis, quodque relinquitur, dimidiatum in basim partiaris, exibit enim casus, qui est apud angulum acutum prædictum, quem ex basi minuendo reliquum habebis casum. In exemplo. Ponat quis mihi latus a b 20 pedum, b c 21. & a c 13. monitu præcedentis vtrunque angulorum b & c acutum esse conijcio. quadrabo igitur a b, fiunt 400. quadratum autem a c, quod est 169. coniungam quadrato b c, quod est 441. & resultabunt 610. à quibus demo quadratum a b, manent 210. quorum dimidium 105. diuido per 21 exeunt 5. & tantus est casus d c, aufero 5 ex 21 numero basis, manent 16 pro casu reliquo. Quòd si alter angulorum prædictorum obtusus extiterit, à quadrato lateris obtusum subtendentis angulum subtrahe aggregatum quadratorum reliqui lateris & basis ipsius, quodque remanebit, dimidiatum per basim partire, exibit enim casus minor, cui postea quam basim adijciemus, emerget casus maior. Ponatur in exemplo a b 51. b c 38. & a c 25. erit igitur angulus c obtusus, quadrabo a b, venient 2601. quadrabo b c, exurgunt 1444. item quadratum a c est 625. colligo duo quadrata b c & c a, resultant 2069. quæ dempta ex quadrato a b, relinquunt 532. quorum dimidiũ 266 diuido per b c scilicet 38. exeunt 7. & tanta est linea c d, casus videlicet minor, cui adiungo basim 38. congregantur 45 pro casu maiore.

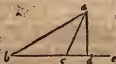
XLIIII.

Quod præcedens docuit, alio tramite inuestigare.

Trianguli a b c tria latera supponantur nota, a b quidem longius latere a c, perpendicularis autem a d cadat intra triangulum super basim b c, erit itaque casus b d maior casu d c ex hypothesi, penultima primi & communi animi conceptione, sit igitur e d æqualis ipsi d c ducta linea a e. Cum aũt per penultimam primi quadratum a b æquipolleat duobus quadratis a d & d b, quadratum verò a c duobus quadratis a d & d c, quadrato perpendicularis a d communi ablato, erit per cõmunem scientiam differentia quadratorum b d & d c æqualis differentiæ quadratorũ a b & a c. duo aũt quadrata linearũ a b & a c nota per hypothesim, ex quarta



huius notam habebunt differentiam, quare & differentia quadratorũ b d & d c nõ ignorabitur, sed per sextam secundi quadratum b d æquatur ei, quod fit ex e b in b c cum quadrato e d. differentia igitur quadratorũ b d & e d siue d c est id, quod fit ex e b in b c, erat autem hæc differẽtia nota, quare quod fit ex e b in totam b c notum declarabitur. cumque ipsam b c notam attulerit hypothesis, erit per 17 huius ipsa b e nota, quam basi b c cognita dementes, lineam e c relinquemus cognitam & eius medietatem d c, quæ est casus minor. huic cum sit æqualis lineæ e d, si adiecerimus b e prius notam, casum maiorem b d scitum reddemus. Quòd si perpendicularis aream trianguli egrediatur, continuata basi b c, donec concurret cum perpendiculari in puncto d, ponatur ipsi c d æqualis d e. pristino igitur fretus argumento, confiteberis differentiam quadratorum a b & a c æqualem esse differentiæ quadratorum b d & d c, quam quidem differentiam hypothesis, prima & quarta huius latẽre non sinunt. quadratum autem b d superat quadratum c d, per 6 secundi in eo, quod fit ex c b in totam b e. quod igitur fit ex c b in totam b e, notum habebitur, est autem ipsa b c data per hypothesim, quare per 17 huius tota b e cognoscetur, ex qua si dempseris basim b c datam, residua c e nota videbitur, cum eius medietate c d. casum itaque c d minorem enisi sumus, cui si basim adiunxeris datam, casus maior b d mensuratus emerget, quod decuit explanare.

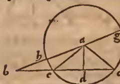


Operatio. Subtrahe quadratũ lateris minoris à quadrato maioris, relictoque diuiso per basim, quod exibit ab ipsa basis minuas, si perpẽdicularis intra triangulum ceciderit, aut ab eo quod exibit basim demas, si extra ceciderit, eius aũt quod relinquitur dimidiũ, pro casu minori teneto, cui si id, quod ex diuisione elicitũ est, sociaueris, casum maiorẽ congregabis, perpendiculari quidem intra triangulũ cadente. sed si extra ceciderit, casum minorem cum basi summabis, resultabit enim casus maior quæsitus. In exemplo. Sit latus a b. 20. a c 13. & basis b c 21. quadratũ de 13 est 169. quadratũ de 20 est 400. subtraho 169 à 400. manent 231. quæ diuido per 21 exeunt 11. hæc sublata ex 21 relinquunt 10, medietas de 10 est 5. tantumque minorem pronuncio casum, cui adiectis 11 colligo 16 pro casu maiori, hæc dum perpendicularis intra. Sed extra offeratur latus a b 51. a c 25. & basis b c 38. quæ quidem perpendicularem extra triangulum cadere significant. subtraho quadratum de 25 quod est 625 ex quadrato de 51, scilicet 2601 manent 1976 quæ diuisa per 38 eliciunt 52, à quibus demo 38 manent 14, quorum medietatem scilicet 7 casui minori deputabo, colligo 7 & 38, resultant 45, tantum igitur maiorem enunciabo casum. Quod sub differentia laterum & congerie cõmuni cõtinetur, æquum est ei, quod sub differentia casuũ atque congerie eorum, scilicet ipsa basi continetur rectangulũ,

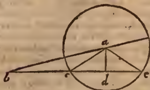
XLV.

Huiusmodi casus per alia media numerare.

Sit triangulus a b c non rectangulus trium notorum laterum inæqualium, à cuius puncto angulari a demittatur perpendicularis a d supra basim b c trianguli superficiem non transgrediens, quæ ex basi b c duos separet casus b d & d c, quorum alterum altero maiorem esse in præcedenti conclusimus, propter inæqualitatem laterum a b & a c. hos casus mensurandos præstolamur. Super puncto a tanquam centro secundum quantitatem lateris minoris a c describo circulum h e c, cuius circumferentia necessariò secabit & basim b c & latus a b, quòd a c linea longior sit perpendiculari a d, breuior autem latere a b: secet itaque basim b c in puncto e, quo cum centro circuli copulabo per lineam e a, lineam verò a b secet in puncto h.



extendam deinceps b a vltra centrum circuli, donec occurret circumferentiæ eius in puncto g: erit igitur linea e d per tertiam tertij æqualis d c casui minori, & ideo linea b e est differentia casuũ. Quoniam autem à puncto b extra circulum signato, duæ lineæ b g & b c productæ circulum secent, erit per 35 tertij, quod fit ex g b in b h æquale ei, quod ex c b in b e, sed quod fit ex g b in b h, notum est per 16 huius, linea enim g b nota est, cum sit æqualis duobus trianguli lateribus a b & a c per hypothesim datis. sed & b h differentia scilicet duorum laterum scita est per hypothesim & quartam huius. quare & quod sub c b & b notum habebitur, cumq; lineam b c notam subiecerit hypothesis, erit per 17 huius linea b e nota, differentia scilicet casuum, qua dempta ex basi b c nota, relinquetur linea e c cognita, cuius medietas d c est casus minor. Item casui dicto minori lineam b e notam adijcias, & prodibit casus maior. Si verò perpendicularis extra triangulum ceciderit descripto circulo super capite ipsius perpendicularis secundum quantitatem lateris minoris, continuetur latus longius vltra centrum circuli, donec obuiabit circumferentiæ circuli in puncto g, quemadmodum supra fecimus. Extendatur deniq; basis, vt in ea residere possit perpendicularis demissa, conueniantq; perpendicularis ipsa & basis prolongata in puncto d, non tamen ibi sistat, sed procedat quousq; offendet circuli circumferentiam in puncto e, ducta semidiametro a e. pristino igitur freti syllogismo declarabimus quod fit ex e b in b c notum. cumq; ex hypothesi notam habeamus basim b c, erit per 17 huius linea e b (summa videlicet duorum casuum) nota. dempta ergo basi b c nota per hypothesim ex b e iam inuenta, residua c e non erit ignota. & eius medietas c d, casus scilicet minor. Item si basim b c casui minori iam noto adiunxerimus, casus maior b d notus conflabitur, quæ fuêre depromenda.



Operatio. Aggregatum ex duobus lateribus per differentiam eorum multiplica, productoq; per basim diuiso, quod exibit à basi subtrahas perpendiculari intra triangulum cadente, aut basim ex eo, quod diuisione facta elicitur, minuas. residui enim dimidium erit casus minor quæsitus, cui si id quod ex diuisione elicitum est, addideris perpendiculari intra cadente, aut ei basim adieceris,

adieceris, si extra ceciderit perpendicularis, casum maiorem constitues. Verbi gratia. Sit latus a b 25. a c 17. & basis b c 28. congregabo 25 & 17, resultabūt 42. differentia duorum laterum est 8. multiplico igitur 42 per 8, producuntur 336. quae diuido per 28. numerum scilicet basis, exeunt 12. subtraho 12. ex 28, manent 16. quorum medietas est 8. Casus ergo minor erit 8. Item addo 12. ad 8. veniunt 20. & tantus habebitur casus maior. In hoc exemplo oportuit perpendicularem cadere intra triangulum. Sed offeratur mihi latus a b maius 20. a c 13. & basis 11. quo fit, vt perpendicularis a d triangulum egrediatur. Summa duorum laterum est 33. differentia eorum est 7. multiplico 33. per 7. producuntur 231. quae diuido per 11. numerum scilicet basis, exeunt 21. a quibus minuo 11. manēt 10. medietas de 10 est 5. tantusq; numerabitur casus minor. Item congregabo numerum basis 11. cum casu minori 5. redduntur 16. pro casu maiori. Triplicem igitur huiusmodi casus metiendi artem absoluimus. Nunc quid vtilitatis ipsi afferant paucis lucubrabimus.

XLVI.

Perpendicularem à quouis puncto angulari ad oppositum sibi latus protensam ex notis tribus trianguli lateribus reddere mensuratā.



Sit triangulus a b c, ex cuius puncto angulari a descendat perpendicularis a d ad basim b c, si intra triangulum ceciderit, aut ipsi basi quantum oportet continuatē occurrens, si extra triangulum prosiliet. Dico, quòd ipsa perpendicularis a d nota veniet. Nam huiusmodi perpendiculari descendente concludentur duo trianguli rectanguli, latus cōmune habentes, ipsam scilicet perpendicularem, quorum sinister sinistrum trianguli propositi latus, & casum sinistrum pro lateribus duobus reliquis accipit, dexter autem latus dextrū cum casu dextro, quemadmodum in figura apparet. per 26 igitur huius, quae ex penultima primi pendet, perpendicularis a d nota veniet, latere a b noto existente per hypothesim, casu autem b d per quamlibet trium praemissarum. Idem efficies si triangulo a d c rectangulo vsus fueris.

Opus breue. Quadratum alterius duorum casuum ex quadrato lateris sibi conterminalis minue, relicti enim radix quadrata perpendicularem quaesitam manifestabit.

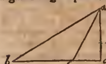
XLVII.

Si quis trianguli tria latera habuerit cognita, trium eius angulorum addiscet quantitates.

De triangulis non rectangulis sermo futurus habebitur, de rectangulis enim superius satis dixisse videmur. Sint itaq; trianguli a b c tria latera nota, dico, quòd tres eius anguli non latebunt. Demittatur enim ex puncto a ad basim b c perpendicularis a d, quae cadátne intra triangulum an extra superiores docuerunt. Cadat primò intra triangulum, erit autem ipsa nota per praemissam. triangulus igitur a d c rectangulus duo latera a d & a c nota habens, per 27. huius, angulos suos acutos manifestabit. Similiter triangulus rectangulus a b d notos habebit acutos angulos. duobus autē angulis b & c cognitis, qui triāgulis dictis rectangulis & proposito nostro triangulo a b c cōmunes sunt,



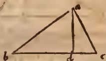
tertius angulus b a c per 25 huius nō ignorabitur. omnes ergo angulos trianguli a b c notos effecimus. Cadat demū perpendicularis a d extra triangulū, argumētis igitur pristinis duo anguli a b d & a c d noti declarabuntur. cumq ex 13 primi duo anguli a c d & a c b duos rectos notos, per 21 & 3 huius valeant, erit per 4 huius & angulus a c b cognitus, vnde per 25. huius angulus b a c non ignorabitur. Poteris autem hæc breuius concludere, si loco perpendicularis duos casus acceperis. Nam propter duo latera a b & b d nota ex hypotheſi, & aliqua trium concluſionum, quas de caſibus numerandis tradidimus, per 27 huius notus erit angulus b, ſimiliter propter latus a c notum ex hypotheſi, & caſum d c ſuperius numeratum, angulus c patefiet, duo aūt anguli b & c cogniti, ſocium ſuum angulum a per 25 huius ſuſcitabunt.



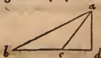
Ne autem æquo diutius obtundaris, operationem duabus ex rebus colliges: nam perpendicularem ex præmiſſa, aut vtrunque duorum caſuum ex aliqua trium præcedentium numerabis. angulos autem triangulorum partialium rectangulorum, qui & triangulo propoſito communes habentur, 27 huius non ſinet ignotos, qui tandem 25 huius dirigente, tertium angulum elicient menſuratum.

XLVIII.

Duobus trianguli notis angulis, laterum proportiones inuicem cognitum iri.



Trianguli a b c duos angulos ſupponamus datos. Dico, quòd quorumlibet duorum laterū proportio nota videbitur. A communi enim termino duorum laterum, quorum proportionem eniti voles, demitte perpendicularem verſus reliquum latus, quæ cadátne intra an extra triangulum ex angulis, quos baſis ſuſtentat, facilè doceberis, illud autem proceſſum noſtrum non variabit, erit enim trianguli partialis a b d rectanguli angulus b notus ex hypotheſi, iuuante 25 huius, ſi opus fuerit, quare per 30 huius proportio a b ad a d nota accipietur. ſimili argumento proportio a c lateris ad eandem perpendicularem nota declarabitur. vtroq igitur laterum a b & a c ad perpendicularem a d proportionem habente, erit per 12. huius, eorum inter ſe proportio nota. Similiter procedemus circa duo latera quæcunque elegerimus, quod erat abſoluendum.



Operationi autem immorari non eſt conſilium: ipſam enim ex operibus allegatorum theorematum facilè comparabimus.

XLIX.

Si duo latera trianguli data notum ambiant angulum, reliquos angulos, reſiduumq latus dimetiri.

Sint duo latera a b & b c trianguli a b c nota cum angulo, quem ambiunt a b c. Dico, quòd latus a c notum erit, cum duobus angulis reliquis. Demittam enim à vertice anguli ignoti perpendicularem ad latus ſibi oppoſitum, quæ verbi gratia ſit a d. nondum autem ex hypotheſi noſtra ſcire poterimus, cadátne perpendicularis illa intra triangulum an extra, hoc enim non ſtatim conſequitur noticiam anguli, quem duo data ambiunt latera, nihilominus metam attingemus cupitam, & qua lege perpendicularis ipſa incedat explorabimus.

explorabimus. Cum igitur triangulus a b d rectangulus angulum b acutum habeat datum ex hypothesi cum latere a b, erit per 29 huius vtraque linearum a d & b d cognita respectu lateris a b. si itaque b d iam inuenta per syllogismum minor reperietur basi b c nota per hypothesim, perpendicularem intra triangulum cadere nemo dubitabit. si verò maior fuerit basi b c, cadet extra, & si æqualis, coincidet perpendicularis a d cum latere a c, eritque propter hoc triangulus a b c rectangulus. Sit ergo b d casus primo minor basi b c data, quo ablato ex b c nota, relinquetur per 4 huius linea d c cognita. cumque iampridem a d perpendicularem notam concluserimus, habebit triangulus a d c rectangulus duo latera a d & d c nota, quare per 26 huius latus eius a c notum elicietur, quod & triangulo nostro commune est, sed & angulus eius acutus a c d argumento 27 huius inuenietur. duobus autem angulis b & c cognitis, tertius angulus a per 25 huius latere non poterit. Quòd si linea b d maior occurrat basi b c, dempta ipsa basi nota per hypothesim ex linea b d inuenta per argumentationem, manebit c d nota, deinde vt prius linea a c nota prodibit cum angulo a c d, quem si ex duobus rectis abstuleris, relinquetur per 13 primi & 4 huius angulus a c b cognitus, tandemque ex 25 huius angulus a mensuratus emerget, quæ fuère lucubranda.

Operationis verò tenorem missum facimus, qui ad allegata theoremata cōfugienti vltrò se ingeret.

L.

Si alterum ex duobus notis lateribus trianguli, angulo obtuso dato opponatur, & latus & angulos reliquos nō ignorabit Geometra.

Duo latera a b & a c trianguli a b c nota sint, quorum alterum scilicet a b opponatur angulo a c b obtuso dato. Dico, quòd & latus b c cognitum veniet cum duobus angulis a & b. Ex termino enim communi datorum laterum descendat perpendicularis a d, concurrens cum basi b c, quantum oportet prolongata in puncto d, ipsam enim extra triangulum cadere cogit 32 huius. Triangulus itaque a c d angulum a c d notum habebit, ipse enim a c d angulus cum angulo a c b per hypothesim noto duobus rectis æquiualent. cumque latus a c trianguli rectanguli prædicti notum sit ex hypothesi, erit per 29 huius vtraque linearum a d & d c nota respectu lineæ a c. item triangulus a b d rectangulus duo latera a b & a d nota habens, a b quidem per hypothesim, a d verò per argumentationem iam factam, ex 26 huius & 27 latus suum b d not afferetum cum angulo b, quare dempta c d prius cognita ex tota b d iam nota, relinquetur basis b c non ignota. duo autem anguli b & c trianguli a b c, tertium angulum a per 25 huius excitabūt. Verum igitur enunciabat theorema nostrum.

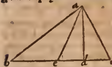
Operationem ex eis, quæ circa triangulos rectangulos tradidimus, facile colligemus.

L I.

Trianguli duo latera data cum angulo acuto, cui alterum eorum opponitur, ad latus & angulos reliquos cognoscendos nequaquam

sufficere. Verùm qua lege perpendicularis cadat, si callebimus, omnia patefient.

In hac re accusanda venit infirmitas anguli acuti, qui nequit docere cadatne perpendicularis intra triangulum propositum an extra, quod obtusus angulus in præmissa indicabat. Nam sit triangulus a b c, cuius duo latera a b quidem maius, & a c minus sint data cum angulo b acuto, sitque angulus c acutus non datus, & a puncto a demittatur a d perpendicularis ad basim, quæ per 31 huius cadet intra triangulum. ex processu autem 45 huius, casus b d maior erit casu d c: abscin datur ergo ex b d linea e d æqualis ipsi d c, ducta linea a e, quæ per quartam primi æqualis erit lineæ a c. Quanuis itaque latera a b & a c trianguli a b c data sint, & æqualia duobus lateribus a b & a e trianguli a b e, angulus autem b datus communis ambobus triangulis, tamen bases eorum variæ sunt, & reliqui anguli. Ad præcognitionem igitur duorum laterũ & vnius anguli acuti, cui alterum eorum opponitur, non ligatur noticia reliqui lateris & angulorum reliquorum, quod pollicebatur theorema nostrũ.



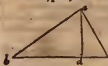
Vt autem latus & angulos reliquos agnoscamus, præsciendum est, qua lege perpendicularis à communi termino datorum laterum exorta cadat. Si enim intra triangulum ceciderit, triangulus a b d rectangulus habebit latus a b notum ex hypothesi cum angulo acuto b, quare per 29 huius, tam perpendicularis a d nota videbitur, quàm casus b d. Ex duobus autem lateribus a d & a c notis, trianguli a d c rectanguli, per 26 & 27 huius, linea d c inuenietur cum angulo c. duas igitur lineas b d & d c iam singulatim notos, si congregabimus, tota basis b c per 3 huius mensurata veniet. duo etiam anguli b & c noti tertium angulum a 25 huius dirigente, cognitum elicient. Quòd si perpendicularis a d extra triangulum ceciderit, oportuit angulum a c b esse obtusum, præmissam igitur consulendo, & basim b c & angulos reliquos trianguli nobis propositi metiemur.

Opus autem, cum & facile sit, & ex superioribus pendeat, missum facio.

LII.

Si latus trianguli datum duos sustentet notos angulos, reliqua duo latera non erunt ignota.

Sit triangulus a b c, latus a b datum habens, cui insideant duo anguli a b c & b a c noti. Dico, quòd duo eius latera reliqua fient cognita. Pro angulo autem tertio mensurando, non est terendus dies, quem 25 huius exemplo notum afferet. Ab a termino lateris a b dati exoriatur perpendicularis ad basim b c ignotam, quæ cadátne intra triangulum an extra anguli, quibus subiacet basis, per 31 huius edocebunt. Cadat igitur prius intra triangulum, triangulus itaque a b d rectangulus angulum b acutum habens datum cum latere a b per 29 huius, reliqua duo latera sua a d & d b cognita afferet respectu lateris a b. item triangulus a d c rectangulus cum latus a d iam notum habeat, pari ratione sua latera a c & c d, manifestabit respectu perpendicularis a d notæ. cumque perpendicularis a d data sit ad latus a b, erit & vtraque linearum a c & a d per 8 huius ad ipsum latus a b data. latus ergo a c trianguli propositi notum effecimus cum duobus casibus b d & d c. quibus collectis b c basis cognita resultabit. Sed cadat perpendicularis a d extra triangulum.



gulum, eritq́ per media prætacta trianguli rectanguli a b d vtrunque latus a d & d b notum respectu a b. item triangulo a c d rectangulo angulum a c d notum habente propter duos angulos b a c & a b c notos ex hypothesi, quibus ipse per 32. primi æquipollet, cum latere a d, per 29. huius, reliqua duo sua latera a c & c d cognita habebuntur. Sic ergo latus a c trianguli a b c propositi notum erit cum duobus casibus b d & d c, quorum minor ex maiore demptus relinquet basim b c notam, quod volebamus explanare.

Operatio autem ex allegatis comparabitur theorematibus.

LIII.

Latus trianguli notum, quod alteri duorum datorum angulorum opponitur, reliqua suscitabit latera.

In triangulo a b c latus a b notum angulo a c b dato opponatur, sitq́ angulus a b c datus. Dico quòd reliqua duo latera non erunt ignota. De angulo autem tertio, quemadmodum in præcedenti, nihil ambigui nos vexabit. Lateri duobus datis subiacenti angulis insistat perpendicularis a d ex puncto angulari sibi opposito sumens originem, quæ qualiter cadet anguli dati 31. huius commonente exploratum reddent. Cadat igitur primo intra triangulum, vt fiat triangulus a b d rectangulus, qui cum habeat latus a b notũ cum



angulo a b d acuto, habebit & latus c d cognitum cum latere suo c d, 29. huius dirigente. Similiter triangulus a d c, cum & latus a d iam notum habeat, & angulum a c d ex hypothesi datum, duo latera sua reliqua a d & d c manifestabit. omnes igitur lineas b d, a d, a c & d c mensura vna, per quam a b nota supponebatur, secundum numeros metietur notos, quare etiam linea b c ex duabus b d & d c notis resultans non erit incognita. Sed cadat perpendicularis a d extra triangulum concurrens cum basi b c, quantum sat est continuata. Cum itaq́ angulus a b c notus supponatur cum latere a b, erit per 29. huius triangulo a b d rectangulo existente, vtraque linearum a b & d b nota. Rursus in triangulo a d c rectangulo, cum latus a d iam sit notum, angulus autem a c d propter vicinum suum a c b ex hypothesi notum 13. primi arguente, notus habeatur, erit per 29. huius vtraq́ linearum a c & c d respectu lineæ perpendicularis a d, & ideo respectu a b cognita. postquàm autem lineam c d ex d b minuemus, relinquetur basis b c cognita. reliqua igitur trianguli a b c latera noticiæ nostræ subiecimus, quod expectabatur ostendendum.

In his autem postremis conclusionibus operationem missam facere libuit, ne sermone obtunderemus nimio, quam quidem operationem, si colligere voles, ad 26. 27. & 20. huius refugias.

LIIII.

Trium laterum trianguli inter se datis proportionibus, omnes eius angulos mensurare.

Latus a b trianguli a b c, tam ad latus eius a c, quàm ad b c proportionem habeat datam, Dico quòd omnes anguli eius noti fient. Pro libito enim



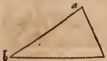
ipsum latus a b in quotlibet partes scindas, quarum vna in hoc proposito mensura communis habebitur. cum itaque a b latus sit notum per mensuram huiusmodi, erunt per 6. huius reliqua duo latera nota per eandem mensuram, & ideo per 48. huius, trianguli a b c omnes anguli patefient, quod erat ostendendū.

Operatio autem huius, postquàm vnum latus quodcunque tanquam numerum notum pro libito posueris, & reliqua inde latera per opus sextæ huius didiceris, ab operatione 48. huius non discrepat,

L V.

Tribus angulis trianguli cuiuslibet datis, inter se proportiones habentibus, unusquisque eorum cognitus habebitur, latera quoque inter se proportiones accipient notas.

Sit triangulus a b c, cuius tres anguli inter se proportiones habeant datas. Dico, quòd quilibet eorum notus erit, proportionesque laterum inter se datas fieri oportebit. Quoniam enim anguli a ad angulum b data est proportio, sit ipsa vt numeri h ad numerum k (necesse enim est eam in numeris notis inueniri) & proportio anguli b ad angulum c nota tanquam numeri k ad numerum l. cum itaque proportio anguli a ad angulum b, sit sicut numeri h ad numerum k, erit coniunctim a & b angulorum ad angulum b sicut h & k numerorum ad k numerum, est autem b ad c, sicut k ad l. per æquam igitur a b ad c tanquam h k ad l, & coniunctim a b c ad c sicut h k l ad l. aggregati itaque ex tribus angulis a b c ad angulum c est sicut aggregati ex tribus numeris h k l ad numerum l proportio. summa igitur trium angulorum a b c ad ipsum angulum c proportionem habet notam, summa autem huiusmodi per 32. primi duobus rectis æquipollet, quos oportet esse notos ex supradictis, vnde & summa trium angulorum dictorum nota conuincitur, per sextam ergo huius angulus c notus declarabitur, qui cum ad reliquos angulos datas habeat proportiones, erūt & reliqui anguli per 6. huius noti. quare per 49 huius tria latera trianguli a b c proportiones inter se notas accipient, ambas ergo theorematis partes satis ostendisse uidemur.



Operatio. Tribus angulis tres accomodabis numeros, ita quòd primus angulus ad secundum se habeat sicut numerus primus ad secundum, secūdus uero angulus ad tertium, sicut secundus numerus ad tertium, quod facile fiet, si operationem 19. huius consulueris, quo facto, summabis dictos tres numeros, & collectum ex eis numerum pro primo statuas, numerum uerò anguli, quem nosse desideras, pro secundo, & numerum duorum angulorum rectorum pro tertio. multiplicando itaque secundum per tertium, & diuidendo in primum exibit quantitas anguli quæsiti. Vt si proportio anguli a ad angulum b fuerit sicut 10 ad 7. anguli autem b ad angulum c sicut 7 ad 3. fiunt 20. pro primo numero. libeat autem inuenire angulum a, cuius numerus est 10. quem pro secundo, numerus autem duorum rectorum usitatus est 180. multiplico igitur 180 per 10 producuntur 1800. quæ diuido per 20. exeunt nonaginta. angulū igitur a inuenio 90 gradus continentē, ut duo recti sunt 180. quare & ipse rectus habebitur. Repertis autem angulis ad operationem 49. huius confugiendum erit, ut proportiones laterum addiscamus.

Data

LVI.

Data proportione duorum laterum, unoq; angulo cognito, reliqui duo anguli noti fient. Vnde utriuſq; dictorum laterum ad tertium proportio non latebit.



Sit proportio a b lateris ad b c latus trianguli a b c data, cum vno angulo quocunq;. Dico, quòd reliqui duo anguli noti venient, & proportio vtriuſq; dictorum laterum ad tertium latus data erit. Diuiſo enim ad libitum latere a b in quotlibet partes, vna earum tanquam menſura communi vtemur, quæ quoties in latere b c contineatur, ſexta huius edocebit. duo igitur latera a b & b c inter ſe data habebuntur, cumq; angulus vnus quicunq; per hypotheſim datus ſit, erit per 50 51 aut 52 huius, reliquum latus cognitum, quare per diffinitionem laterum omnium inter ſe proportiones habebimus datas, ſed & per eaſdem reliqui anguli menſurabuntur, quod intendebamus concludere.

Operationem ex allegatis comparabimus locis, ſi prius alterum duorum laterum tanquam notum conſtituerimus.

LVII.

Datis proportionibus duorum angulorum, utriuſq; uidelicet ſeorſum ad rectum angulum, unoq; latere quolibet cognito, omnes anguli cum reliquis lateribus cognoſcentur.

Vtriuſq; duorum angulorum a & b ad rectum data ſit proportio, ſitq; latus a b aut aliud quodcunq; cognitũ. Dico, quòd omnes anguli trianguli a b c noti fient cum lateribus. Erit enim per ſextam huius vterq; dictorum angulorum cognitus, recto per 21 huius noto exiſtente: quare per 53 & 54 huius, quod reliquum eſt, abſoluemus.

Operationi autem nihil loci damus, quod ipſa ex ſupradictis facilè decerpatur.

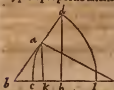
FINIS.

LIBER SECVNDVS TRIANGVLORVM.

I.

In omni triangulo rectilineo proportio lateris ad latus est, tãquam sinus recti anguli alterum eorum respicientis, ad sinum rectum anguli reliquum latus respicientis.

Sinum anguli, vt alibi vocamus, sinum arcus angulum ipsum subtendentis. Sinus autem huiusmodi ad vnam & eandem circuli semidiametrũ, siue ad plures, æquales tamen, referri oportebit. Sit igitur triangulus a b g rectilineus. Dico, quòd proportio lateris a b ad latus a g est vt sinus anguli a g b ad sinum anguli a b g. item lateris a b ad b g tanquam sinus anguli a g b ad sinum anguli b a g. Si enim triangulus a b g fuerit rectangulus, ex 28 primi huius comparabimus demonstrationem. Si verò non fuerit rectangulus, duo tamen latera a b & a g fuerint æqualia, erunt quoq; duo anguli eis oppositi, & ideo sinus eorum æquales, vnde de ipsis duobus lateribus propositionem nostram verificari constat. Quòd si alterum altero longius extiterit, sit verbi gratia a g longius, dirigaturq; b a vsq; ad d, donec tota b d æqualis habeatur lateri a g: deinde super duobus punctis b & g factis centris, describi intelligantur duo circuli æquales secundum quantitates linearum b d & g a, quorum circumferentiæ occurrant basi trianguli in punctis l & e, ita vt arcus d l quidem angulum d b l siue a b g, arcus autem a e angulum a g e siue a g b subtendat: ex duobus demum punctis a & d duæ perpendiculares a k & d h basi incidant: palam autem quòd d h est sinus rectus anguli a b g, & a k sinus rectus anguli a g b. est autem per 4 sexti Euclidis proportio a b ad b d, & ideo ad a g sicut a k ad d h. quare certum est, quod asserebat propositio.



II.

Cognito aggregato ex duobus lateribus trianguli, cum duobus angulis sibi oppositis, unumquodq; trianguli latus secernere.



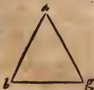
Triangulus a b g congeriem duorum laterum a b & a g habeat datam, & vtrunq; angulorum a b g & a g b notum. Dico, quòd tria latera eius inuenientur. Erit enim ex præcedenti proportio a b lateris ad latus a g cognita propter angulos datos, & ideo coniunctim proportio b a & a g ad a g dabitur: cumq; congeries duorum laterum a b & d g sit nota per hypothesim, erit & latus a g cognitum, hinc & a b latus non latebit. ex hypothesi autem duo anguli a b g & a g b noti, latere non sinunt angulum b a g, sic demum ex duobus angulis b a g & a g b cognitis cum latere a b, tertiũ quoq; latus b g notum concludemus. Potest autem aliter quanquam prolixius, idem absolui, si prius ex puncto a ad basim b g perpendicularem a d demiserimus: habebit enim triangulus partialis a b d rectangulus, angulum a b d acutum cognitum, quare per 31 primi huius proportio a b ad a d nota prodibit: ex eisdem quoq; medijs proportio a g ad a d non latebit: utrunq; ergo duarum

linearum

linearum a b & a g ad perpendicularem a d proportio nota conclamabitur: hinc per 28 primi huius earum inter se proportio scita veniet, & ideo coniunctim aggregati ex eis ad vtranque earum proportio notificabitur, quamobrem vtraque earum nota prosiliet. hinc tandem linea b g, quemadmodum in primo præcepimus, cognoscetur.

III.

In triangulo æquicruri, si unus angulus datus fuerit cum uno latere quocunque, reliqua cognitum iri.



Quanquam in primo sufficienter hanc rem explicasse videar, libet tamen paulisper circa triangulos æquicrures, & deinde circa triangulos varios immorari: quo ea quæ superius quærebantur br euiori tramite consequamur. Sit talis triangulus a b g, duo latera a b & a g habens æqualia, cuius vnus angulus quicunque sit datus cum linea terali eius. Dico, quod reliquæ lineæ eius notæ venient. Erunt enim per 38 primi huius duo reliqui anguli cogniti. vnde & per ante præmissam reliquę lineę faciliter notificabuntur. Sic absque perpendiculari vndecunque ducta, propositum attingere didicimus. Quod si vnus angulus eius trianguli duntaxat fuerit datus, proportionem laterum non ignorabimus, erũt enim per 35 primi huius & reliqui anguli dati: hinc & per ante præmissam verum esse, quod asserebam confiteberis.

IIII.

Si quis trianguli uarij duos angulos seorsum dederit cum uno latere eius quolibet, reliqua latera faciliter metiemur.



Det mihi quispiam duos angulos trianguli a b g tria latera inæqualia habentis, cum vno ipsorum laterum, verbi gratia a b. Dico, quod reliqua duo latera accipiet cognita. Nam 32 primi elementorum intercedente tertius quoque angulus innotescet: cumque per antepræmissam proportio sinus anguli a g b noti ad sinum anguli a b g noti sit, velut lateris a b ad latus a g, tresque harum quantitatum notæ sint, cui nisi prorsus ignaro quarta quãtitas, videlicet latus a g non manifestabitur. Idem eodemque modo lateris b g cognoscendi præceptum habebitur. Hoc pacto perpendicularem vndecunque etiam duxisse superuacaneum censebitur.

V.

Ex duobus lateribus trianguli datis cum angulo alteri eorum opposito, reliquos angulos, ac tertium latus notificare.



Sit talis triangulus a b g, duo latera a b & a g, habẽs cognita cum angulo a b g. Dico, quod reliqui duo anguli cũ tertio latere suo innotescent. Superiori enim freti syllogismo ex duobus lateribus a g & a b cognitis cum sinu recto anguli a b g noti per hypothesim, angulus a g b notus emerget. Hinc quoque 32 primi ratiocinante tertius angulus b a g haud ignorabitur. Proportio autem sinus anguli a b g noti per hypothesim ad sinum anguli b a g noti per argumentationem est vt lateris a g ad latus g b: quare & latus g b non erit ignotum. Quanuis autem ex duobus lateribus a b & b g cognitis cum angulo b a g ab eis cõprehenso aliter quàm in primo reliquos angulos cum tertio latere dimetiendi sit potestas, quemad-

modum nunc recitabitur. Non tamen per hanc viam operandum suadeo, erit enim propter angulum b a g notum congeries duorum angulorum a b g & a g b cognita. cumq; proportio sinus vnius eorum ad sinum alterius sit cognita: est enim sicut duorum laterum a b & a g proportio data, fieret per 23 quarti huius vterq; angulorum a b g & a g b notus. Sed hęc via nihil facilitatis adducit, quare in tali proposito à primo recedere non licebit.

VI.

Triangulus trium notorum angulorum lateribus suis proportiones uendicabit cognitas.

Nihil habet difficultatis hęc propositio, nisi 1 huius negligenter præterieris: nam quorumlibet duorum laterum ea erit proportio, quam habent sinus angulorum eis oppositorum ordine videlicet pręposterо vt superius traditum est.

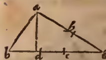
VII.

Data perimetro trianguli cum duobus angulis eius, unumquodq; latus seorsum cognoscere.

Congeries trium laterum trianguli a b g sit data cum duobus angulis eius a b g & a g b. Dico, quòd omnia latera eius seorsum innotescent. Erunt enim tres anguli eius noti, quare per argumentationem sæpe adductam, proportio a b ad a g nota erit, & ideo cōiunctim aggregatū ex b a & a g ad lineā a g proportionē habebit notam. Item proportio a g ad g b nota erit, vnde & proportio b a, a g ad g b cognita proueniet, & ideo coniunctim tota perimeter trianguli a b g ad lineam b g notam habebit proportionem. cumq; perimetrum ipsam dederit hypothesis, erit & linea b g cognita. hinc quoq; reliqua duo latera nota declarabuntur. Poteris præterea idem concludere ducta perpendiculari a d: nam per 30 primi huius vtriusq; linearum a b & a g ad perpendicularem a d proportio nota erit; quare earum inter se proportio manifestabitur. item a b ad b d nota elicietur proportio: item proportio a g ad g d similiter nota erit, vnde & vtriusque duarum linearum a b & a g ad lineam b g proportio data proclamabitur: hinc vt prius congeries trium laterum ad ipsam b g lineam, proportionem habebit datam, cætera vt ante.

VIII.

Datis proportionibus trium laterum, perpendiculariq; nota, cuncta latera dimetiri.



Trianguli a b g bina latera proportiones habeant cognitas, sitq; perpendicularis a d data. Dico, quòd tria eius latera innotescēt. Nam si duo latera a b & a g fuerint ęqualia, erit b d ęqualis ipsi d g, vnde proportio a b ad b d cognoscetur: & ideo quadrati a b ad quadratum b d proportio scita veniet: quare etiam euersim argumētando quadrati a b ad quadratum a d nota dabitur proportio: cúmque quadratum a d sit notum, propter costam suam ex hypothesi datam, erit quadratum a b notum, & inde ipsa linea a b non ignorabitur, ex qua demum & proportionibus laterum per hypothesim datis, reliqua latera innotescent. Quòd si alterum duorum laterum a b & a g altero maius extiterit, sit a b breuius: eritq; ob hoc casus b d breuior casu d g, abscindatur d e æqualis ipsi b d. ex processu igitur 43 primi huius, quod fit ex e g in g b est æquale excessui quadrati

drati a g supra quadratum a b, quorum quidem quadratorum proportio nota erit, vnde & diuisim eius, quod fit ex e g in g b ad quadratum a b proportio nota declarabitur. Hæc autem proportio per 23 6. elementorum componitur ex proportione nota lineæ g b ad lineam a b. & ex proportione e g ad a b, cumq; tam proportio composita quàm ipsa componens prima sint notæ, erit & reliqua componẽs nota: vnde & proportio b e, & ideo medietatis eius b d ad lineam a b scita consurget, quadratiq; a d ad quadratum b d innotescet, & ideo euersim quadratum a b ad quadratum a d notam feret proportionem: quadrato igitur a d noto redundabit quadratum lineæ a b cognitũ, hinc ipsa a b lineæ cum reliquis trianguli lateribus innotescent.

IX.

Ex proportionibus trium laterum trianguli, tres angulos eius inuestigare.

Resumpta priori figuratione concludemus propter hypothesim, vt in præmissa, proportionem a b ad b d notam, & ideo per 28 primi angulus b a d, & inde angulus a b d cognoscetur, deinde propter angulum a b g iam notum cum proportione duorum laterum a b & a g data angulus a g b 56 huius arguente innotescet. hinc & tertius angulus non poterit ignorari. Habes tamen in primo alium modum, qui si planior videtur, repetendus est. Si libeat aliter hanc absoluere exponatur linea quantalibet notæ quãtitatis respectu perpendicularis a d, ad quam inueniantur duæ aliæ secundum proportiones laterum trianguli a b g datas: ex his tribus intelligatur constitutus triangulus, & per 46 primi huius inueniatur perpendicularis sua, procedens à termino communi duorum laterũ proportionalium duobus lateribus a b & a g. hæc enim perpendicularis secundi trianguli habebit se ad perpendicularem a d sicut latus quodlibet secundi trianguli notum ad latus trianguli a b g sibi correlatiuum: cumq; tres huiusmodi quantitatum sint notæ, quartam cognitum iri necesse est. Hæc trahuntur ex similitudine duorum triangulorum totalium atq; partialium, quam ex 5 sexti elementorum facile est colligere.

X.

Data area trianguli cum proportionibus laterum, unumquodque eorum notificari. Vnde & angulos suos metiri licebit.

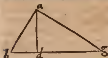


Repeto triangulum a b g cum perpendiculari sua a d, quemadmodum apud 8 huius figurauimus, vbi concludebatur proportio a b ad perpendicularem a d nota: hinc & propter hypothesim perpendicularis a d ad basim b g & ideo ad eius medietatem habebit notam proportionem: cùmque quod sub ipsa perpendiculari & dimidia basi continetur, sit notum, videlicet area ipsa trianguli, erit per 18 primi huius tam perpendicularis a d quàm basis b g nota, quamobrem & propter datas laterum proportiones reliqua latera & tandẽ anguli ipsi non latebunt. Quòd si modus ille vel prolixius nimium vel difficilis videatur, alium aggrediaris: non dico tamen faciliorem, sed fortasse tibi magis placiturum. Ex tribus lineis quantiscunque, notis per mensuram, ex qua area trianguli data surrexit, habentibus tamen proportiones veluti tria latera trianguli propositi intellige constitutum triangulum, cuius perpendicularem quamcunq; voles per 46 primi huius metiaris: quæ ducta in dimidiam basim sibi substratam suscitabit aream huiusmodi trianguli secundi cognitam: cùmque duo huiusmodi triangulos constet esse æquiangulos, erit area trianguli secundi ad aream trianguli primi, quæ iam notæ sunt, sicut quadratum lateris cuiuslibet secundi trianguli ad quadratum lateris

sibi relatiui primi trianguli. vnde quadratum illius lateris de primo triangulo, & ideo latus ipsum notificabitur, hinc quoq; reliqua non latebunt.

XI.

Data perpendiculari quacunq; cum duobus angulis trianguli quibuslibet omnia latera mensurare.



In triangulo a b g sit perpendicularis a d cognita cum duobus angulis. Dico, quòd omnia latera innotescent. Habebit enim triangulus a b d partialis rectangulus latus a d cognitum cum vno angulo acuto, nam duobus angulis trianguli a b g cognitis, tertius latere non potuerit. quare per 29 primi huius vtraque linearum a b & b d mensurata veniet. per eadem rursus media vtranq; linearum a g & g d metiemur: hinc tota b g, & ideo omnia latera trianguli propositi cognoscentur, quod erat explanandum.

XII.

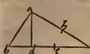
Data perpendiculari atque basi, & proportione laterum cognitis, utrunq; latus cognoscere.



Hoc problema geometrico more absoluere non licuit hactenus, sed per artem rei & census id efficere conabimur. Habeat itaq; triangulus a b g perpendicularem a d, & basim b g cognitas, proportionemq; laterum a b & a g datam, quærimus vtrunq; eorum. Sit verbi gratia proportio a b ad a g tanquam 3 ad 5 ita, vt latus a b sit breuius latere a g, quo demũ eueniet vt casum b d breuiorem casu d g nemo inficiari possit, sit ergo d e æqualis ipsi b d, ducturq; perpendicularis a d 5, & basis b g 20 pedes. pono lineam e g 2 res, ita, vnde linea b e erit 20, demptis duabus rebus, & eius medietas b d 10 minus 1 re, reliqua vero d g, erit 10 & vna res, duco b d in se, producitur 1 census & 100, demptis 20 rebus, quibus addo quadratum perpendicularis scilicet 25. colliguntur 1 census & 125 demptis 20 rebus. item d g in se, fiunt 1 census, 20 res & 100. quibus adijcio quadratum perpendicularis 25. colliguntur 1 census 20 res & 125. sic habebo duo quadrata linearum a b & a g, quorum proportio est vt 9 ad 25. duplicata scilicet proportio 3 ad 5, quæ erat proportio laterũ. cum itaq; proportio quadrati primi ad quadratum secundum sit tanquam 9 ad 25. si duxero 25 in quadratum primum, itemq; 9 in quadratum secundum, quæ producentur erunt æqualia, restauransq; vt assolet defectibus, & ablatis æqualibus, vtrobiq; perducemur ad 16 census & 2000 æquales 680 rebus: quamobrem quod restat, præcepta artis edocebunt. Linea ergo g e quam posui 2 res nota redundabit, hinc residua ex basi b e & eius medietas b d, quæ cum perpendiculari a d, latus a b notum suscitabunt, vnde tandem & latus a g notum pronunciabitur, quæ libuit efficere.

XIII.

Cognito utroq; casuum, & proportione laterum data, quantitates laterum emoliri.



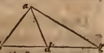
In triangulo a b g ducta perpendiculari a d, sit vterq; casuum b d & d g datus cum proportione laterũ. Dico, quòd vtrunq; latus cum perpendiculari ipsa innotescent. Sit casus b d breuior, nam si essent æquales duo casus, latera quoque haberentur æqualia, eorum tamen cognitio non consequitur casus datos & proportionem laterum, quæ est æqualitatis. secetur ergo ex longiori casu linea d e æqualis casui breuiori: differentia quoque

que duorum laterum sit h g. cum igitur proportio a g lateris ad a b sit data, erit diuisim proportio h g ad a h data, & ideo h g ad duplam ipsius a h scilicet congeriem duarum linearum a b & a h data erit: quare etiam coniunctim proportio h g ad summam duorum laterum a b & a g non erit ignota. quod autem sub h g & duobus lateribus a b & a g coniunctis continetur, æquum est ei, quod sub e g & g b. illud autem notum est propter duos casus ex hypothesi notos, vnde & per processũ 43 primi huius, quod sub h g & g a a b continetur, notum erit: cumq; proportio linearum hoc continentium sit nota, erit per 18 primi huius tam linea h g quàm congeries duorum laterum nota: hinc tãdem dempta h g nota ex aggregato laterũ noto residui medietas pro latere breuiori reputabitur, vnde & lõgius innotescet latus, quæ fuere demonstrãda.

XIIII.

Si uterq; duorum casuum inæqualium datus fuerit, aggregatumq; ex lateribus datum, utrunq; latus secernere.

Resumo triangulum præcedentis, in quo datus sit vterq; casuum b d & d g, summaq; duorum laterum a b & a g sit nota. Dico, quòd vtrunq; latus agnoscetur. Erit enim quod fit ex e g in g b cognitum, & ideo quod fit ex h g in g a, a b coniunctim notum erit.

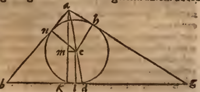


cumq; congeries ipsorum laterum sit data, erit per 17 primi huius h g nota differentia scilicet laterum, quam si ex summa duorum laterum dempseris reliqui medietas quantitatem lateris minoris proclamabit. hinc quoq; reliquum latus non ignorabitur, quod erat absoluendum.

XV.

Basis trianguli data notum subtendens angulum cum aggregato laterum cognito, utrique laterum & utriq; angulorum sibi oppositorum uiam mensurationis aperient.

Triangulus a b g basim b g notam habeat cum angulo b a g dato, sitq; cõgeries laterum a b & a g cognita. Dico, quòd vtrunq; latus eius cum vtroque angulorum eis oppositorum innotescent. Diuidatur enim angulus b a g per medium demissa linea a d ad basim contingente in puncto d, erit igitur per tertiam sexti elementorum proportio b d ad d g sicut a b ad a g, & permutatim proportio a b ad b d sicut a g ad g d: quare per 18 quinti elementorum proportio aggregati ex lateribus a b & a g ad basim b g, sicut lateris a b ad lineam b d: cumq; hæc proportio sit data, est enim vterq; terminus eius datus, erit proportio a b ad b d data, sed & angulus b a d notus accipietur: cũ sit medietas anguli b a g per hypothesim noti: quare per 56 primi huius angulus a b d mensuratus habebitur: hinc quoq; reliquus de duobus rectis angulus a d b latere nõ poterit, qui cum sit æqualis duobus angulis a g d & d a g, & angulus d a g sit notus, erit residuus angulus d g a mensuratus, sic duo anguli a b g & a g b noti erunt. congeriem autem duorũ laterum a b & a g datam subiecit hypothesis; quare per 2 huius quarti vtrunq; laterum a b & a g notum pronunciabitur, quæ fuere declaranda. Illud autem aliter attingere poterimus hoc pacto. Inscribatur triangulo a b g circu-



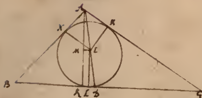
lus

lus h n l, cuius centrum necessariò erit in linea a d, quemadmodum ex 4 quarti elementorum trahitur, quod sit e, à quo ad tria puncta contactuum h n & l, educantur tres semidiametri e h, e n & e l, deinde ex puncto a descendat perpendicularis a k occurrens basi in puncto l: oportet autem punctum k reperiri in parte lateris a b, à linea diuidente angulum per æqualia puncta b & d, si latus ipsum breuius fuerit latere a g: erit enim angulus a b g maior angulo a g b, & ideo duo anguli a b g & b a d, quibus æquipollet angulus a d g, maiores erunt duobus angulis d a g & a g d, scilicet angulo a d b, adiectis vtrobique æqualibus angulis b a d & d a g: angulus ergo a d g maior, & angulus a d b minor recto conuincetur. hinc etiam constat semidiametrum e l secuisse lineam b d, ducatur insuper linea e m æquedistans basi, & ideo perpendicularis ad lineam a k, præterea basim b g æqualem esse duabus lineis b n & g h, non negabis, si tertium elementorum satis didicisti, sublata ergo basi b g data ex congerie laterum data, relinquetur congeries duarum linearum a n & a h cognita, & ideo medietas eius scilicet linea a h mensurata: oportet enim duas lineas a n & a h circulum contingentes esse æquales. triangulus ergo a e h rectangulus ex latere suo a h cognito cum angulo acuto e a h noto propter duplum eius notum, duo latera sua a e & e d cognita depromet. sic circuli triangulo proposito inscripti semidiameter nota colligetur, ex qua in medietatem perimetri trianguli notam resultat area trianguli nota: ex area autem nota & medietate basis propter hypothesim cognita per 17. primi huius perpendicularis a k mensurata declarabitur, cui si lineam k m æqualem ipsi e l semidiametro circuli dempseris, relinquetur linea a m cognita, ex qua demum & linea a e superius nota, angulum e a m metieris, quo tandem sublato ex medietate anguli b a g dari scilicet ex angulo b a d, relinquetur angulus b a k notus, qui deinde angulum a b g latere non sinet: sed & duo anguli b a g & a b g tertium socium suum angulum a g b notum suscitabunt, postremò igitur per 2. huius latera trianguli nota prosilient.

XVI.

Data basi alicuius trianguli cum perpendiculari cui subsistit, & aggregato laterum cognito, utrunque eorum secernere.

Hæc partim conuertit præcedentem, & ideo figuram suam resumet, vbi ex perpendiculari nota cum medietate basis aream trianguli metiemur, cumque perimeter trianguli sit nota, erit semidiameter e n circuli sibi inscripti nota: linea quoque a n nota proclamabitur, vt in præcedenti: quare & linea a e & angulus e a n notificabuntur, vnde & duplus angulus n a h siue b a g non latebit, k m autem æqualis semidiametro e l siue e n cognitæ cum perpendiculari a k per hypothesim nota, differentiam suam scilicet a m lineam notificabunt: quæ rursus cum a e pridem cognita, angulum a e m notum reddent, æqualem videlicet angulo a d b: ex duobus autem angulis n a e siue b a d & a d b cognitus, angulus quoque a b d siue a b g notus declarabitur: erat autem b a g cognitus. quare residuus a g b non ignorabitur, & ideo per 2 huius vtrunque latus notum enunciabitur, quod placuit determinare. Non autem necesse est perpendicularem a k intra triangulum cadere, sed contingit eam cadere extra triangulum, nonnunquam etiam coincidere lateri minori, si fuerint inæqualia latera, maiori enim coincidere non potest: huius rei indicia erunt talia. Si acciderit lineam a n suo modo repertam cum semidiametro circuli inscripti triangulo coniunctim æquales esse perpendiculare a k datæ, necessariò perpendicularis dicta coincidet lateri a b, id est, oportuit angulum a b g trianguli propositi esse rectum: si verò tale aggregatum minus fuerit, ipsa



ipsa perpendiculari datæ signum est eam intra triangulum cecidisse, & si maius extra. super hoc autem demonstrationem conscribere non est consilium, cum facile quidem sit, parum autem vtilitatis adducat: tuo igitur quod reliquum est seruatur ingenio. figuræ præterea aliter cadenti demonstrationem suam, nisi rudissimus fueris accommodare poteris.

XVII.

Datis duobus angulis & uno casu quocunque, omnia latera cum perpendiculari manifestare.



Sit triangulus a b g qualis proponitur, in quo perpendicularis a d duos casus ex basi distinguat b d & d g: quorum alter verbi gratia b d sit cognitus cum duobus angulis trianguli a b g. Dico, quòd omnia latera sua noticiam non fugient. Erunt enim per hypothesim 32. primi elementorum suffragante tres anguli trianguli a b g cogniti, quare triangulus partialis a b d rectangulus angulum a b d acutum habens notum cum latere b d, reliqua duo latera sua a b & a d per 29 primi huius notificabit: hinc in triangulo a g d partiali angulum á g b acutum habente notum cum latere a d, vtraque linearum a g & g d innotescet per eandem 29 primi huius: collectis ergo duabus a d & d g, resultabit tota basis cognita, & problematis integra consummabitur intentio.

XVIII.

Data proportione duorum laterum trianguli cum angulo alteri eorum opposito, reliquos duos angulos mensurare.



Talis esto triangulus a b g, cuius duo latera a b & a g proportionem habeant notam, sitque angulus a b g datus. Dico, quòd reliqui anguli non latebunt. Erit enim per L huius proportio a g lateris ad a b tanquam sinus anguli a b g ad sinum anguli a g b, tribus autem harum notis existentibus quarta quantitas nota veniet. inde ergo angulus a g b notificabitur, & tandem tertius b a g angulus latere non poterit. Constat denique vtrunque laterum a b & a g ad ipsam basim b g notam habitum ire proportionem, si supra memorata repetieris, quod quidem corollarij vice libuit annectere.

XIX.

Datis duobus casibus cum differentia laterum utrunque eorum percontari.

Est enim quod sub differentia casuū & ipsa basi continetur æquale ei, quod sub differentia laterum atque ipsorum congerie continetur: eo igitur cognito & differentia laterum data per 17 primi huius congeries laterum mensurabitur: vnde etiam vtrunque eorum notitiæ subijcietur.

XX.

Si quis differentiam laterum dederit, differentiamque casuum cum angulo quem basis subtendit, omnia latera cognita recipiet.

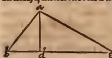
Esto triangulus a b g, in quo perpendicularis a d duos casus b d & d g secernat, quorum differentia e g sit data: differentia etiam laterum quæ sit h g nota supponatur cum angulo b a g. Dico, quòd omnia latera & omnes anguli cognoscendi venient. Descendat nanque ex vertice trianguli à linea a k, diuidens angulum b a d per æqualia: erit itaque propos



proportio a g ad g k, ſicut duarum b a, a g coniunctorum ad baſim b g, quemadmodum ſuperius in 15 huius ratiocinati ſumus: proportio autē b a, a g coniunctorum ad baſim b g eſt, vt e g ad h g per proceſſum 43. primi huius, & ſecūdam partem ſexti elementorum, quæ cum ſit nota propter terminos ſuos ex hypotheſi datos, erit & proportio a g ad g k cognita: cumq́ angulum b a g dederit hypotheſis, erit eius medietas g a k cognita, quare per corollarium 18 huius angulum a g k ſiue a g b notum comparabimus, & ideo tertius angulus a b g trianguli propoſiti non latebit. inde quoque per 1 huius proportio a g lateris ad latus a b ſcietur, & diuiſim proportio hæ differentiæ laterum notæ ad latus breuius a b nota erit, vnde & latus a b & tandem reliqua omnia ex ſupra dictis cognoſcemus.

XXI.

Datis duobus lateribus trianguli cuiuslibet cum proportione caſuum, quantitatem baſis agnoſcere.



Sint duo latera a b & a g trianguli a b g cognita, proportioq́ caſuum b d & d g ſit data. Dico, quòd baſis ipſa nota proueniet. Eſt enim differentia quadratorum a b & a g nota propter hypotheſim, æqualis differentiæ quadratorum b d & d g, quemadmodum in proceſſu primi huius oſtendimus, cumq́ proportio caſuum ſit data, erit & proportio quadratorum ſuorum data: & diuiſim differentia huiuſmodi quadratorum ad quadratum caſus minoris b d notam habebit proportionem, cumq́ differentia ipſa ſit nota, erit & quadratum caſus minoris cognitum, vnde & caſus ipſe minor & deinceps reliquus innoteſcent, tota igitur baſis nota elicietur. Non mireris autem, quòd hactenus vt plurimum perpendicularem intra triangulum cadere ſuppoſuerim, quanuis nonnunquam extra triangulum cadere cogatur, habet enim hoc omnis triangulus infallibiliter proprium, quòd ab aliquo punctorum eius angularium ad latus ſibi oppoſitum ducibilis eſt perpendicularis vna intra angulum ipſum caſura. Quod ſi extra triangulum perpendicularis ceciderit, paucis rebus mutatis & cognitu facilibus, quicquid facto opus eſt, conſequeris: nollem equidem ingenium tuum pauculis quibuſdam inueniendis non fatigari.

XXII.

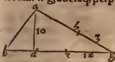
Datis duobus caſibus cum proportione laterum, utrunque eorum dimetiri.

Hæc videtur conuertere præcedentem, deductionem autem eam prorſus habet quam præcedens, quamobrem tanquam ſatis lucubratam tibi relinquo.

XXIII.

Data differentia duorum laterum, differentiaq́ duorum caſuum cum ipſa perpendiculari cognita omnia latera propalare.

Sit talis triangulis a b g, cuius duo latera a b & a g differentiam habeant notam h g, ductaq́ perpendiculari a d duorum caſuū b d & d g, differentia

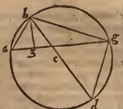


ſit e g: hæ duæ differentiæ ſint datæ, & ipſa perpendicularis a d data. Dico, quòd omnia latera trianguli nota concludentur. Per artem rei & cenſus hoc problema abſoluemus. Detur ergo differentia laterum vt 3. differentia caſuum 12. & perpēdicularis 10. pono pro baſi vnam rem, & pro aggregato laterum 4 res, nam proportio baſis ad cong

ad congeriem laterum est vt h ad g e, scilicet vnius ad 4. erit ergo b d 1/ rei minus 6, sed a b erit 2 res demptis 1/ duco a b in se, producitur 4 cen 2/ sus & 2 1/ demptis 6 rebus. item b d 2/ in se facit 1/ census, & 36 minus 6 rebus 4/ huic addo quadratum de 10 qui est 100 4/ colligitur 1/ census & 136 minus 6 rebus æquales, videlicet 4 censibus & 2 1/ demptis 4/ 6 rebus. Restaurando itaque defectus, & auferendo vtrobique 4/ æqualia, quemadmodum ars ipsa præcipit, habebimus census aliquot æquales numero, vnde cognitio rei patebit, & inde tria latera trianguli more suo innotescent.

XXIIII.

Datis tribus lateribus trianguli rectilinei, diametrum circuli eum circumscribentis inuenire.



Hæc tametsi de angulis trianguli inueniendis nihil proponat, vtilis tamen sequentibus videbitur. Sint tria latera a b, b g & g a, trianguli a b g nota, quærimus diametrum circuli eum circumscribentis. Esto circulus huiusmodi a b g d, oportet autem duos angulos quoscunque fuerint trianguli a b g esse acutos, qui sint, verbi gratia a & g, quos facilè cognosces, si primo triangulorum libello satis incubuisti: demittaturque à puncto b perpendicularis b 3, & diameter circuli prædicti b e d, cuius terminus d copuletur puncto g per lineam d g. habes itaque duos triangulos a b 3 & b d g æquiangulos, vterque enim angulorum b a g & b d g in circumferentia consistens suscipit arcum b g, sed vterque angulorum a 3 b & b g d rectus est: a 3 b quidem ex dispositione figuræ, b g d autem ex dispositione & 30 tertij elementorum, quare & tertius tertio æqualis conuincetur: vnde & per quartam sexti proportio 3 b ad b g est, vt a b ad b d. tres autem harum notæ sunt, duæ scilicet a b ad b g per hypothesim: perpendicularis verò b 3 ex 46 primi huius inuenitur, ergo & quarta, quæ est diameter circuli, nota veniet, quod expectabas ostendendum. Elegimus autem duos angulos acutos, vt perpendicularis intra triangulum coartaretur facilitatis gratia: nam si caderet extra, parumper variandus esset processus. Quòd si acciderit quadratum alicuius trium laterum quadratis duorum reliquorum laterum simul iunctis æquiualere: verbi gratia, quadratum a g æquari duobus quadratis linearum a b & b g, erit a g diameter circuli circumscribentis triangulum, neque ampliori quæsito opus est: fiet enim per vltimam primi elementorum angulus a b g rectus, & ideo per conuersionem 30 tertij a b g semicirculus habebitur, & a g diameter circuli, quod erat exequendum.

XXV.

Si basim trianguli notam acceperimus cum perpendiculari siue area trianguli, eum quoque quem basis subtendit angulum datum habuerimus, vtriusque lateris noticiam extemplò reddemus.

Sit triangulus a b g, basim b g notam habens cum perpendiculari a d, siue cum area sua: nam alterum ex altero pendet: sit quoque angulus b a g datus. Dico, quod vtrunque laterum eius noticiam attingemus. Detur enim angulus b a g obtusus, extendaturque g a donec perpendicularis b k ex puncto descensura residere possit in eadem, erit itaque propter angulum b a k notum proportio a b ad b k nota per 30 primi huius: proportio autem a b ad

c

b k est tanquam eius quod a b & a g ad id, quod sub b k & a g continetur, quare & illa proportio nota erit: quod autem fit ex b k in a g notum est, quia duplum areæ trianguli, igitur & quod sub a b & a g continetur, rectangulum erit notum: exarata demũ circulo triangulum a b g circumscribente, diameter eius notificabitur ex præcedenti propter perpendicularem a d notam cum eo, quod sub a b & a g con tinetur noto: huiusmodi diameter sit p q, secās chordam b g per medium, & ideo orthogona liter in puncto m, eductisq; ex centro e tribus semidiametris e g, e a & e l, quæ æquedistet chordæ b g, cui incidat perpendicularis a d satis prolongata in puncto n. propter semidiametrum igitur e g & dimidiam basim m g notas cum angulo e m g recto, notificabitur linea e m, cui æqualis est ipsa d n: hinc tota a n cognita resultabit, quæ deinceps auxilio semidiametri e a notæ, angulo apud n recto existente, suscitabit lineam n e cognitam, cui æqualis habetur linea d m, qua dempta ex dimidia basi b m, relinquetur casus minor: ea uerò adiecta, resultabit casus maior cognitus: hinc ex casibus notis & perpendiculari a d latera duo cognita fient. Hæc autem tenent, quando duorum laterum a b & a g alterum altero maius extiterit, cuius rei indicium erit, si linea d n ex perpendiculari uidelicet a d & linea m e resultans, minor fuerit semidiametro: si enim esset æqualis semidiametro, duo latera a b & a g necessariò fuissent æqualia, vnde etiam perpendicularis a d diuisisset basim per æqualia: sic ex perpendiculari nota cum dimidia basi resultaret vtrunq; latus cognitum. In his rebus demonstrandis non sisto gradum, cum facilia admodum ostensu reputentur.

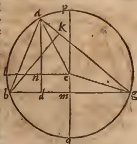
Si autem angulus b a g fuerit rectus, erit b g necessariò diameter circulo triangulum b a g circumscribentis, cuius medietati æqualis si fuerit perpendicularis a d data, erunt duo latera trianguli æqualia, vtrunque videlicet chorda quadrātis, vnde facillime cognoscetur. Si verò perpendicularis fuerit minor dimidiæ basi, erũt duo latera inæqualia, educta igitur semidiametro e a, quæ est æqualis dimidiæ basi, nota erit d e, hinc vt prius vterq; casuum cum vtroq; laterum innotescent. Quòd si angulus b a g acutus offeratur, erit portio b a g maior semicirculo, & ideo semidiameter e l secabit perpendicularē: quare cæteris omnibus, vt anteà procedentibus, nisi quòd perpendicularis b k intra triangulum cadit, lineam d n æqualem ipsi e n ex perpendiculari a d nota minuemus, inuentamq; tandem lineam d m ex dimidia basi dememus, vt relinquatur casus minor, perpendiculari saltem a d intra angulum cadente, quod accidit, dum linea d m minor dimidia basi resultabit: aut econtra dimidiam basim ex linea d m minuemus, si perpendicularis extra triangulum ceciderit, id est, si d m dimidiā basim superauerit, quæ duæ si fuerint æquales, constabit perpendicularē a d coincidisse lateri breuiori: quod autem in hac demonstratione restat, si pauculum habes ingeniũ, eniti poteris.

XXVI.

Data area trianguli cum eo, quod sub duobus lateribus continetur rectangulo, angulus quem basis respicit, aut cognitus emerget, aut cum angulo cognito duobus rectis æquipollebit.

Resumptis

Resumptis figurationibus præcedentis, si perpendicularis b k versus lineam a g procedens, extra triangulũ ceciderit, erit per ea, quæ in præcedenti commemorauimus, proportio b k ad b a nota, & ideo per 28 primi huius angulum b a k notum accipiemus, sic angulus b a g cum angulo b a k noto duobus rectis æquiualebunt. Si verò perpendicularis b k intra triangulum ceciderit, quemadmodum in tertia figuratione præcedentis cernitur, erit vt prius a b ad b k notam habens proportionem, & ideo angulus b a k siue b a g notus concludetur. At si perpendicularis b k coinciderit lateri a b, necesse est angulum b a g fuisse rectum, & ideo cognitum quod quidem accidit, quando area trianguli propositi æquatur ei, quod sub duobus lateribus eius continetur rectangulo.

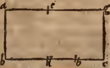


XXVII.

Data differentia duarum linearum, quæ rectangulum spaciũ continent notum, utranque earum dimetiri.

Sint duæ lineæ a b & b c inæquales, rectangulum spacium a c continentes notum, sitque differentia earum d c cognita. Dico, quòd vtraque earum nota reddetur. Erit enim quod fit ex d b in b c parallelogrammum rectangulum notum, quòd b d sit æqualis ipsi a d: diuisaque d c differẽtia per medium in h, erit quadratum lineæ d h cognitum, quod quidem adiectum rectangulo a c noto, per sextam secundi conficiet quadratum b h cognitum: hinc ergo costa sua scilicet linea b h notificabitur, ex qua si reiecerimus lineam d h notam, manebit b d, & ideo ipsa a b nota: sed & eidem b h notæ addemus medietatem differentiæ, scilicet lineam h c notam, vt resultet tota b c cognita, quod erat absoluendum.

a b



XXVIII.

Data area trianguli, & angulo quem basis respicit cognito cum differentia laterum, utrunque eorum innotescet.

Per modum enim circa huius explanatum concludemus, quod sub duobus lateribus continetur cognitum: cumque differentiam eorum notam attulerit hypothesis, erit per præcedentem vtrunque eorum cognitum, cuius gratia fatigati sumus.

XXIX.

Si ab angulo trianguli noto descendat linea quædam cognita, basim datam diuidens per æqualia, utrunque latus, reliqui etiam anguli non erunt ignoti.

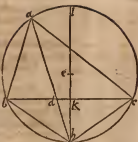
Sit triangulus a b c, angulum b a c notũ habens, à cuius vertice a descendat linea a d nota respectu basis b c, quam per medium scindit in puncto d. Dico, quòd vtrunque laterum a b & a c notum veniet cum reliquis duobus angulis. Circumscribo enim huic triangulo circulum a b h c super centro e, cuius diameter p q per punctum d transeat, orthogonaliter secans ipsam b c

datam lineam: continueturq́ linea a d, donec occurret circumferentiæ circuli in h, educantur deniq́ duæ semidiametri e c quidem conterminalis duobus lateribus trianguli propositi: e l aũt secãs chordam a h si possibile sit per mediũ & orthogonaliter: erit itaq́ angulus c e d ęqualis angulo b a c dato, & ideo per 30 primi huius propter angulum apud d rectum, proportio d c notæ ad lineã d e nota erit, quare linea d e nota habebitur. Sic legitur in 35 propositione tertij. Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint rectangulum comprehensum sub sectionibus vnius ęquum est ei, quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo, ideo quod ex b d in d c ęquum est ei, quod ex a d in d h. nota autem est a d, ergo per 17 primi huius dabitur d h. erit & d h inde quoq́ nota a h cum eius medietate a k non ignorabitur: hinc residua k d scitã dabitur. ex duabus itaq́ lineis d e & d k cum angulo k recto per 27 primi huius cognoscetur angulus d e k, & ideo arcus l q notus accipietur, propter triãgulum autem d e c notorum angulorũ linea d c, & ideo etiam dupla eius b c respectu semidiametri circuli e c notam habebit proportionẽ, vnde & chorda a h, quę nota prius erat respectu lineæ b c, iam respectu diametri circuli huius cognita dabitur: vnde & per tabulam sinuum aut chordarum arcus a b h innotescet. oportuit autem arcum b q c esse notum propter angulum b a c datũ, dempto igitur arcu l q prius noto ex arcu b q scilicet medietate arcus b q c, relinquetur arcus b l notus, qui deinde reiectus ex arcu a l scilicet medietate arcus a l h, manebit arcus a b notus, cui si addideris totum arcum b q c notum, resultabit arcus a b c cognitus: horum duorum arcuũ chordas ex tabula colligemus; sic duo latera trianguli propositi respectu diametri circuli nota uenient: erat autem & basis b c respectu eiusdem nota, unde & ipsa latera respectu basis mensuratas habebunt longitudines, angulos autem trianguli propositi reliquos latêre non sinunt duo arcus a b & a c, in quos ipsi cadunt supra circumferẽtiam consistentes. Contingit autem lineam a h esse diametrum circuli, quod quando fiet, iam commemorata satis edocebunt, conclusimus enim tam ipsam a h, quàm diametrum circuli respectu basis b c notam habere quantitatem. Poterit etiam quispiam dare angulum b a c rectum, vnde basis b c fieret diameter circuli, & a d semidiameter: tunc autem problema erit varium, nisi alia quædam cõditio accesserit. In hac autem figuratione angulum b a c acutum subiecimus, qui si obtusus offerretur, quanuis figuratio paulisper variaretur, processus tamen idem fermè ad intentum nos perducet.

XXX.

Si quis triangulus duo latera habeat inæqualia, à quorum cõmuni termino descendat linea angulum per æqualia diuidens, basim autem per inæqualia, sitq́ ipsa linea diuidens nota cum portionibus basis diuisæ, utrunq́ latus cognitum iri.

Sit talis triangulus a b c, cuius latus a b breuius latere a c: à cuius angulo a descendat linea a d nota, angulum quidem b a c diuidens per mediũ, basim aũt in duas partiales b d & d c notas. Dico, quòd vtrunq́ laterum a b & a c innotescet. Circumscribatur enim huic triangulo circulus a b h c centrũ e habens: protensaq́ a h vsq́ ad occursum circumferentiæ in h, ducãtur duę chor-



dæ b h & c b, quas constat esse æquales propter angulum b a c per æqualia diuisum, ducatur rursus diameter circuli l h, quæ cum diuidat arcum b c per medium, diuidet etiam per 3 tertij chordam eius b c per æqualia, vnde & per 3 tertij orthogonaliter eam secabit. cum autem vtraque linearum b d & d c sit nota, erit per 35 tertij & 17 primi huius linea d h nota: est autem & d k cognita, videlicet differentia dimidiæ basis & minoris sectionis: angulo igitur k recto existente, linea k h per 26 primi huius nota pronunciabitur, ex qua demum & dimidia basi cognita, nisi 26 primi huius mentiatur, vtraque chordarum b h & h c æqualiũ nota resultabit. quadrangulum itaque a b h c circulo inscriptum, duas diametros a h & b c notas habebit, quod autem sub eis continetur, æquum est duobus rectangulis, quorum alterum sub b h & a c, alterũ sub h c & a b continetur: hoc enim alibi demonstratum est. Hæc autem duo rectangula parallelogrãma æquantur ei, quod sub b h & congerie duorum laterum continetur, propter æqualitatem linearum b h & h c. quod igitur sub b h & aggregato laterum a b & a c continetur, erit cognitum: vnde & propter lineam b h cognitam 17 primi huius ratiocinante, congeries duorum laterum nota prouenient. est autem proportio b d ad d c sicut a b ad a c per tertiam sexti, & cõiunctim b c ad c d sicut cõgeries duorum laterum ad ipsum latus a c: cumque tres huiusmodi quantitatum sint notæ, erit & quarta scilicet linea a c inuenta: vnde & reliquum latus a b non poterit latere. hæc pro lateribus cognoscendis, ad angulos autem inueniendos, iam paratum habes iter, si 43 primi huius intento tuo accommodaueris.

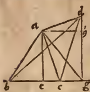
Poterimus 30 huius aliter absoluere hoc pacto. Sit triangulus a b c, aream habens notam cum basi b c & angulo b a c. Dico, quòd vtrunque laterum a b & a c notum prodibit. Intelligo enim huic triãgulo circumscriptum circulum a b d c, in quo produco chordam a l æquedistantem ipsi b c, & diametrum d k vtrique dictarum chordarũ perpendiculariter incidentẽ: huic quidem in puncto 3, illi autem in puncto h: sitque a e perpendicularis ad b c, si oportuerit prolongatam: quoniam igitur aream trianguli cum basi b c notam subiecimus, erit perpendicularis a e scita, ipsa enim in basim dimidiam ducta, cõficit aream trianguli datam: hinc æqualis 3 h, ob eam rem non erit ignota, propter angulum autem b a c & ideo arcum b c cognitum, erit chorda b c cognita per tabulam sinuum aut chordarum respectu diametri circuli: vnde & sagitta 3 d eadem relatione nota fiet: cum autem perpendicularis a e cognita habeatur respectu chordæ b c, erit & ipsa respectu diametri circuli nota, & ei æqualis 3 h: tota igitur sagitta d h respectu diametri circuli nota consurget, & ideo arcus a d cognitus dabitur, à quo si dempsero arcum b d, medietatem scilicet arcus b c pridem noti, relinquetur arcus a b notus: hinc chorda a b cognoscetur respectu diametri circuli, & consequenter respectu lineæ b g, arcus denique a b iam notus arcui b c adiectus, totum arcum a d c cognitum suscitabit, & ideo chorda eius respectu diametri circuli, tandemque respe-



culin:æ b c manifestabitur. Angulos autem a b c & a c b propter arcus a b & a c iam notos nemo ignorabit.

XXXI.

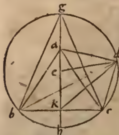
Duobus triangulis supra basim unam notam constitutis, binaq; latera æqualia ac cognita habentibus, quantum uertices eorum distent inquirere.



Supra basim b c notam constituantur duo trianguli a b c & d b c, quorum vtriusq; latera sint cognita: ducatur linea a d vertices eorum coniungens, quam præsens quærit problema: Ex verticibus a & d duæ descendant perpendiculares ad basim, si opus fuerit, satis extensam, quæ sint a e & d g, has perpendiculares quo pacto inuenias, superius cõmemoratum est: si igitur fuerint æquales, distantia duorum verticum erit per 33 primi elementorũ æqualis lineæ e g, quæ est aggregata ex duobus casibus e c & c g in hac figura ratione, quos superius mensurare docuimus. vnde & distantia verticum nota erit. Si verò perpendiculares non fuerint æquales, à summitate minoris earum quæ sit, verbi gratia, a e, ducatur a h æquedistans basi, & occurrẽs reliquæ perpendiculari in puncto h, quæ nota erit, quoniam æquali lineæ e g aggregato duorum casuum: lineam quoq; d h non ignorabit Geometra, cum h g sit æqualis a e perpendiculari notæ: hinc & propter angulum a h d rectum 26 primi huius ratiocinante, linea a d latere non poterit, quæ hactenus quærebatur. Ad lineam autem a h cognoscendam non semper oportebit colligere duos casus, quemadmodum in præsentiarum iussimus: sed nõnunquam alterum ex altero demi, vt relinquatur linea e g, siue a h cognita, & sicut hic cõiunximus casum minorem vnius trianguli minori casui alterius, ita interdum casum minorem vnius maiori casui alterius coniungere opus erit: quod quando fiet, tuo ingenio relinquitur discernendum.

XXXII.

Si duo trianguli supra basim unam notam constituti fuerint, quorum unus æquicruris, alter autem uarius, & anguli, quos basis subtendit, dati fuerint cum distantia duorum uerticum suorum, bina latera eorum cognitum iri.



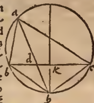
Supra basim datam b c cõstituantur duo trianguli, a b c quidem duo latera a b & a c habens æqualia, d b c autem duo latera habens inæqualia, & sit vterq; angulorum b a c & b d c datus, ductaq; linea a d distantia scilicet duorum capitũ sit data. Dico, quòd vtriusq; eorum duo latera erunt data. Sit enim pro libito angulus b a c maior angulo b d c, demittaturq; ex puncto a perpendicularis ad basim cõmunem, quæ necessariò diuidet basim per æqualia, quod fiat in puncto k: hæc perpendicularis intelligatur vtrinq; indefinitæ quantitatis: circuli itaq; circũscripti triangulo d b c circumferentia secet eam superius in g, inferius autem in puncto h: cõstabit itaq; lineam g h esse diametrũ huius circuli per corollarium primæ tertij, in qua sit cẽtrum circuli e, ductaq; semidiametro e d & duabus chordis g b & g c, erit angulus b g c æqualis angulo b d c: cum igitur vterq; triangulorum a b c &

g b c

g b e æquicrurium habeat angulum notum cum basi data, erunt per 41 primi huius bina latera eorum nota cum perpendicularibus suis: vnde etiam tota dia meter g h nota fiet, quadratum enim dimidiæ basis k c notę ęquatur ei, quod fit ex g k iam nota in k h, hinc k h & cõsequenter tota g h diameter nota ve niet: dempta autem differentia perpendicularium g a propter ipsas perpendi culares cognita ex semidiametro g e nota residuabitur linea a e scita: sic trian gulus a e d tria latera nota habens, angulum suum e a d cognitũ efficiet, ex quo demptus angulus e a c notus: quoniam medietas b a c dati, relinquet an gulum c a d mensuratum: is demum cum duabus lineis c a & a d notis, ter tiam quoq; c d manifestabit. Item dimidius angulus b a e, qui est b a k adie ctus angulo e a d prius cognito, conflabit totum angulum b a d notum, qui cum duobus lateribus a b & a d iandudum cognitus, lineam b d suscitabit notam: sic ergo duo latera trianguli d a c dimensi sumus, quod libuit attinge re. Paulò aliter ratiocinabimur circumferentia circuli b c d g secante perpen dicularem infra punctum a, quod reuera contingit, dum angulus b d c ma ior angulo b a c oblatus fuerit. Quòd si duo dicti anguli ęquales subijciantur, circumferentia circuli b c d g per punctum a transeat necesse est: cognita igi tur diametro circuli vt antea, itemq; duabus lineis a b & a d, quæ erunt chor dæ dicto circulo inscriptę, non erit difficile mensurare vtranq; chordarum b d & c d, si circa chordas circuli inueniendas parumper exercearis. quod igitur in hac re superest, tuæ relinquimus industriæ.

XXXIII.

Si cuiuslibet trianguli angulum per æqualia diuidat linea ad basim notã descendens, fuerintq; sectiones basis inæquales notę: itemq; angulus acutus, quem linea diuidens, cum ipsa basi continet notus datus, utrunq; latus trianguli cognitum reddetur.



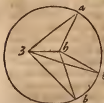
In triãgulo a b c ducatur linea a d, diuidens angulum quidem b a c per æqualia, basim aũt b c notam per inæqualia in puncto d: sitq; vtraq; sectionũ b d minor & d c maior data cum angulo a d b acuto. Dico, q vtrunq; latus cognoscetur. Oportet aũt angulum a d b, quemadmodum cõmemorauimus, esse acutũ propter b d minorem sectionẽ cui insidet, erit enim tertia sexti ratiocinãte a b minor a c, & ideo angulus a b c maior angulo a c b cõuincetur. angulus a d c valet duos b a d & a b d. itẽ angulus a d b ęquiualet duobus a c d & d a c: cumq; angulus b a d sit ęqualis angulo c a d, resultabit angulus a d c maior angulo a d b, & ideo hic quidem obtusus, ille verò acutus enũciabitur. Circũscribatur ergo triangulo a b c circulus a b h c, reliquaq; disponãtur quemadmodum in 30 huius: ex angulo itaq; a d b siue h d k noto cum angulo k recto, & linea d k differentia dimidiæ basis datę & minoris sectionis, vtraq; linearum d h & h k nota proueniet cum angulo d h k: deinceps vtraq; linearum b h & h c propter dimidiam basim notam cum linea h k cognita dabitur: cumq; quod sub duabus b d & d c continetur sit æquale ei, quod sub a d & d h continetur: tres autem harum sunt notæ, erit per 17 primi huius linea a d nota, sic duas diametros a h & b c quadrangulo a b h c circulo inscripti notas habemus: vnde & reliqua sicuti in huius absoluere licebit.

FINIS.

LIBER TERTIVS TRIANGVLORVM.

I.

Si sphæra plano secetur, communis sectio superficiei sphæricæ & plani secantis erit circumferentia circuli. Vnde constabit pedem perpendicularis à centro sphæræ ad superficiem secantem descendentis circuli huiusmodi centrum esse.

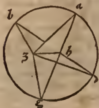


Communis sectio superficiei sphæricæ & plani eam secantis sit linea a b g, quam dico esse circumferentiam circuli. Planum enim secans aut per centrum sphæræ incedit, aut non. Si per centrum eius: quoniã omnes rectæ lineæ à centro sphæræ ad ipsam sectionem communem in plano huiusmodi eductæ, æquales sunt, diffinitione sphæræ id confirmante, manifestum quòd planum intra lineam a b g cõclusum, est circulus, ipsaq; linea a b g circumferentia eius. Si verò planum prætereat centrum sphæræ demittatur à centro sphæræ, quod sit 3, ad ipsum planum perpendicularis recta linea 3 h, à cuius pede scilicet puncto h, lineæ rectæ quotlibet educantur ad sectionem prædictam, sintq; tres huiusmodi h a, h b & h g, protractis semidiametris sphæræ 3 a, 3 b & 3 g. Trium itaq; triangulorum a h 3, b h 3 & g h 3 vnusquisq; angulum iuxta 3 rectum habet, propter lineam 3 h perpendiculariter plano incidentem, latera autem rectos angulos subtendentia, sunt semidiametri sphæræ æquales. dempto igitur quadrato perpendicularis singulatim à quadratis semidiametrorum remanebunt per penultimam primi, & communem scientiam quadrata trium linearum h a, h b & h g æqualia: vnde & lineas ipsas æquales esse oportet. Non aliter probabis alias lineas quotlibet à puncto h ad sectionem comunem eductas sibi & tribus lineis iam memoratis æquales esse. diffinitio igitur circuli theorematis concludet veritatem.

Ex his autem & diffinitione centri trahitur pedem demissæ perpendicularis esse centrum circuli iam dicti, quod pollicebatur corollarium.

II.

Omnis linea recta à centro sphæræ ad centrum circuli minoris in ea producta, perpendicularis est ad superficiem ipsius circuli.

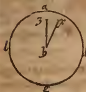


Hæc conuertit corollarium præcedentis. Sit circulus minor a b g d in sphæra signatus, cuius centrum h, quod cum centro sphæræ 3 copulabo per lineam 3 h. Dico, quòd linea 3 h perpendicularis est ad superficiem huius circuli. Productis enim duabus semidiametris a g & b d circuli minoris, terminos earum centro sphæræ copulabo per semidiametros sphæræ a 3, b 3, g 3 & d 3. per diffinitionem igitur circuli & sphæræ linea 3 h communi existente ex 8 primi omnes anguli, quos facit linea 3 h cum lineis sibi in superficie circuli minoris conterminalibus, sunt recti.

recti.quare linea 3 h perpendiculariter incidit duabus diametris a g & b, & ideo per 4 vndecimi perpendicularis est ad superficiem circuli a b g d, quod libuit deducere. Quod autem linea à centro sphæræ superficiei circuli minoris perpendiculariter incidens, ad centrum ipsius circuli minoris terminetur, ex processu primæ huius satis didicimus.

III.

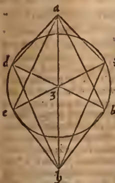
Linea recta, quæ à centro circuli in sphæra positi, orthogonaliter egreditur, centrum sphæræ necessariò continebit.



Sit circulus in sphæra a b d g, cuius centrum h, à quo egrediatur orthogonalis linea h k vtrunque indefinita. Dico, quòd in ea centrum sphæræ reperietur. Si enim circulus ille maior extiterit, cum centrum eius sit centrum etiam sphæræ, à quo orthogonalis ipsa nascitur, planum est quod proposuimus. Si autem fuerit circulus minor, & centrum sphæræ extra orthogonalem, sententia quidem aduersarij habeatur, sit ipsum x, producta igitur linea x h, per præmissam erit perpendicularis ad superficiem circuli a b g d. ab vno itaque puncto h superficiei a b g d duæ orthogonales egrediuntur, quod est impossibile, & cōtra vndecimi, quo interempto, relinquitur veritas conclusionis nostræ.

IIII.

Omnis linea recta à polo circuli ad eius centrum demissa, perpendicularis ad superficiem circuli conuincitur, productaque ultra circuli centrum, donec superficiei sphæricæ obuiabit, reliquum circuli polum offendet.



Sit circulus d e b g, cuius quidem polus sit a punctus, cētrum verò 3, demittaturque à polo a ad centrum 3 linea a 3 quam dico esse perpendicularem ad superficiem circuli. Duarū enim diametrorum d b & e g terminos cum puncto a copulabo per lineas a d, a e, a b, & a g, quo fit, vt trianguli a b 3 & a d 3 bina latera sint æqualia, a 3 enim cōmune est ambobus, 3 b autem & 3 d sunt semidiametri eiusdem circuli, duas demum bases a d & a b æquales affert poli diffinitio. quare angulus a 3 d æqualis est angulo a 3 b, & ideo a 3, perpendicularis est ad lineam d b. Similiter probabimus eandem a 3 perpendicularem esse ad lineam 3 g. cum itaque trium linearum conterminalium vna duabus reliquis orthogonaliter insistat, erit ipsa perpendicularis ad superficiem reliquarū duarū argumento 4 vndecimi. hęc aūt superficies est ipse circulus d e b g, primam igitur theorematis partē ostendisse videmur. Secūdę verò parti assentics, si linea a 3 vsque ad punctū superficiei sphęricę h producta, ipsum h punctū omnium diametrorū terminis cōiunges. omnes enim facti triāguli, quibus vertex cōmunis est, cētrū circuli 3 bina latera habēt ęqualia, h 3 enim cōmune, reliqua verò sunt semidiametri eiusdē circuli, sed & anguli eorū apud punctū 3 ęquales sunt, quia recti: quare bases dictorū triangulorū vniuersę ęquabūtur, per diffinitionem igitur h punctus circuli dicti polus habebitur, quod erat lucubrandū.

V.

Omnis recta linea à centro circuli in ſphæra orthogonaliter exiēs, per polos eius utrinq; continuata transibit.

In figuratione præhabita intelligatur lineam 3 a orthogonaliter à centro circuli 3 exiuiſſe, reliquis vt antehac conſeruatis. Dico, duo puncta a & h eſſe polos circuli d e b g. Quia enim linea a 3 orthogonalis eſt ad ſuperficiē circuli, per centrum eius tranſiens, erit ipſa per conuerſionem diffinitionis orthogonalis ad omnem circuli ſemidiametrum. poſito igitur quadrato 3 a communi, cum omnia qnadrata ſemidiametrorum ſint æqualia, erunt per penultimam primi & communem animi conceptionem quadrata omnium linearum ab a puncto ad circumferentiam circuli demiſſarum æqualia, & ideo ipſæ lineæ æquales. per diffinitionem ergo poli conſtabit veritas propoſitiōnis. Idem ſimiliter concludere de puncto h licebit.

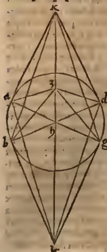
VI.

In linea recta centrum ſphæræ cum centro circuli minoris in ea ſignati continuante, ſi quantum oportet utrinq; prolongetur, ipſius circuli polos inueniri.

Circuli minoris a b g d in ſphæra conſtituti centrum ſit h, quod cum centro ſphæræ 3 continuetur per lineam h 3. Dico, quòd in linea h 3 quantū ſat eſt prolongata, duos polos circuli a b g d reperiemus. Erit enim per 2 huius linea h 3 perpēdicularis ad ſuperficiem circuli dicti, quare per tertiam huius vtrinq; continuata, donec ſuperficiei ſphæricæ occurret ad duos circuli memorati polos terminabitur. Quatuor itaq; huiuſmodi pūcta, centrum videlicet circuli minoris in ſphæra intellecti, centrum ſphæræ & duos circuli minoris polos in vna ſemper recta linea rēperiri neceſſe eſt, quod erat explanandum.

VII.

Quæcūq; linea recta per polos circuli in ſphæra ſignati trāſiuerit per cētrūquoq; ipſius trāſire, ipſiq; circulo orthogonaliter incidere cogit.



Linea k l tranſiens per duos polos k & l circuli a b g d, ſecet eum in puncto 3. Dico, quòd punctus 3 ſit centrum circuli a b g d, & quòd linea k l orthogonaliter incidat circulo a b g d. A puncto enim 3 egrediantur plures quàm duæ rectæ lineæ ad circumferentiam circuli dicti, quæ ſint 3 a, 3 b, 3 g & 3 d, quarum terminos vtriq; polorum connectemus per lineas polares duplices concludendo quatuor triangulos verticem communem habentes polum k, baſes autem quatuor polares lineas à polo l deriuatas, quo fit vt anguli eorum apud polum k 8. primi arguente, æquales habeantur. angulus videlicet a k l æqualis angulo b k l, & ita de cæteris. Transferamus nos demum ad quatuor triangulos, quibus latus k 3 commune eſt, reliqua verò latera æqualia habentes quatuor ſcilicet polares lineas ab ipſo polo k deſcendentes, qui cum angulos ſuos apud k æquales habeant, quemadmodum oſtendimus per 4. primi, & baſes habebunt æquales, lineas videlicet 3 a, 3 b, 3 g, & 3 d. quare per 9 tertij punctus 3 erit centrum circuli a b g d. primam igitur theore-

matis

matis partem roborauimus. vnde & per quartam huius secundæ parti assentire compellimur, linea k l per polum centrumque circuli dicti transeunte, quæ volebamus declarare.

VIII.

Linea recta, quæ per duo quatuor punctorum dictorum incedit, reliqua duo præterire non poterit.

Quatuor illa puncta notamus centrum sphæræ, centrum circuli minoris in ea & duos polos eius. Sit itaque circulus minor in sphæra quatuor characteribus a b g d repræsentatus, cuius centrum h, duoque poli k & l, centrum autem sphæræ sit 3. Dico, quòd linea recta duo eorum quæcunque continens, & reliqua duo, si satis porrecta fuerit, complectetur. Nam, vt à capite initium sumamus, polum k & centrum sphæræ 3 in linea k 3 statuamus, extensaque k 3 occurrat circulo a b g d in puncto h, cui nondum nomen centri imponimus. producantur denique lineę polares k a, k b, k g & k d. item semidiametri sphæræ 3 a, 3 b, 3 g, & 3 d, sed & lineæ a h, b h, g h, & d h, satis tamen erat trinas huiusmodi non quaternas producere. quatuor igitur trianguli in vertice k communicantes, quorum bases sunt quatuor semidiametri sphæræ, cum sint æquilateri per diffinitionem sphæræ & poli, linea k 3 cõmuni existente, per 8 primi erunt æquianguli, postea verò quàm angulos eorum apud k ęquales esse didicimus ad quatuor triangulos, quibus & dicti anguli cõmunes sunt, bases autem quatuor in puncto h confluentes transeundum est, qui cum bina latera, quatuor dictos ęquales angulos ambientia, habeant æqualia per diffinitionem poli, linea k h communi existente, per quartam primi bases habebunt æquales. à puncto igitur h plures quàm duæ lineæ æquales exeunt ad circumferentiam circuli a b g d: quare per 9 tertij h centrum erit circuli prædicti, & ipsum est in linea k h indeterminata, in qua cum habeatur etiam centrum sphæræ, concludimus per præmissam reliquum quatuor punctorum videlicet polum l in ea reperiri. Ponantur demum duo puncta, k polus & h centrum circuli minoris in linea k h, erit itaque per 4 huius linea k h perpendicularis ad superficiem circuli a b g d, quare per tertiam & quintam huius reliqua duo puncta, centrũ videlicet sphęræ & polus l in linea k h indefinita reperientur. Quòd si duos polos k & l in linea k l statuerimus, conclusionem nostram probaturi quatuor puncta a b g d ipsi polo l per lineas suas, quemadmodum figura docet, connectemus. quæ cum sint æquales diffinitione poli id exigente, similiter & quatuor lineæ polares à polo k deriuatæ, sibi inuicem æquentur, linea k l cõmuni existente quatuor triangulis a k l, b k l, g k l, & d k l, erunt quatuor eorum anguli apud polum k æquales. Rursus propter angulos huiusmodi æquales, lineasque polares superiores ęquales, linea k h communi assumpta, ex quarta primi quatuor bases a h, b h, g h & d h æquales conuincemus. per 9 igitur tertij h centrũ erit circuli a b g d: vnde & per supradicta centrum sphæræ in ipsa linea k l necessariò reperietur. Postremò in linea 3 h, quemadmodum ex præmissa trahitur, necessariò reperiuntur duo poli circuli a b g, sed in linea 3 l continebitur, & centrũ circuli h & polus eius k, quod non aliter, quàm de linea k 3 confirmandum erit. similiter quod circa lineã k h diximus, lineæ quoque l h attribuemus. Ex quatuor autem sæpedictis punctis non nisi sex eliciuntur combinationes quas enumerauimus, verum igitur est quod proposuimus.

IX.

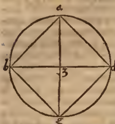
Circulum in eadem sui parte duos habere polos est impossibile.

Quilibet circulus ex sphæra ipsum continente duas scindit partes, quarum

vnam supra, reliquam autem infra se relinquit. Dico itaq;, quòd in neutra illarum duos circuli vnius polos reperire est possibile. Nam si ita opinaberis, continuemus ipsos cum centro circuli per duas rectas lineas, erit igitur vtraq; earum orthogonalis ad superficiem circuli per 7 huius. cumq; ab vno puncto scilicet centro circuli exurgant, mentietur nobis 13 vndecimi Euclidis, quod est inconueniens. Non ergo verum est quod putabas. Sonat autem hæc conclusio de polis in superficie vnius sphæræ signandis, non enim me latet eũdem circulum in multis contineri posse sphæris se secantibus, in quarum superficiebus licebit ex eadem etiam parte circuli multos assignare polos. quotquot autem signaueris polos, huiusmodi vna linea recta orthogonaliter à cẽtro circuli egrediens, omnes eos complectetur.

X.

Si lineam polarem circulus quispiam diametro sphæræ potentialiter subduplam habuerit, ipse circulus maior erit.



Sit a polus circuli in sphæra signati, cuius linea polaris a d quadratum habeat subduplum quadrato diametri sphæræ. Dico, quòd circulus ille erit maior. Ducatur enim ab a polo per centrum circuli dicti, quod sit 3 linea a 3, quæ continuata occurrat superficiei sphæræ in puncto g. erit itaque a g diameter sphæræ: nam per quartam & tertiam huius ipsa incedit per centrum sphærę. Intelligatur deinceps superficies plana transiens per lineas a d & a g, secando sphæram. fiet autem communis sectio circumferentia, circuli quidem ex prima huius, magni verò per diffinitionem, habebit enim & centrum & diametrũ sphæræ, diameter autem circuli in sphæra signati sit linea d 3 b, & linea polaris secunda g d. Quoniam igitur quadratum a g duplum est quadrato a d per hypothesim. quadratum autem a g duobus quadratis linearũ a d & d g ęquale est per penultimam primi, quòd angulus a d g in semicirculo rectus sit, erit quadratum a d æquale quadrato d g, & ideo linea lineæ æqualis. vterque autem angulorum a 3 d & g 3 d est rectus per 4 huius & diffinitionem lineæ perpendicularis ad superficiem, linea igitur d 3 cõmuni, erit per penultimam primi & communem scientiam quadratum a 3 æquale quadrato 3 g, & ideo costa a 3 costæ 3 d æqualis. est autem a g d diameter sphæræ, vt supra declarauimus, necessariò igitur 3 centrum circuli signati erit centrum sphæræ: per diffinitionem itaq; circulus ille maior est. Quandocunq; ergo linea polaris circuli cuiusdam potentialiter subdupla est diametro sphæræ aut æqualis costæ quadrati magno circulo sphæræ inscriptibilis, ipse circulus maior est, quod expectabas declarandum.

XI.

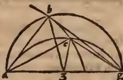
Omnis circulus maior in sphæra lineam polarem utranq; habet potentialiter subduplam diametro sphæræ, æqualemq; lateri quadrati, quod ipsi circulo magno inscribitur. Vnde manifestum est arcum circuli magni, à polo ad circumferẽtiam circuli signati demissum, esse quadrantem circumferentiæ suæ.

In figura præcedentis addo duas lineas a b & b g. intelligendo 3 centrum & lineam b 3 d diametrum circuli in sphæra signati, Dico, quòd vtraq; linearum a

rum a b & b g polarium potentialiter subdupla est diametro sphæræ, & æqualis lateri quadrati, magno circulo ipsius sphæræ inscriptibilis. Erit enim per 4 huius vnusquisque quatuor angulorum apud 3 rectus, quatuor itaque trianguli, quibus vertex communis est punctus 3, bina latera habentes æqualia, semidiametros scilicet sphæræ, per 4 primi bases habebunt æquales. vnusquisque autem angulorum totaliũ, qui apud puncta a b g d sunt, rectus declaratur ex 30 tertij. per diffinitionem igitur a b g d quadratum est, inscriptum quidem circulo maiori a b g d: sicque secunda pars theorematis ostensa est, vnde & per penultimam primi confirmabimus primam partem. Corollarium autem nemo dubitabit, postquàm ex 28 tertij quatuor chordas æquales, costas scilicet quadrati prædicti, quatuor arcus æquales abscindere declarabimus.

XII.

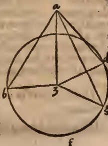
Si ab aliquo puncto superficiei sphæræ duo quadrantes duarum circumferentiarum magnarum egredientes, ad eundem arcum circuli magni terminentur, punctus ille erit polus circuli, ad cuius arcum dicti quadrantes terminantur.



Sit punctus a in superficie sphæræ signatus, à quo egrediantur duo quadrantes circumferẽtiarum magnarum angulariter coniuncti, qui sint a b & a c, & terminentur ad arcum circuli magni b c. Dico, quòd a sit polus circuli magni, cuius erat arcus ille b c. Producam enim per centrum sphæræ 3 diametrũ a 3 g, complendo duas semicircumferẽtias magnas a b g & a c g. item binas chordas duorum quadrantũ dictorum & duorum quadrantum residuorũ, qui sunt g b & g c. duas postremò semidiametros circuli b c, quæ sint 3 b, & 3 c. Quoniã igitur duo trianguli a 3 c & c 3 g bina latera habent æqualia, duasque bases suas a c & c g per præcedentem æquales, erunt per 8 primi duo eorũ anguli apud 3 æquales: quare duæ lineæ a 3 & 3 c perpendiculariter sibi inuicẽ insistunt. Non aliter declarabitur lineam a 3 perpendiculariter insistere lineæ 3 b. per 4 igitur vndecimi linea a 3 perpendiculariter incidit superficiei cõplectenti duas lineas 3 b & 3 c, quæ quidẽ superficies est ipse circulus magnus, quem supra notauimus, & ideo per 5 huius punctus a erit polus circuli b c, quod erat demonstrandum.

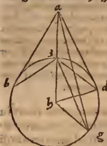
XIII.

Si à puncto superficiei sphæricæ ad circumferentiam circuli cuiuscunque in sphæra signati, plures quàm duæ æquales rectæ lineæ descenderint, punctus ille dicti circuli polus habebitur.



Sit punctus a in superficie sphærica notatus, à quo ad circumferentiam circuli b g d plures quàm duæ æquales rectæ lineæ descendant, quæ sint verbi gratia tres a b, a g & a d. Dico, quòd a sit polus circuli b g d. Demittatur enim ab a puncto ad superficiem circuli b g d, per 11 vndecimi perpendicularis a 3, cuius pedi puncto scilicet 3 tria puncta b g d copulabimus per tres lineas 3 b, 3 g & 3 d, claudendo tres angulos a 3 b, a 3 g & a 3 d, quorum angulos apud 3 punctum rectos esse oportet, conuersa diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem. cum itaque tres lineæ æquales ad circum-

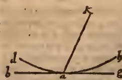
ferentiam circuli descendentes, illos rectos subtendant angulos, per penultimam primi & communes scientias linea a 3 communi existente, tribus dictis triangulis tres lineæ 3 b, 3 g & 3 d æquales habebuntur: quare per 9 tertij 3 erit



centrum circuli b g d, & ideo per 5 huius punctum a esse polum circuli b g d confiteberis, quod libuit attingere. Assumpsimus autem in hoc processu punctum 3 cadere intra circulum cuius rei certitudinē accipies hoc pacto. Non enim potest punctus 3 esse in circumferentia circuli, si enim ita fuerit sententia quidem aduersarij, à centro circuli, quod sit h, in nulla linearum 3 b, 3 g & 3 d existente, ducantur tres semidiametri h 3, h g & h d, erit itaq; per octauam primi angulus 3 h d æqualis angulo 3 h g, pars toti, quod est impossibile. Simile incōueniens concludemus aduersario putanti punctum 3 extra circulum cadere, huiusmodi autem impossibilibus interemptis, reliquum est, vt punctus 3 in superficie circuli b g d reperiatur.

XIIII.

Omnes duæ superficies planæ in puncto uno communicantes, in linea quoq; recta per punctum ipsum incedente, si indefinitæ extendantur communicabunt. hæc autem linea communis earum sectio habebitur.

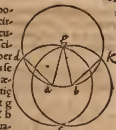


Sit punctus a communis duabus planis superficiebus. Dico, quòd ipsæ superficies, si indefinitæ extendantur, in linea per a punctū transeunte, communicabunt, & in ea linea se intersecabūt. Intelligatur enim tertia superficies plana duas prædictas in puncto a communi secans, fiatq; sectio communis superficiei tertiæ cum altera propositarum, linea recta b a g per 3 vndecimi, quę si fuerit, etiam in reliqua constabit prima pars theorematis. Si verò non sit communis sectio huius tertię superficiei, & reliquæ duarum propositarum linea d a h, educaturq; à puncto a in superficie tertia linea a k, argumento igitur 13 primi duo anguli d a k & k a h duobus rectis ęquiualent. similiter duo anguli b a k & k a g duos valent rectos, quare duo recti minores erunt duobus rectis, quod est impossibile, quo interempto, primam propositionis partem astruemus. Similiter probabimus, quòd duæ superficies illæ in linea communi prædicta se intersecabunt. Si enim non intersecent se in ea, intelligatur tertia superficies secans prædictas duas, non quidem in linea communi iam dicta, sed in alia. secet autem & hæc tertia superficies lineam in qua cōmunicant duæ propositæ superficies in puncto a, à quo educatur linea a k in superficie tertia, quo facto, duos angulos rectos duobus angulis rectis minores esse concludemus, quod est impossibile. Non possunt igitur duæ propositæ superficies non cōmunicare in linea recta, & in ea se intersecare, quod erat lucubrandum.

XV.

Per duo puncta in superficie sphæræ signata, circulum magnum producere.

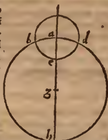
In superficie sphæræ notentur duo puncta a & b, per quæ si producendum velis



velis circulum magnum super puncto a tanquam polo, secundum quantitatem costæ quadrati magno circulo sphæræ inscriptibilis, quæ sit a d, describe circulum e d g, secundum eandem quoque quantitatem, scilicet secundum lineam d b k, æqualem ipsi a d super polo b circulum e g k describas, hos duos circulos se inuicem secare ex præmissa liquet, quòd centrū sphæræ commune habeant. secent igitur se circumferentię eorum in punctis e & g, quorum alterum videlicet g duobus punctis a & b copulabo per lineas a g & b g, quas necesse est esse ęquales, & vtranque earum æqualem esse lineæ a d aut b k costæ scilicet quadrati magni, duę enim polares lineæ a d & a g æquales sunt, ponebatur autem b k ęqualis ipsi a d, quare & a g æquabitur lineæ b k, cui etiam b k æqualis existit: sunt enim b g & b k lineę polares, ab eodem polo vnius circuli descendentes, circulus igitur descriptus super g puncto tanquam polo, transibit per vtrunque punctorū a & b, magnus aūt erit per 8 huius, quòd linea polaris sua g a æqualis sit costæ quadrati magni. Quo igitur pacto propositum efficere oporteat, satis ostendimus.

XVI.

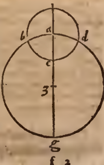
Circulus magnus per unúm polum alterius circuli incedens, per reliquum quoque transibit polum.



Circulus magnus a b g d per polum a circuli b e d transeat. Dico, quòd transibit etiam per reliquū eius polum. Continuemus enim polum a cum centro 3 circuli magni prædicti, quod & sphæræ ipsi cōmune est per lineam a 3, quæ producta amplius, donec superficiei occurret sphæricę per 4 aut 7 huius, reliquum polum circuli b e d offendet, qui sit h. Si itaque linea 3 h pars scilicet lineæ a h fuerit in superficie circuli magni a b g d, verū enūciabat propositio: si verò nō, lineę rectæ a h pars erit in plano & pars in sublimi, quod est impossibile per primā vndecimi. Circulus igitur a b g d, per polū a circuli b e g transiens, reliquū eius polū præterire non poterit, quod libuit declarare.

XVII.

Circulus magnus in sphæra per polum alterius circuli transiens, eum per æqualia & orthogonaliter secabit.

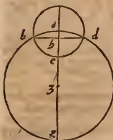


Sit circulus magnus a b g d, cuius centrū 3 transiens per polum a circuli b e d. Dico, quòd circulus a b g d secabit circulum b e d per æqualia & orthogonaliter. Ducatur enim à polo a ad centrum 3 circuli a b g: quod & ipsi sphæræ est commune: linea a 3, quæ cum sit in superficie circuli a b g d, & transeat per centrum circuli b e d, ex diffinitione quidem circuli magni, si b e d circulus magnus fuerit, aut per septimam huius, si minor, necesse quoque erit, vt circulus a b g d per centrum circuli b e d transeat: quare secabit eum per æqualia. Præterea quoniam linea a 3 ex polo a ad centrum circuli b e d descendit (siue

illic quiescat, siue vltra porrigatur, nihil refert) erit ipsa per quartam huius perpendicularis ad superficiem circuli b e d: quare per 18 vndecimi superficies circuli a b g d per ipsam lineam a 3 incedens, orthogonalis erit ad superficiem circuli b e d, quæ fuere lucubranda.

XVIII.

Si quis in sphæra circulus alium per æqualia & orthogonaliter secuerit, ipse magnus erit, & per polos eius quem secat transibit.



Hæc conuertit præmissam. Circulus a b g d secet circulum b e d per æqualia & orthogonaliter. Dico, quòd circulus a b g d magnus est. Sit enim communis eorum sectio linea b d, quam oportet esse diametrum circuli b e d, quemadmodum ex hypothesi trahitur, cuius punctus h sit centrum circuli b e d, à puncto autem h in superficie circuli a b g d egrediatur orthogonalis ad diametrum b d, quæ etiam orthogonalis erit ad superficiem circuli b e d, ex diffinitione superficiei orthogonaliter supra superficiem erectæ & quarta vndecimi: quare per quintam huius orthogonalis illa transibit per polos circuli b e d. vnde & circulus a b g d orthogonalem prędictam continens per polos huiusmodi incedet. Item per 3 huius ipsa orthogonalis transibit per cētrum sphæræ: si igitur vtrinq; ad superficiem sphæræ aut circumferentiam circuli a b g d porrecta fuerit, ipsa erit diameter: sphæræ quidem per diffinitiónem, circuli autem a b g d, quòd per centrum eius transeat aut per corollariū primæ tertij. secat enim chordam b d per æqualia & orthogonaliter: per diffinitionem igitur circulus a b g d magnus est, quę oportuit explanare.

XIX.

Omnes circuli magni in sphæra per æqualia se inuicem secant.

Commune enim omnibus circulis magnis in sphæra diffinitur centrū sphæræ: quicunq; igitur duo circuli in hoc vno puncto participant, & in linea recta punctum ipsum recipiente, tanquam sectione communi participabunt 12 huius confirmante, hæc autem sectio communis vtriusq; circulorum erit diameter, vtrunq; eorum per æqua scindens, quare & ipsi per æqua se scindent, quod nostra enunciabit conclusio.

XX.

Omnis circulus magnus per polos circuli in sphæra magni ad quē ipse erectus est transibit.

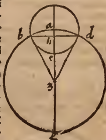
Linea nanq; à centro eorum communi (omnes enim circuli magni in centro sphæræ participant) ad sectionem communem in altero eorum orthogonaliter egrediens ad reliquum, erit orthogonalis per diffinitionem superficiei supra superficiem erectæ & quartam vndecimi: quare per quintam huius ad polos eius perueniet. cumq; ipsa superficiem circuli erecti non egrediatur, necessariò ipse circulus erectus circuli substrati polos complectetur, & hoc decuit confirmare.

XXI.

Quicunq; circulus magnus alium in sphęra minorem circulum orthogonaliter secat, ipsum quoq; per æqua partietur, & si per æqualia

scindet,

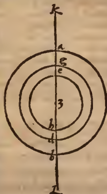
ſcindet, orthogonaliter eũ ſecabit. Vnde polos circuli minoris præterire non poterit circulus ipſe magnus.



Secet enim circulus magnus a b g d, cuius centrũ 3 circulum minorem b e d orthogonaliter ſecundum lineam b d. Dico, quòd ſecabit eum per æqualia, quem ſi per æqua ſecuerit, orthogonaliter quoq; ſecuiſſe prædicabo. Diuiſa enim ſectione communi b d per æqualia in puncto h, ducatur à centro ſphæræ circuli magni a b g d, quod eſt 3, ad punctum h linea 3 h, quæ ex diffinitione ſphæræ & octaua primi ductis duabus ſemidiametris 3 b & 3 d, perpendicularis erit ad ſectionem communem b d: quare per diffinitionem ſuperficiei erectæ ad ſuperficiem & quartam vndecimi linea 3 h orthogonalis erit ad ſuperficiem circuli b e d, & ideo per corollarium primæ huius punctus h erit centrum circuli b e d, & linea b d diameter eius: quæ cum ſecet circulum b e d per æqualia, eundem quoq; circulus a b g d ſecabit per æqualia, quod aſſeruit prima pars theorematis. Secet deniq; eum per æqualia, linea d b diametro circuli minoris exiſtente, in qua punctus h centrum eius accipiatur, quòd cum centro 3 circuli magni & ſphæræ ipſius copulabimus per lineam 3 h, quam ex ſecunda huius perpendicularem eſſe oportet ad ſuperficiem circuli b e d: quare & per 18 vndecimi ſuperficies circuli a b g d ad ipſam orthogonalis erit. Circulus igitur a b g d circulum b e d orthogonaliter ſecabit, quod erat exponendum. Neceſſe autẽ eſt, ex vtraq; hypotheſi & eis quæ in proceſſu præſenti recitauimus, lineam 3 h vtrinq; ſuperficiei ſphęricę occurrentem circuli b e d polos inuenire, cumq; ipſa ſuperficiem circuli a b g d egredi non poſsit, ipſe circulus a b g d maior polos circuli minoris non præteribit, quod pollicebatur corollarium.

XXII.

Omnes circuli in ſphæra, quibus communes duo poli ſibi inuicem æquediſtant: & ſi fuerint æquediſtantes quotlibet circuli, duos polos habebunt communes. Vnde patet, quotlibet circulorum in ſphæra æquediſtantium centra cum polis ſuis in una reperiri linea recta.

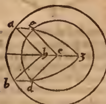


Sint tres aut plures circuli quotlibet a b g d, & e h in ſphæra vna, quibus duo poli k & l communes exiſtant. Dico, quòd ipſi inter ſe æquediſtabunt, qui ſi ponantur æquediſtantes in polis duobus communicabunt. Continuabo enim duos polos k & l per lineam k l, quæ per 7 huius tranſibit per centrum ſphęræ, centraq; omnium circulorum æquediſtantium: quare per quartam huius vniuerſis circulis orthogonaliter incidet, & ideo per 14 vndecimi circuli dicti inter ſe ęquediſtabunt, quod enunciabat prima pars theorematis noſtri. Sed ponamus eos ęquediſtantes, producamusq; à cẽtro ſphęrę ad centrum vnius eorum lineam rectam, quę

per 2 eius perpendicularis erit ad superficiem circuli,ad cuius centrū ipsa producitur.Hæc autem linea vtrinq; ad superficiem sphæræ extensa, reliquis omnibus circulis æquedistantibus perpēdiculariter incidet ex hypothesi & 14 vndecimi:quare per corollarium primæ huius per centra singulorum transibit, & ideo ex 5 huius per polos omnium incedet. cumq; polos in superficie sphæræ duntaxat signare soleamus,ipsa autem sæpedicta linea in superficie sphęrę duo tantùm offendit puncta,constat puncta huiusmodi esse polos omnibus circulis æquedistantibus cōmunes,quod asserebat secunda pars propositionis. Corollarium autem huius ex corollario primæ,& 7 huius confirmabitur.

XXIII.

Omnes duo circuli magni ex circulis in sphæra æquedistantibus, per quorum polos incedunt,arcus absumunt similes.



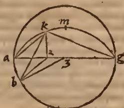
Sint duo circuli ęquedistantes a b & g d in sphęra vna,communem ex præcedenti habentes polum 3,per quem & sibi oppositum polum incedant duo circuli magni,quorum arcus duntaxat in figura hac posuisse satis est,qui sint 3 a & 3 g,secantes circumferentias circulorum æquedistantium , circuli quidem a b in punctis a & b,circuli verò d g in punctis g & d.Dico,quòd duo arcus a b & g d sint similes.Egrediatur enim à polo 3 ad polum sibi oppositum linea recta, quam constat esse communem sectionem duorum circulorum magnorum in qua necesse est reperiri duo centra circulorum a b & g d ex corollario præcedentis.sit igitur h centrum circuli a b,& e centrum circuli g d,à quibus binæ educantur semidiametri ad quatuor puncta sectionum,quæ sint h a,& h b quidem circuli a b,e g autem & e d circuli g d. oportet autem has semidiametros esse in communibus sectionibus duorum circulorum magnorum,& ipsorum æquedistantium,quòd puncta eas terminantia in vtrisq; circulis existant. Quoniam itaque circulus a g 3 secat duos circulos æquedistantes a b & g d,erunt per 15 vndecimi duæ lineæ a h & g e sectionis communis æquedistantes, similiter duæ lineæ b h & d e æquedistabunt.duæ igitur lineæ a h & b h angulariter coniunctæ æquedistant duabus g e & d e angulariter cōiunctis, & ideo per vndecimi angulus a h b,æqualis erit angulo g e d,vtriusq; ergo eorum ad quatuor rectos vna est proportio, quæ quidem, vt ex vltima sexti trahitur, est tanquam vtriusq; duorum arcuum a b & g d ad suam circumferentiam.proportio itaq; arcus a b ad suam circumferentiam est,vt arcus g d ad suam.per diffinitionem igitur duo arcus a b & g d duobus circulis magnis intercepti sunt similes, quod oportuit explanare.Non aliter procedemus, si plures quàm duo æquedistantes circuli nobis offerantur,nisi quòd media,quibus freti sumus, quoties res ipsa poposcerit,ingeminemus.

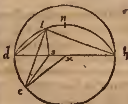
XXIIII.

Si super duas diametros duorum circulorum æqualium erigantur duæ portiones unius circuli æquales, aut duorum circulorum æqualium,ex ipsis autem portionibus accipiantur duo arcus æquales, quorum uterq; minor sit dimidio arcu portionis suæ, itemq; ex circumferentijs circulorum arcus æquales conterminales quidem arcubus porc

bus portionum acceptis, lineæ rectæ continuantes extrema arcuũ acceptorum æquales erunt, & si lineæ ipsæ sint ęquales, arcus autem portionum æquales, minores tamen dimidijs arcubus suarum portionũ, arcus quoq; circulorum æquales erunt.

Sint duo circuli a b g & d e h ęquales, à quorum diametris a g & d h exurgant duæ portiones ęquales a k g & d l h vnius circuli, aut duorum circulorum æqualium, orthogonales ad circulos subsubiacentes, quarum portionum vertices sint puncta m & n, diuidentia arcus portionum per æqualia, accipiaturq; ex vna earum arcus a k minor arcu a m, ex reliqua verò d l minor arcu d n, sed & duo arcus a b & d e circulorum substratorum æquales statuantur, productas itaq; lineas rectas b k & e l æquales, concludam hac argumentatione. A duobus punctis k & l duas perpendiculares k r & l s, demitto ad sectiones communes circulorum & portionum, punctaq; b & e pedibus perpendicularium demissarum & centris circulorum copulabo, b quidem per lineas b r & b 3, e autem per lineas e s & e x, duasq; chordas k g & l h in portionibus ipsis ponam. Quia itaq; duo arcus a k & d l æquales sunt, erunt duo





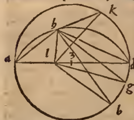
anguli k g r & l h s æquales, vterq; autem angulorum apud puncta r & s rectus est, latus autem k g trianguli k g r æquatur lateri l h trianguli l h s propter duos arcus k g & l h æquales: quare per 26 primi duo latera residua trianguli k g r duobus lateribus reliquis trianguli l h s æqualia erunt, r g quidem ipsi s h & k r lateri l s. demptis ergo circulorum æqualibus semidiametris, relinquetur r 3 æqualis ipsi s x, est autem b 3 æqualis ipsi e x, sunt enim ex hypothesi duo circuli æquales, quorum ipsæ semidiametri habentur, angulus autem b 3 r æquatur angulo e x d propter arcus a b & d e, quos hypothesis æquales subiecit, vltima sexti cooperante: quare per quartam primi basis b r trianguli b 3 r æquabitur basi e s trianguli e x s. Cum autem vtraq; linearum k r & l s demissa sit perpendiculariter ad sectionem communem superficierum, ex diffinitione superficiei ad superficiem erectæ, & quarta vndecimi, erit vtraq; earum perpendicularis ad superficiem circuli sibi substrati, & ideo per diffinitionem perpendicularis ad omnem lineam in substrata superficie sibi conterminalem. duo igitur anguli b r k & e s l recti sunt, quos cum circumdent ęqualia latera quemadmodum deductum est, erunt per 4 primi duæ lineæ b k & e l rectis angulis oppositæ æquales, quod enunciabat theorematis nostri prima pars. Quod si eas lineas ponendo ęquales velimus ostendere æqualitatem arcuum a b & d e, reliquis vt antehac manentibus, hoc pacto ratiocinabimur, propter duas lineas b k & k r ęquales duabus e l & l s, angulosq; apud r & s rectos penultima primi & cõmunibus scientijs confirmantibus, linea b r æqualis erit lineæ e s, basis videlicet trianguli b r 3 basi trianguli e s x, quorum etiam bina latera sunt æqualia, quemadmodum in priori processu explanauimus: quare per 8 primi duo eorum anguli b 3 r & e x s in centris suorum circulorum quiescentes æquabuntur, & ideo per 26 tertij duos arcus a b & d e æquales esse oportebit, quod promittebat secunda

pars propositionis. Aduertendum tamen, quòd si ex erectis portionibus arcus æquales absumpserimus, non minores, sed maiores dimidijs arcubus suarum portionũ cæteris vt antea manentibus, eandem per omnia passionem demonstrabimus, syllogismo etiam non mutato. Præterea si erexeris semicirculos æquales, idem accidet, verùm semicirculis erectis, aut portionibus minoribus semicirculo perpendiculares demittendæ occurrent diametris circulorũ substratorum, forma igitur superioris argumentationis haud mutabitur. Si verò portiones semicirculo maiores statuerimus, possibile erit ex eis abscindere arcus æquales adeò paruos, vt perpendiculares supradictę non offendant diametros substratorum circulorum, sed occurrant eis extra circulos suos prolongatis, aut fortasse fient diametris conterminales. Postremò quod de duobus substratis circulis diximus, ad vnicum applicare poterimus, siue supra diametrum eius vnam portionem, siue plures erexerimus. Igitur secundum hęc variabisparumpèr figurationem, processum autem demonstratum, si supradicta satis tenueris, facilè comparabis.

XXV.

Si ex portione supra diametrum circuli erecta arcum minorem dimidio arcu portionis absumpseris, omnium linearum rectarum ab eius puncto terminali ad circumferentiam circuli substrati demissarũ chorda arcus absumpti erit breuissima: chorda autem residui arcus portionis omnium longissima, reliquæ uerò, quo breuissime sunt uiciniores, eo sunt remotioribus breuiores, æqualiter autem à breuissima remotæ, æquales habebuntur.

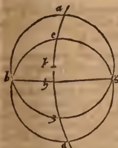
Sit circulus a b g d, super centro 3, cuius diameter a 3 d sit chorda portionis a h d orthogonaliter insistentis circulo dicto, sumaturq́ arcus a h minor dimidio arcu portionis, à cuius puncto h ad circumferentiam circuli a b g d demittantur lineæ rectæ, h a quidem chorda arcus h a, & h d chorda arcus residui, itemq́ quotlibet aliæ lineæ rectæ, quarum duæ h b & h g inæqualiter à breuissima distantes, duę verò h b & h k æqualiter ab ea remotæ, demonstrationi perficiendæ sufficient. Dico, quòd chorda a h omnium demissarum linearum est breuissima, & chorda d h omnium longissima, linea autem h b breuior linea h g, quod sic accipias. A puncto h ad diametrum a d perpendicularis descendat h l, cuius pedi puncto scilicet l duo puncta b & g cõnectantur per lineas b l & g l, oportet autem punctum l distare à centro 3 versus a punctum: quoniam ex 44 primi huius casus a l minor est casu l d propter latus a h trianguli a h d, minus latere h d, quod comitatur hypothesim. puncto igitur l præter centrum circuli a b g d signato, erit per 7 tertij linea l a omnium ab eo puncto ad circumferentiam circuli egredientium linearum breuissima, l d autem omniũ longissima, item l b breuior linea l g. Cum autem h l in superficie alterius duarum superficierum orthogonaliter se secantium, sectioni earum communi orthogonaliter insistat, erit ipsa per diffinitionem superficiei ad superficiem erectæ, & quartam vndecimi orthogonalis ad reliquam, & ideo per diffinitionem lineæ erectæ ad superficiem, ipsa erit orthogonalis ad omnem lineam sibi in reliqua superficie conterminalem: quare omnes anguli, quos ambiunt lineæ à puncto



puncto l egredientes, cum ipsa linea h l recti habebuntur. si igitur quatuor triangulos in latere h l communicantes notaueris: quorum reliqua latera sunt lineæ ab h puncto demissæ, & ab l puncto egredientes per penultimam primi & communes animi conceptiones confiteberis lineam h a omnium demissarum linearum esse breuissimam, & h d longissimam, h b verò breuiorem lineam h g, & lineã h k æqualem h b, quæ pollicebamur demonstranda. Huiusmodi passionem demonstrabimus etiam de semicirculo erecto supra diametrum circuli, non aliter quàm de portione quam minorem posuimus semicirculo, simile præterea accidit portioni maiori semicirculo, verùm perpendicularis h l non semper residebit in diametro circuli substrati: nam possibile est abscindere arcum ex huiusmodi portione adeò paruum, quòd perpendicularis dicta non occurrat diametro, nisi extra circulum prolongetur, aut fortasse concurret cũ ea in termino suo, quod cũ euenerit, vtemur & 7 tertij in processu demõstratiuo, vbi pridem adduximus 7 tertij, reliquà verò omnia prorsus repetemus.

XXVI.

Circulus magnus in sphæra transiens per polos duorum circulorum se secantium, diuidit arcus separatos eorum per æqualia. & si diuiserit arcus eorum separatos per æqualia, transibit per polos eorum, quòd si arcus unius eorum per æqua partiatur, per polum alterius eorum transeundo, ipse quoq; arcus separatos reliqui diuidet per æqualia, & per polos amborum incedet.

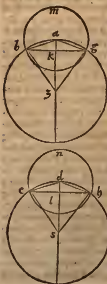


Sint duo circuli in sphæra a b g & e b g quælescunq; secantes se in punctis b & g, per quorum polos incedat circulus magnus a e 3 d, secãs binos arcus separatos circulorum a b g & e b g in punctis a, e, 3 & d. Dico, quòd arcus a b æqualis est arcui a g, & b 3 æqualis g 3. Item duo arcus b e & e g inuicem, duoq; arcus b d & d g sibi æquales erunt. Polus nanq; circuli a b g sit k, & polus circuli e d g sit punctus h, à quo ad duo puncta b & g protrahantur duæ rectæ h b & h g, quas oportet esse æquales, h polo circuli e d g existẽte. Quoniam igitur circulus a e 3 d transit per polos amborum circulorum, ipse secabit vtrunq; eorum per æqualia & orthogonaliter ex 17 huius: quare portio a e 3 erigitur supra diametrum circuli a b g, ex qua abscinditur arcus 3 h minor dimidio arcu portionis, à cuius termino h duæ rectæ æquales ad circumferentiam circuli a b g descendunt, fit igitur per 24 huius arcus b 3 æqualis arcui 3 g, cumq; vterq; arcuum a b 3 & a g 3 sit semicircũferentia circuli, quòd circulus a e d transiens per polum circuli a b g, secet eum per æqualia, demptis vtrobiq; æqualibus arcubus, manebit arcus a b æqualis arcui a g. Non aliter ostendemus arcum e b æqualem esse arcui e g, si portionem e h d supra diametrum circuli e b g erectam esse intellexerimus, erit enim arcus e k minor dimidio arcu portionis suæ, lineæq; à puncto k ad duo puncta b & g demissæ, æquales probabuntur, k polo circuli a b g existente. Hinc etiam reliqui duo arcus b d & d g æquales ostendentur, primæ igitur parti theorematis assentire compellimur, sed pone circulum a e 3 d diuidere arcus separatos eorum per æqualia in punctis a e 3 & d. Dico, quòd transibit per polos eorum. Si enim non, transeat alius circulus magnus per polos eorum, quod quidem possibile

est per 16 huius, qui per iam demonstrata transibit etiam per quatuor pũcta a, e 3 & d. secabunt ergo se duo circuli magni in sphæra in istis quatuor pũctis: quare per 19 huius vnusquisqꝫ arcuum a e, a 3, e 3 & e d erit semicircumferentia, omnes autẽ semicircũferentię vnius circuli ęquales perhibentur, pars igitur ęqualis erit toti, quod est impossibile. Nõ potest ergo circulus alius trãsire per polos huiusmodi nisi ille, qui dicta quatuor puncta transcurrit. Cum itaqꝫ per omnia duo pũcta in superficie sphęrę signata transire possit circulus magnus, vt ex 15 huius didicimus, & non potest transire per duos polos k & h alius circulus pręter eum, qui per quatuor puncta a, e, 3, d incedit, manifestũ est, quòd circulus magnus per quatuor dicta puncta transiens, duos polos pręterire nõ poterit, qui tandem ex 16 huius per reliquos duos polos incedere cogitur, & illud proponebat pars secunda. Postremò si circulus a e 3 d secuerit, verbi gratia, arcum b a g per mediũ in puncto a, & transierit per polos alterius se secantium circulorum. Dico, quòd secabit & reliquũ per ęqualia per polos amborũ transeundo. Si enim non, secet eos alius quispiam per ęqualia, aut transeat per polos eorum, ille igitur per polos amborum incedens, secabit arcus separatos eorum per ęqualia, communicabunt itaqꝫ duę circumferentiæ circulorum magnorum in tribus punctis, videlicet duobus polis alterius eorum & puncto a, eritqꝫ vnusquisqꝫ arcuum inter duo quælibet puncta comprehensus, semicircumferentia per 19 huius, vnde sequitur partem suo toti ęqualem esse, quod est impossibile. Nõ igitur stabit hęc hypothesis, nisi circulus ille transeat per polos amborũ, & secet vtriusqꝫ arcus separatos per ęqualia, quę fuere demonstranda.

XXVII.

Omnes circuli secundum æquales lineas polares descripti in sphæra una, aut diuersis æqualibus tamen, æquales existunt. & si circuli æquales fuerint, lineas eorum polares æquari necesse est.



Si lineæ polares lateri quadrati magni æquales habeantur, constabit per 8 huius & diffinitionem: omnes circulos & magnos & æquales inuicem esse. Sed ponamus eas minores aut maiores huiusmodi latere quadrati magni, sintqꝫ a g & d h secũdum quas duo circuli b m g & e n h in sphæra vna, aut diuersis æqualibus tamen describantur, quos dico esse ęquales. Transeant enim per polos eorum qui sint a & d duo circuli magni a b g, cuius centrũ 3, & d e h super centro s, qui per 15 huius secabũt descriptos circulos per æqualia & orthogonaliter, sintqꝫ cõmunes sectiones lineæ b g & e h, descendant demum à polis a & d aliæ duę polares lineę a b & d e prædictis duabus æquales, à centris autem circulorum binæ egrediantur semidiametri 3 b & g 3 circuli a b g, s e autem & s h circuli d e h, erit igitur ex hypothesi & 26 tertij arcus a g æqualis arcui d h, itemqꝫ arcus a b æqualis arcui d e, quare per communem scientiam totus arcus b g toti arcui e h æqualis habebitur, & ideo per 29 tertij chorda b g, quę est etiam diameter circuli b g m ęqualis erit chordę e h, quę est diameter circuli e h: quare per diffinitionẽ circulorũ ęqualium patebit prima pars theorematis. Conuertendo autem

autem processum iam recitatum, facile concludemus ęqualitatem linearũ polarium, si prius circulos ipsos subiecerimus ęquales, erunt enim duę eorũ diametri b g & e h ęquales per conuersionem diffinitionis circulorũ ęqualium, vnde & per 28 tertij arcus b g & e h, quorum ipsæ sunt chordæ, ęquales inuenientur: quare per cõmunem scientiam arcus eorum dimidij a g scilicet & d h non erunt inęquales, & ideo per 29 tertij chordę suę a g & d, quæ & polares lineę sunt, ęquales demõstrabuntur. vtrãq; igitur theorematis partem firmauimus, quod quidem studiosus expectabat discipulus.

X X V I I I.

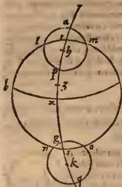
Omnes minores circuli æquales à centro sphæræ eos continentis æqualiter distant, & si ab eo centro æqualiter distiterint circuli minores quotlibet, ipsos æquales esse conuincemus.

Sint duo circuli minores a b & g d, aut plures quotlibet in sphęra ęquales. Dico, quòd ipsi ęqualiter distent à cẽtro sphæræ, qui si fuerint ęquedistantes à centro sphęrę, ęquales necessario habebuntur. Primam partem sic confirmabimus. A centro sphęrę quod sit 3 ad centra duorum circulorum h & k educantur duę lineę 3 h & 3 k, ductæq; semidiametri sphęræ 3 b & 3 g, quarum duos terminos cõnectemus per lineas h b & k g, eritq; per 2 huius vtraq; linearum 3 h & 3 k perpendicularis ad superficiem circuli cui incidit, & ideo per diffinitionem perpendicularis ad semidiametrum sibi cõterminalem: quare vterq; angulorum 3 h b & 3 k g rectus habetur. oportet autem & semidiametros h b & k g esse ęquales propter circulos eorũ, quos hypothesis ęquales tradidit: per penultimam igitur primi & communes scientias erit 3 h linea ęqualis 3 k, vnde & per diffinitionem circuli dicti æqualiter à centro sphęrę distabunt, quod intendebat prima pars propositionis. Sed ponantur duo circuli prædicti ęqualiter distãtes à centro sphęrę, quamobrem oportebit duas lineas 3 h & 3 k esse ęquales, vnde ex medijs pręassumptis duas semidiametros h b & k g ęquales esse cõstabit. diametris ergo circulorũ æqualibus existentibus, ipsi circuli per diffinitionẽ circulorum ęqualium ęquales habebuntur, quod asseruit secunda pars theorematis. Poterimus autem & has mutuas passiones demõstrare de circulis diuersarum sphærarum æqualium tamen, non aliter quàm de circulis vnius sphæræ.

X I X.

Si duos circulos minores in sphæra æquales & æquedistantes, circulus quidam secet magnus per polos eorum non transiens, arcus ex eis coalternos abscindet æquales. circulus præterea magnus duobus prædictis æquedistans, arcus circuli inclinati interceptos duobus circulis æquedistantibus minoribus per æqualia secabit.

Ex duobus circulis minoribus a l p & g n q in sphæra vna æqualibus & æquedistantibus, circulus magnus l b o d per polos eorum non incedens, secet arcus coalternos l a m & n g o, quibus quidem circulis æquedistet circulus magnus b x d, secans duos arcus l n & m o circuli l b o d in duobus punctis b & d. Dico, quòd arcus l a m æqualis est arcui n g o, & arcus l p m arcui n q o æqualis, & quòd circulus magnus b x d æquedistans duobus minoribus, duos arcus l n & m o per æqua scindet in punctis b & d. Duos enim polos per 22 huius communes esse oportet, tribus dictis circulis æquedi-



ſtantibus, qui ſint h & k, polus autem circuli l b o d ſit punctus 3, per duos itaq; polos h & 3 incedat circulus a h 3 k 15 huius edocente, qui tranſibit etiam per punctū k ex 16 huius. Cum itaq; arcus r s ſit ſemicircumferentia per 19 huius, arcusq; h k ſit medietas circumferentiæ, quod duo poli h & k diametrum ſphæræ terminent, quemadmodum ex 10 huius trahitur, ablato arcu communi h s, relinquetur arcus h r æqualis arcui k s. ex hypotheſi autem huius duo arcus k g & h a æquales ſunt, quare & reſiduus a r reſiduo g s æqualis habebitur. Supra diametrū autem circuli l b o d erectæ ſunt duę portiones æquales, ex quibus ſumuntur arcus ęquales r h & s k, quorum vterq; minor eſt dimidio arcu portionis ſuæ, lineæq; à punctis h & k ad duo puncta m & o protenſæ, æquales ſunt per hypotheſim huius, quare per 24 huius arcus a m æquabitur arcui s o, arcus autem r m æqualis eſt arcui l r, ſimiliter arcus s o arcui s n, cum circulus a h 3 k per polos horum circulorum ſe ſecantium tranſeat. Rurſus quoniam ſupra diametros duorum circulorum a l p & g n q, erectæ ſunt duę portiones æquales a p & g q, ex quibus abſumpti ſunt arcus æquales a r & g s, quorum vterq; minor eſt dimidio arcu portionis ſuę, lineæ verò à punctis r & s ad puncta circulorum ſubſtratorum m ſcilicet & o protenſæ ſunt æquales, propter arcus r m & s o, quos æquales nuperrimè cōcluſimus, erit per 24 huius arcus a m æqualis arcui g o, arcus autem a m æquatur arcui a l, & arcus g o arcui g n propter circulum magnum a h 3 h, per polos circulorum ſe ſecantium tranſeuntem: quare totus arcus l a m æquabitur toti arcui n g o, reliquusq; l p m reliquo n q o non erit inęqualis. conſtat ergo prima pars propoſitionis noſtræ. Poſtremò vnuſquiſq; quatuor arcuum r b, b s, s d, & d r eſt quadrans circumferentię, quandoquidem circulus a h 3 k per polos duorum circulorum b l o d & b x d magnorum tranſit, à quibus ſingulatim quadrantibus, ſi dempſeris quatuor arcus æquales l r, r m, n s & s o, relinquentur quatuor arcus l b, b n, o d & d m inter ſe ęquales. vtrunq; igitur arcuum l n & m o circulus magnus b x d duobus minoribus ęquediſtans, per ęqualia ſcindit, quod ſecundo loco demonſtrandum extitit.

XXX.

Omnis anguli ſphæralis ad quatuor rectos eam eſſe proportionē quam baſis eius ad circumferentiam ſuam.

Si vltimam ſexti Euclidis ſatis vidiſti, non latebit te noſtri theorematis demonſtratio, per habitudines enim æquemultiplicium vſitato iuuabis te ſyllogiſmo.

XXXI.

Cuncti ſphærales anguli, ſiue in ſphæra una, ſiue diuerſis, quorum baſes ſunt ſimiles, ſibi inuicem æquabuntur.

Erit enim baſibus ſimilibus ad ſuas circumferentias vna proportio per conuerſionem diffinitionis arcuum ſimilium, angulorum autem ad quatuor rectos præcedens, eam concluſit proportionem, quam baſium ad ſuas circumferentias,

rentias, erit igitur omnium angulorum ad quatuor rectos vna proportio, per 7 ergo quinti anguli ipsi æquales erunt, quod oportuit declarare.

XXXII.

Omnium angulorum æqualium bases inueniri similes.

Aequalium nanque angulorum ad quatuor rectos eandem constat esse proportionem, quæ idem per 30 huius est, vt basium ad suas circumferentias. basium igitur huiusmodi angulorum ad suas circumferentias eadem habetur proportio, quare per diffinitionem similium arcuum bases ipsæ similes conuincentur, quod est propositum.

XXXIII.

Quorum dissimiles sunt bases, angulos inæquales esse, angulorum quoque inæqualium dissimiles reperiri bases.

Hæc ex contrario subiecti præmissæ & antepræmissæ contrariũ infert passionum suarum aduersarium ducendo ad impossibile. Si enim bases dissimiles admiserit, angulos autem æquales, erunt ex præmissa bases similes, igitur similes & dissimiles esse confitebitur easdem bases, quod est inconueniens. Quod si angulis inæqualibus existentibus bases putauerit similes, sequitur ex antepræmissa & angulos esse æquales. quare eosdem angulos æquales inuicem & inæquales affirmabit, quod, quoniam repugnantiam parturit, esse non potest. Destructis autem impossibilibus, veritatem propositionis inferemus.

XXXIIII.

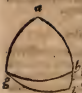
Iuxta punctum quotlibet in superficie sphæræ signatum, angulo proposito æquum angulum statuere.

Sit angulus propositus b a g, cui iuxta punctum d in sphæra quacunque æqualem constituere libet. Angulo b a g substerno basim suã b g, deinde super puncto d secundũ distantiam quantamlibet describo circulum, ex cuius circumferentia abscindo arcum e 3 similem arcui b g, quod per 23 primi & vltimam sexti facile comparabis, duoque puncta eius terminalia e & 3 puncto d per duos arcus circulorum magnorum copulabo, qui sint d e & d 3, quos dico apud punctum d continere angulum æqualem angulo b a g, cuius ratio propter similitudinem duarum basium b g & e 3 ex 31 huius manifesta apparet. Facilius tamen id efficies in sphæra vna, aut diuersis æqualibus tamen. Super puncto enim d secundum distantiam a b circumduces circulum, ex cuius circumferentia arcum e 3 abscindes æqualem arcui b g, reliqua vt antehac disponendo. Erunt enim duo circuli, ex quarum circumferentijs bases abscindũtur, per 27 huius æquales. cumque bases ipsæ sint æquales, erunt etiam similes, per 31 igitur huius syllogismum conficies.

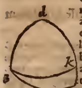
XXXV.

Omnium duorum triangulorum sphæralium, quorum cuncta latera unius cunctis lateribus alterius æqualia sunt, omnes angulos æquis oppositos lateribus æquales esse.

Omnes trianguli, de quibus futurum habebimus sermonem, in superficie vnius sphæræ, aut duarum vel plurium æqualium tamen, ex arcubus circulorum magnorum constantes intelligemus. Sint itaque duo trianguli a b g, & d e 3, quorum trina latera sunt æqualia, latus quidem b g vnius lateri e 3 alte-

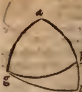


rius,& reliqua reliquis. Dico, quòd angulí æqualibus oppositi lateribus sunt æquales, angulus videlicet a angulo d, & reliqui suis relatiuis. Si enim vtriusque arcuũ angulos a & d ambientium fuerint quadrãtes, erunt duo puncta a & d poli circulorum b g & e 3 per 12 huius, quare per 31 huius duo anguli a & d æquales erunt, quòd bases eorũ sint similes, immo æquales. Si verò bini arcus dictos angulos continentes fuerint æquales, minores tamen quadrante diuisim, descriptis duobus circulis super polis a & d secundum distantias æquales a g & e 3, circuli ipsi æquales erunt per 27 huius, arcus autem eorum ad bina puncta b g & e 3 terminati (necesse enim est eos ad puncta dicta terminari propter æqualitatem binorum arcuum à punctis a & d descendentium) arcus inquã illi æquales erunt, quoniam habebunt chordas æquales, propter arcus b g & e 3 eis cõterminales, quos quidem hypothesis subiecit æquales, quare per 21 huius anguli a & d æquales habebuntur. Quod si bini arcus, qui ambiunt duos angulos a & d, inæquales fuerint, sint minores eorum duo arcus a g & d 3, superque punctis a & d factis polis secundum distantias æquales a g & d 3 describantur circuli g h & 3 k, quos constat esse æquales per 27 huius, supra quorum diametros erectæ sunt duæ portiones æquales, ex quibus quidem portionibus accepti sunt duo arcus h b & k e æquales, quorum vterque minor est dimidio arcu portionis suę. b g autem recta linea, si producta fuerit, æqualis est ipsi e 3 propter arcus b g & e 3 æquales, erit igitur per 24 huius arcus g h æqualis arcui 3 k: illi autẽ duo arcus, cum sint bases duorum angulorum a & d, per 31 huius angulos suos afferent æquales. Quemadmodum autem circa angulos a & d processimus, circa reliquos quoque faciemus, & hęc instituimus declarãda.



XXXVI.

Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius sunt æqualia, angulusque unius dictis lateribus contentus angulo alterius, basis quoque unius basim alterius æquabit, reliqui demum anguli unius reliquis angulis alterius, quisque uidelicet suo relatiuo æquabuntur.



Trianguli a b g latus a b lateri d e triãguli d e 3 æquale habeatur, latus verò a g æquale lateri d 3, & angulus a æqualis angulo d. Dico, quòd latus b g lateri e 3 æquabitur, angulus etiam b angulo e, & angulus g angulo 3 æquabuntur. Si enim vtrunque laterum a b & a g fuerit quadrans circumferentiæ, similiter vtrunque laterum d e & d 3, erunt duo puncta a & d poli circulorum b g & e 3 per 12 huius, cumque positi sint anguli a & d æquales, erunt per 32 huius bases eorum similes, arcus scilicet b g & e 3, & ideo æquales, quòd circuli eorum æquales habeantur. Si verò bini arcus, qui duos angulos a & d ambiunt, inter se fuerint æquales, non tamen quartæ circulorum, necesse est circulos descriptos super polis a & d secundum distantias a g & d 3 transire per puncta b & e, eruntque ex hypothesi & 32 huius arcus horum circulorum, quos latera triangulorum intercipiunt similes, & ideo æquales, quòd circuli eorum 27 huius confirmante æquales habeantur. vnde etiam eorum chordas æquari oportet, quæ quidem chordę arcubus b g & e 3 lateribus scilicet triangulorum propositorum

positorum cõmunes sunt: quare & arcus ipsi ęquales erũt. Postremò duorum arcuum a b & a g alter altero maior sit arcus, verbi gratia, a b maior arcu a g, itemq; d e maior d 3, describantur itaq; super duobus polis a & d, secũdum distãtias ęquales a g & d 3 circuli g h & 3 k, quos 27 huius ęquales arguit, ex portionibus autem æqualibus supra diametros eorum erectis duo arcus h b & k e absumũtur ęquales, quorum vterq; minor est dimidio arcu portionis suæ, est autem arcus g h similis arcui 3 k ex hypothesi & 32 huius, & ideo æqualis eidem, quòd circuli sui æquales existant: quare per 24 huius linea b g, si producta fuerit, æquabitur lineæ e 3, vnde & arcus b g & e 3, quorum ipsæ sunt chordæ, æquales reperientur. Tres igitur arcus triangulum a b g claudentes, tribus triangulum d e 3 ambientibus, ęquales haben tur, angulusq; a vnius angulo d alterius ęqualis, vnde & per precedentem reliquos angulos vnius reliquis duobus angulis alterius æquales videri necesse est, pro quibus hactenus fatigati sumus.

XXXVII.

Omnis trianguli duo quælibet latera tertio reliquo sunt longiora.

Duo latera a g & g b trianguli a b g collecta dico esse longiora latere a b. Si enim latus a g ęquale fuerit lateri a b, aut longius eo, planum est duo latera a g & g b congregata superare latus a b. Si verò minus eo fuerit secundum distantiam a g, super polo a describatur circulus, cuius arcus g d latus trianguli a b offendat in pũcto d. Supra diametrũ itaq; circuli g d erecta est portio circuli, ex qua sumptus est arcus d b minor dimidio arcu portionis suæ: quare per 25 huius linea b d recta, si producta fuerit, breuior est linea b g, vnde & arcus b d breuior arcu b g. adiectis igitur vtrobiq; æqualibus a g & a d arcubus, erit per communem scientiam aggregatum ex duobus arcubus a g, g b maius aggregato ex duobus arcubus a d, d b scilicet arcu a d, quod libuit absoluere. Non aliter de duobus reliquis quibuscunq; ad tertium collatis procedemus.

XXXVIII.

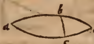
Si à duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duo arcus exierint, intra angulum ipsum concurrentes, erunt ipsi collecti minores duobus reliquis trianguli lateribus.

A duobus punctis b & g terminantibus latus b g trianguli a b g exeant duo arcus b d & g d, intra triangulum confluentes in puncto d. Dico, quòd duo arcus b d, d g congregati, minores sunt duobus arcubus a b & a g coniunctis. Protendatur enim arcus g d in e punctum lateris a b, eruntq; per præcedentem duo arcus g a, a e longiores arcu g e: quare adiecto communi e b fient duo arcus g a, a b longiores duobus g e & e b. item duo arcus d e, e b longiores sunt arcu d b: facto igitur d g communi, erunt duo arcus g e, e b longiores duobus g d, d b, sed erant duo arcus g a, a b longiores duobus g e, e b, multo igitur longiores habebuntur duobus arcubus g d & d b coniunctis: vnde & illi viceuersa minores istis, quod voluimus pertractare. Constat autem ex dictis, quòd si ab aliquo puncto terminali lateris trianguli

arcus, producatur latus sibi oppositum secans, erunt duo arcus scilicet productus, & ex latere trianguli resectus minores duobus trianguli lateribus.

XXXIX.

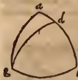
Cuiuslibet trianguli sphæralis tria latera duobus semicirculis esse minora.



Producantur duo latera a b & a c vt concurrant in d. erit itaque b c minor duobus arcubus b d & c d, adiectis itaque communibus a b & a c, tres arcus a b, a c & b c minores erunt duobus semicirculis a b d & a c d.

XL.

Cuiuslibet trianguli duos æquales angulos habentis, duo quoque latera eos respicientia æquari necesse est.



Habeat namque triangulus a b g duos angulos b & g æquales. Dico, quòd latus a b æquabitur lateri a g. Si enim non, alterum altero maius erit, sitque a g longius ipso a b ex quo abscindam arcum g d æqualem arcui a b producendo arcum b d. Duo itaque trianguli a b g & b g d bina latera habent æqualia, angulosque hisce contentos lateribus æquales, angulum videlicet a b g æqualem angulo b g d ex hypothesi: quare per 36 huius angulus d b g æqualis erit angulo a g b, quem hypothesis subiecit æqualem angulo a b g: vnde & angulus d g b angulo eidem a g b æqualis habebitur, pars scilicet toti, quod est impossibile. Non erit ergo alterum altero maius, & ideo æqualia inuicem relinquentur, quod expectabas demonstrandum.

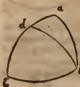
XLI.

Duo latera cuiusuis trianguli æqualia, angulos æquales subtendere oportet.

Hæc conuertendo præmissam ex passione eius subiectum inferre suum possicetur. Triãgulus ergo a b g duo latera a b & a g habeat ęqualia. Dico, quòd angulus g æqualis erit angulo b. Non enim alter eorum altero maior esse poterit, quòd si forsitan ita arbitreris, sit angulus g maior angulo b, fiatque per 34 huius iuxta terminum g arcus b g angulus b g d æqualis angulo a b g, producto arcu g d. Trianguli itaque d b g duo anguli d b g & d g b ęquales sunt: quare per præcedentem duo eius latera d b & d g sibi inuicem æquabuntur, adiectoque communi arcu a d erit aggregatum ex duobus arcubus a d, d g æquale arcui a b, qui ponebatur æqualis arcui a g. Vnde & aggregatũ ex duobus arcubus a d, d g æquabitur arcui a g, quod est impossibile, repugnans 37 huius. Deceptus igitur affirmabas alterũ altero maius esse: quare propositioni nostræ assentire cõpelleris. Hanc autem & præcedentem ostensiuè potuimus demonstrare, verùm breuiores in omni opere vias eligendi fuit consilium.

XLII.

In omni triangulo sphærali maiorem angulum longius subtendit latus.

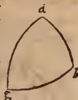


Angulus enim b trianguli a b g maior occurrat angulo g. Dico, quòd latus a g longius est latere a b. Iuxta punctũ enim b arcus b g fiat angulus d b g ęqualis angulo a g b. erit igitur per 40 huius arcus d b æqualis arcui d g. adiectoque

ctoq; arcui a d cōmuni erit arcus a g æqualis aggregato ex duobus arcubus a d, d b. quod quidem aggregatum per 37 huius maius est latere a b, vnde & latus a g latere a b longius habebitur, quod placuit addiscere.

XLIII.

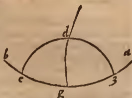
Longiori demū lateri trianguli cuiuslibet maiorē opponi angulū.



Sit triangulus a b g latus a g longius latere suo a b habens. Dico quòd angulus a b g maior erit angulo a g b. Non enim potest esse æqualis ei, sic enim per 40 huius latera a b & a g continerentur æqualia, sed neq; minor eo potest haberi, sic enim angulus a g b maior esset angulo a b g, & ideo ex præcedenti latus a b longius latere a g: quorum cum vtrunq; contrarium sit hypothesi, destructis ipsis, relinquitur veritas theorematis nostri, quam deducere sperabamus.

XLIIII.

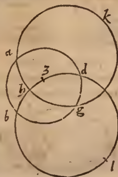
A puncto in arcu circuli magni signato, orthogonalem arcum circuli magni educere.



Sit arcus huiusmodi a b, à cuius pūcto g libet educere orthogonalē. Super pūcto g tanquam polo secundum distantiā quantamlibet minorē tamē diametro sphærę describatur circulus e d 3, oportet aūt arcum e d, e 3 esse semicircumferentiam, circulus enim magnus a b per polos circuli iam descripti e d 3 trāsit, secetur ergo arcus e d 3 per medium in puncto d, per duo q; pūcta d & g arcus circuli magni dirigente 15 huius producatur, qui sit d g, hunc dico esse orthogonalem ad arcū b g, erit enim per 21 processum huius angulus a g d æqualis angulo b g d, per diffinitionē igitur arcus d g orthogonaliter insidebit arcui a b, quod libuit efficere. Quòd si polus circuli a b datus fuerit, facilius operabimur, ipsum nanq; puncto g copulabimus per arcum circuli magni, qui orthogonalis erit ad arcum a b, circulo illius per polum alterius transeunte.

XLV.

Circuli in sphæra nobis propositi polum inuenire.

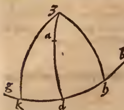


Sit circulus a b g d in sphęra signatus, siue maior siue minor existat, cuius polum reperire libet. Describe circulum, vt libet, secantē circulum a b g d propositū, quod facilè videbitur, si super aliquo puncto circūferentiæ a b g d secundum quantitatē minorem diametro circuli a b g d circulum circumduxeris, qui sit a g k. vtrūq; autem arcuum a b g & a h g per medium scindas, hūc quidem in puncto b, illum verò in puncto h, & per duo puncta b & h circulum magnum b h 3 d producas 15 huius docente, cuius arcum b h d, quem resecat circulus a b g d propositus per medium partiaris in puncto 3, quem oportet esse polum circuli propositi. Nam per 3 partem 21 huius circulus b h 3 d transit per polos circuli a b g d.

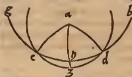
oportet autem polum ęqualiter distare à punctis b & d in circumferentia circuli a b g d signatis, quod profectò nulli puncto arcus b h d conuenit præter ipsum punctum 3, quod facillimè ostenditur. punctus igitur 3 est polus circuli a b g d quęsitus. Reliquus autem polus inuenietur, si reliquus arcus circuli b h 3 d per medium diuisus fuerit, nam punctus mediæ diuisionis erit polus ille, cuius demonstrationem vt antehac fabricabimus.

XLVI.

A puncto in superficie sphæræ signato ad arcū circuli magni punctum ipsum non includentis perpendicularem demittere.

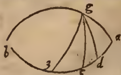


Sit punctus a extra arcum b g signatus, à quo ad arcum ipsum demittere libet perpendicularē. Per præcedentem inueniatur polus circuli, cuius est arcus b g, qui sit 3, ducaturq́ per duo pūcta 3 & a circulus magnus, quemadmodū 15 huius docuit, cuius arcus 3 d occurrat arcui b g si possibile est, aut ipsi quantū oportet prolongato in puncto d. Dico, quòd arcus 3 d est perpendicularis ad arcū b g. Circulus enim 3 a d per polum 3 circuli b g transiens orthogonalis ad eum est ex 17 huius, quod & arcubus ipsorum circulorū accidere necesse est, quicquid enim de inclinatione aut erectione arcuum ad arcus dicitur, non nisi ex habitudine circulorum suorum trahitur. Forsitan illud te non satiat, pone igitur arcum h d quantumlibet æqualem arcui d k, duoq́ puncta h & k puncto 3 polo scilicet circuli b g connectas per duos arcus circulorum magnorum qui sint 3 h & 3 k, vt docuit 12 huius. duo itaq́ trianguli 3 d h & 3 d k terna latera habent æqualia: quare per 35 huius angulus 3 d h æquabitur angulo 3 d k, & ideo arcus 3 d propter quod & a d perpendicularis est ad arcum b g, quod volebas declarandum. Aliter idem efficies. Super puncto a facto polo describe circulum, cuius circumferentia secet arcū b g si possibile est, aut eum prolongatum quoad satis est in duobus punctis d & e, diuidaturq́ arcus d e per medium in puncto h, qui continuetur cum pūcto a per arcū circuli magni a h, quem oportet esse perpendicularem ad arcum b g. producam enim duos arcus circulorū magnorum a d & a e. duo igitur trianguli a h d & a h e trina latera habent æqualia, latere a h communi existente: quare per 35 huius angulus a h d æqualis est angulo a h e, & ideo per diffinitionem arcus a h perpendicularis est ad arcum b g, quod libuit attingere.



XLVII.

In triangulis sphæralibus educto latere uno, contingit angulum extrinsecum alteri intrinsecorum sibi oppositorū nunc esse æqualem, nunc uerò maiorem, interdum etiam minorem eo.



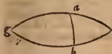
Duorum enim circulorum ad se inclinatorum semicircumferentiæ coincidant in punctis a & b, abscindaturq́ ex vna earum arcus a g minor quadrante, à cuius termino g ad arcum a b substratum perpendicularis arcus circuli magni descendat g d, erit itaq́ trianguli a g d angulus a

d g

d g rectus maior angulo acuto d a g, angulo scilicet inclinationis: est autem angulus a æqualis angulo b, quod constabit per 31 huius descripto circulo secundum distantiã quantamlibet minore diametro sphęrę super polo a, & ideo angulus a d g extrinsecus ad triangulum b g d maior est intrinseco angulo b sibi opposito. Rursus cum sit arcus a g minor quadrante, maior autẽ arcu a d per 42 huius, erit & arcus a d minor quadrãte, & ideo minor arcu d g, ex quo abscindatur ei æqualis arcus d e. productus itaq; arcus g e per 15 huius, ęqualis erit arcui a g: quare per 41 huius angulus a e g æqualis erit angulo e a g, illud tamen sola 41 huius inferre potuit, est autem angulus e a g æqualis angulo b: quare angulus extrinsecus a e g æquabitur angulo b intrinseco sibi opposito. Postremò signetur punctus quilibet in arcu e b, qui sit 3 copulandus g puncto per arcum 3 g, qui profectò superabit arcum e g, & ideo arcũ a g sibi æqualem, per 43 igitur huius angulus 3 a g æqualis angulo b maior erit angulo a 3 g, & viceuersa angulus a 3 g extrinsecus ad triangulum b 3 g minor erit angulo b intrinseco sibi opposito, quæ proposuimus lucubrare.

XLVIII.

Si fuerit angulus extrinsecus æqualis alteri intrinsecorum ei oppositorum, aggregatum ex lateribus reliquum angulum intrinsecum ei oppositum ambientibus, æquabitur semicircumferentiæ. si uerò maior intrinseco sibi opposito, erit aggregatum huiusmodi minus, & si minor, ipsum maius.

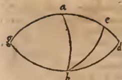


Sit triangulus a b g, cuius latere g b producto ad partem puncti b, fiat angulus extrinsecus ęqualis intrinseco sibi opposito angulo a g b. Dico quòd duo latera g a & a b collecta æquabunt semicircumferentiam. si verò maior fuerit angulo g, ipsa duo latera minora habebuntur semicircumferẽtia, & si minor maiora. Protendantur enim duo arcus g a & g b, donec concurrent in puncto d. Cum itaq; angulus a b d æqualis fuerit angulo g, erit ipse etiam æqualis angulo d: quare per 40 huius arcus a b æqualis erit arcui a d, adhibitoq; arcu communi a g, erunt duo arcus b a & a g collecti æquales arcui g d, qui est semicircumferentia, & hoc erat primum. Quòd si angulus a b d maior fuerit angulo g, erit & ipse maior angulo d: quare per 42 huius arcus a d superabit arcum a b: adiectoq; communi a g, erunt duo arcus b a & a g coniuncti minores arcu g d, quem constat esse semicircumferentiam: aperta igitur est pars secunda. Postremò si angulus a b d minor existat angulo g, minor quoq; erit angulo d, arcus ergo a b per 42 allegatam maior inuenietur arcu a d, communiq; sociato arcu a g erit aggregatum ex duobus arcubus b a, a g maius arcu g d, qui est circumferentiæ dimidium. Verum itaq; hoc enunciauimus theorema. Conuersam autem huius medijs vtendo conuersis demonstrare haud videbitur difficile.

XLIX.

Omnis triangulus sphæralis tres habet angulos duobus rectis maiores.

Plerasq; communiter demonstrare solemus passiones de triangulis & planis & sphæralibus, nonnullas autem differenter. Sphęralibus enim non accidit tres angulos suos duobus rectis æquales habere, quemadmodum planis. quo fit, vt cognitis duobus angulis trianguli sphęralis nõ pendeat inde tertij anguli



cognitio. Ne igitur circa hæc quempiam errare contingat, monimento theorematis huius cautiorem reddere libuit. Sit itaq; triangulus a b g sphæralis. Dico, quòd tres eius anguli a,b, & g, maiores sunt duobus rectis. Prolongatis enim arcubus g a & g b, donec in puncto d concurrent, erit angulus extrinsecus a b d per 48 huius aut æqualis intrinseco angulo b a g sibi opposito, aut minor eo aut maior. Si æqualis adiecto cõmuni angulo a b g, erunt duo anguli a b g & b a g æquales duobus a b d & b a d, quos liquet æquales esse duobus rectis: quare & duo anguli a b g & g a b æquabuntur duobus rectis, & ideo tres anguli a,b, & g, duos superabunt rectos. Si verò angulus a b d minor fuerit angulo b a g, quoniam ipse cum angulo a b g duobus rectis æquatur, erunt duo anguli a b g & b a g maiores duobus rectis. Tres igitur anguli trianguli a b g multò maiores erũt duobus rectis. Quòd si angulus a b d maior fuerit angulo b a g, fiat iuxta punctum b arcus a b, angulus a b e æqualis angulo b a g producto arcu b e semicircumferentię d a g, occurrente in puncto e. Cum itaq; angulus b a g extrinsecus æqualis sit intrinseco angulo a b e trianguli a b e, erunt duo arcus a e & e b cõiuncti per præcedentem æquales semicircumferentię g a d, ablatoq; communi arcu a e, manebit arcus b e æqualis duobus arcubus a g & e d. maior itaque est arcus b e ipso e d arcu: quare per 43 huius angulus b d e maior angulo e b d habebitur. Est autem angulus b d e æqualis angulo a g b: quare & angulus a g b maior est angulo d b e. adiectis igitur æqualibus angulis a b g & b a g, item a b g & a b e, erunt tres anguli trianguli propositi maiores tribus angulis a b g, a b e & e b d, quos constat esse duobus rectis æquales, vnde tres anguli dicti maiores erunt duobus rectis, quod oportuit demonstrare.

L.

Si fuerint duo latera unius trianguli æqualia duobus lateribus alterius, angulorum autem hisce æqualibus lateribus contentorum alter altero maior, erit quoq; basis maiorem subtendens angulum unius maior basi alterius.



Duo trianguli a b g & e d z bina latera habent æqualia, a b quidem æquale d e, & a g æquale ipsi d z, angulus autem a maior sit angulo d. Dico, quòd basis b g lõgior est basi e z. Similem passionem 24 primi Euclidis de triangulis planis concludit. Modus autem demonstrandi hanc & illam non est varius.

L I.



Si fuerint duo latera unius trianguli æqualia duobus lateribus alterius, basis autem unius maior basi alterius, erit & angulus longiorem basim respiciens maior angulo breuiorem respiciente basim.

Hæc conuertit præcedentem, & correspondet 25 primi Euclidis. Quemadmodum autem illa ex 4 & 24 primi Euclidis ad impossibile demonstratur, ita hæc ex 43 huius & præcedenti ad inconueniens ducendo aduersarium, veritatem probatur habere necessariam.

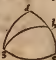
Omnium

LII.

Omnium duorum triangulorum binos angulos æquales habentium, duoq; latera æqualibus subiecta angulis æqualia, reliqua quoq; latera æquos angulos respicientia sunt æqualia, & angulus reliquus angulo reliquo.

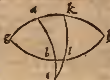


Sint duo trianguli a b g & d e ȝ: quorum duo anguli b & g æquales sint duobus angulis e & ȝ, latusq; b g æquale lateri e ȝ. Dico, quòd latus a b æquabitur lateri e d, & latus a g lateri d ȝ, similiter angulus a angulo d æqualis habebitur. Si enim non fuerint duo latera a b & d e æqualia, erit alterũ altero maius. ex maiori igitur eorum quod sit, verbi gratia, d e, abscindatur arcus e h æqualis a b producendo arcum ȝ h. sequitur itaq; per 41 huius angulum e ȝ h æqualem esse angulo a g b, qui ponebatur æqualis angulo d ȝ e. angulus igitur e ȝ h æqualis erit angulo d ȝ e pars toti, quod est impossibile. Non potest igitur alterũ duorum laterum a b & d e altero maius esse: quare & æqualia habebuntur. Similiter probabis duo latera a g & d ȝ esse æqualia, angulum postremò a æqualem angulo d conuincet 40 huius: hæc sunt, quæ decuit stabilire.



LIII.

Omnium duorum triangulorũ binos angulos habentium æquales, duoq; latera æqualibus opposita angulis æqualia, latera uerò reliquos æquales respicientia angulos coniuncta non æqualia semicircumferentiæ, bina latera reliqua erunt æqualia, & angulus reliquus angulo reliquo.



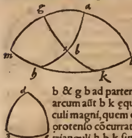
Sint duo anguli b & g trianguli a b æquales duobus angulis e & ȝ trianguli d e ȝ, latusq; a b æquale lateri d e: duo autem latera a g & d ȝ coniuncta semicircũferentiæ non æqualia. Dico, quòd latus a g æquale erit lateri d ȝ, latusq; b g æquale lateri e ȝ, & angulus a æqualis angulo d. Producã enim duos arcus g b & g a donec concurrent in puncto h, scindamq; ex semicircumferentia h b g arcum h l æqualem arcui e ȝ, & ex semicircumferentia h a g arcum h k æqualem arcui d ȝ, necesse est autem punctum k aliud esse quàm punctum a, quòd duo arcus a g & d ȝ non æquentur semicircumferentiæ, continuaboq; duos arcus a b & k l donec concurrent in puncto n. erit autem per 52 huius arcus b l æqualis arcui d e, sed & angulus h l k æqualis angulo d e ȝ, itemq; angulus h k l æqualis angulo e d ȝ, ponebatur autem angulus d e ȝ æqualis angulo a b g: quare & angulus h l k æqualis erit angulo a b g: vnde & eorum contrapositi videlicet n b l & n l b æquales erunt: quare per 40 huius duo arcus b n & n l æquales erunt. cumq; duo arcus a b & k l sint æquales: est enim vterque eorum æqualis arcui d e, erit totus arcus a n æqualis toti arcui k n, & ideo per 41 huius angulus n a k æqualis angulo n k a, residuiq; ex duobus rectis anguli scilicet b a g & h k l inuicem æquabuntur. erat autem angulus h k l æqualis angulo e d ȝ: quare & angulus b a g æquabitur angulo e d ȝ. duo itaque trianguli a b g & d e ȝ duo latera a b &



d e habentes æqualia, binosq; angulos hisce lateribus insidentes æquales: per præmissam itaq; quod reliquum est absoluemus.

LIIII.

Quicunq; duo trianguli trinos angulos habent æquales, & trina latera habebunt æqualia.



In eadem sphæra aut diuersis æqualibus tamen, sint duo trianguli a b g & d e 3, quorum vnius tres anguli tribus angulis alterius singulatim sint æquales. Dico, quòd tria latera vnius eorũ tribus lateribus alterius ęqualia habebuntur, latera quidem ęquos angulos respicientia ad se cõferendo. Producam enim duos arcus a b & g b ad partem puncti b, ponamq; arcũ b h æqualẽ arcui d e, arcum aũt b k ęqualem e 3, & per duo puncta h k ducam arcũ circuli magni, quem continuabo vtrinq;, donec cum arcu a g vtrinq; protenso cõcurrat in duobus punctis l & m. Cum itaq; duo latera trianguli h b k sint ęqualia duobus lateribus trianguli d e 3, & anguli hisce cõtenti lateribus æquales, angulus videlicet h b k ęqualis angulo d e 3, erit per 36 huius & basis h k vnius basi d 3 alterius ęqualis. angulus quoq; b k h æqualis angulo d 3 e, sed & angulus b h k æqualis angulo e d 3, duo autem anguli d & 3 ponebantur æquales duobus a & g: quare angulus b k h extrinsecus ad triangulum g l k æquabitur angulo a g b intrinseco, & ideo per 48 huius aggregatum ex duobus arcubus g l & l k æquabitur semicircumferentiæ. Similiter angulus g a b extrinsecus ad triangulum a l h intrinseco angulo b h k siue a h l æqualis duos arcus a l & l h collectos æquari conuincet semicircumferentiæ, demptis ergo communibus arcubus a l & l k, relinquetur arcus a g æqualis arcui h k. Duo itaq; triãguli a b g & b h k duo latera a g & h k habent æqualia, angulosq; binos ipsis insidentes lateribus ęquales: quare per 42 huius triangulus a b g æquilaterus & æquiangulus erit triangulo h b k, qui pridem ęquilaterus & ęquiangulus demonstrabatur triangulo d e 3, vnde & duo trianguli a b g & d e 3, trina latera habebunt æqualia, quod erat absoluendum. Ne autem suspiceris arcũ a g vtrinq; protensum occurrere arcui h k in punctis h & k: sic enim cessaret forma argumẽtationis nostræ, ostendemus id fieri non posse. Nam si ita accideret, fieret arcus h g a k semicircumferenria per 19 huius, quòd duæ circumferentię circulorum magnorum se secarent in duobus pũctis h & k, similiter oportet arcum g a k esse semicircumferentiam, cumq; omnes semicircumferentiæ vnius circuli sint ęquales, fieret pars æqualis toti, quod est impossibile. Idem sequeretur si arcus a g continuatus alteri duntaxat duorum punctorum h & k occurreret, oportet igitur duo puncta l & m esse diuersa à punctis k & h.

L V.

Omnes duos triangulos, quorum duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, duoq; anguli eorum duobus æquis lateribus oppositi ęquales, reliqui uerò duo anguli eorum reliquis duobus æquis lateribus oppositi, aut ambo acuti, aut ambo obtusi, æquilateros & æquiangulos esse necesse est.

Duo latera a b & a g triãguli a b g ęqualia sint duobus lateribus d e & d 3 trianguli d e 3, dextrũ videlicet dextro, & sinistrũ sinistro, angulusq; g ęqualis ang

lis angulo 3, vterq; autem angulorum reliquorum b scilicet & e, aut acutus, aut vterq; obtusus. Dico, quòd angulus a ęqualis erit angulo d, angulus etiam b ęqualis angulo e, & latus a b ęquale lateri d e. Sit enim primò vterq; angulorū b & e acutus, si itaq; latus b g ęquale fuerit lateri e 3, per 41 huius concludemus intentum, si verò alterū altero maius fuerit, sit verbi gratia b g longius e 3, protendaturq; arcus 3 e in h, vt 3 h arcus ęqualis fiat b g & ducatur arcus d h, erit igitur per 40 huius arcus d h ęqualis arcui a b, & angulus d h 3 ęqualis angulo a b g. ponebatur autē arcus a b æqualis arcui d e: quare duo arcus d h & d e sibi ęquabuntur, & ideo per 41 huius angulus d h e ęqualis angulo d e h, cumq; angulus d h e sit acutus propter angulum a b g ei æqualem acutum, erit & angulus d e h acutus, vnde angulus d e 3 obtusus habebitur, quod est contrarium posito. Non aliter procedemus, si aduersarius arcum e 3 maiorem arbitretur arcu b g. Quòd si posuerimus vtrunq; angulorum b & e obtusum, concludemus simili argumentatione angulum esse acutum. Volenti igitur contradicere propositioni nostræ, concluditur eundem angulum esse acutum & obtusum, quod cum esse nequeat, manifesta relinquetur veritas theorematis.

LVI.

Omnes trianguli rectanguli bina latera habentes æqualia, utraq; autem latera rectos angulos ambientia minora quadrante diuisim, æquianguli & æquilateri comprobantur.

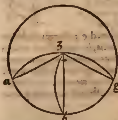
Sint duo trianguli a b g & d e 3, quorū anguli b & e sunt recti, vtrunq; aūt laterum a b & b g trianguli a b g minus quadrāte, similiter vtrunq; d e & e 3 minus quadrāte, duoq; latera vnius duobus reliqui lateribus quibuscūq; sint æqualia. Dico, quòd reliquū latus vnius ęquale erit reliquo lateri alterius, & anguli reliqui vnius angulis reliquis alterius, hoc est, ipsi duo trianguli ęquilateri erunt & ęquianguli. Si enim bina eorū latera ęqualia circa rectos fuerint angulos per 41 huius cōstabunt omnia. Si autem latera huiusmodi æqualia angulos ambiant alios, sint verbi gratia duo latera b a, a g æqualia duobus e d, d 3, dextrum dextro & sinistrum sinistro cōparando, producaturq; vterq; arcuum b a & e d, donec fiat quadrans, b a quidem ad h, & e d ad k, erunt itaq; puncta h & k poli circulorū b g & e 3, à quibus demittantur duo quadrantes h g & k 3, quos ęquales constat cum in vna sphæra aut duabus æqualibus eos imaginari soleamus. est autem & arcus a h æqualis arcui d k, hi enim duo sunt complementa duorum arcuum a b & d e, quos æquales tradidit hypothesis, per 35 igitur huius duobus arcubus a g & d 3 ęqualibus existentibus, erit angulus h a g æqualis angulo k d 3, vnde & residui ex duobus rectis anguli scilicet b a g & e d 3 non erunt inæquales, ponebantur autem & duo arcus b a, a g, æquales duobus e d, d 3: quare per 41 huius triangulos propositos ęquiangulos conuincet, & æquilateros, quæ fuere lucubranda.

FINIS.

LIBER QVARTVS TRIANGVLORVM.

I.

Si à polo circuli magni in ſphæra ad circumferentiam ipſius, aut arcum eius arcum magnũ demiſeris, arcus ille demiſſus erit quadrans perpendicularis circumferentiæ, duos angulos ſupra arcum, cui incidit, rectos ſecernens.



Sit circulus magnus in ſphæra a b g, à cuius polo 3 demittatur arcus circuli magni qui ſit 3 b. Dico quòd arcus 3 b erit quadrans circũferentiæ magnæ, & vterq; angulorum a b 3 & 3 b g rectus erit. Producam enim lineam polarem circuli a b g, quæ ſit 3 b, quam per 11 tertij huius oportet eſſe latus quadrati inſcripti circulo magno, quatuor aũt latera quadrati huiuſmodi, cum ſint æqualia, quatuor abſcindũt æquales arcus per 29 tertij elementorũ, ex circumferentia circuli, quorum vnus eſt arcus 3 b, arcus igitur 3 b eſt quadrans circuli. Præterea circulus, cuius eſt arcus 3 b, tranſit per polũ 3 circuli a b g, quare erectus eſt ad eum per 20 tertij huius, quod non poteſt eſſe, niſi vterq; angulorum a b 3 & 3 b g ſit rectus. Sed fortaſſe infirmam ſuſpicaris hanc argumentationem, deſcribe igitur ſuper polo b ſecundum quantitatẽ b 3 circulum in ſphæra, cuius ſemicircumferentia ſit a 3 g arcus: erit itaq; ex eis, quæ ſuper hoc theoremate præſenti primum diximus, vterq; arcuum a 3 & 3 g quadrans circumferentiæ, quare per 41 tertij huius duo anguli a b 3 & 3 b g æquales declarantur, per diffinitionem igitur arcus 3 b eſt perpendicularis ad circumferentiam circuli a b g. quæ fuerunt explananda.

II.

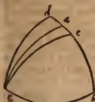
Si ab aliquo puncto arcus circuli magni quadrans magnus orthogonaliter egrediatur, terminus eius erit polus circuli à quo egrediebatur quadrans ipſe, cum quo declarabitur punctum cõcurſus duorum arcuum orthogonaliter à tertio arcu exurgentium, eſſe polum circuli arcum ipſum continentis.

A puncto b arcus a b g circuli magni orthogonaliter egrediatur quadrãs circuli magni b 3. Dico quòd punctus 3 terminus videlicet quadrãtis egreſſi erit polus circuli a b g. Subtenſa enim quadranti dicto chorda ſua b 3, quam conſtat eſſe coſtam quadrati magni, ſecundum eius quantitatem deſcribatur circulus magnus, cuius ſemicircumferentia ſit a 3 g, cumq; duo anguli a b 3 & 3 b g ſint æquales hypotheſi id exigente, erunt per 40 tertij huius duo arcus a 3 & 3 g ſimiles, vnde & æquales, quòd de eadem circumferentia exiſtant. eſt autem arcus a 3 g ſemicircumferẽtia circuli magni, quemadmodum trahitur ex 12 tertij huius: quare vterq; arcuum a 3 & 3 g eſt medietas ſemicircumferentiæ, & ideo quadrans circumferentiæ totius circuli magni. tres igitur arcus a 3, b 3, & g 3 æquales ſunt quadrantes circumferentiarum magnarum æqualium, quare per 29 tertij chordæ eorum æquales declarantur, à puncto itaq; 3 ad circumferentiã circuli a b g tribus æqualibus rectis deſcendentibus

dentibus 13 tertij huius punctum 3 polum circuli a b g declamabit, quod volebamus aperire. Corollarium autem sic constabit. In vtroq; arcuum orthogonalium, quantum sat est protensorum, necesse est inueniri polum circuli huiusmodi, quemadmodum ex præsenti trahitur, aut igitur punctus coincidentiæ duorum arcuum orthogonalium est polus, aut duo erunt poli vnius circuli ex eadem parte, sed nullus circulus duos ex eadem parte polos habet per 9 huius tertij. punctus igitur in quo confluunt dicti arcus orthogonales, polus circuli, a cuius arcu egrediuntur ipsi, habebitur.

III.

In omni triangulo rectangulo latera rectum angulum continentia ad quadrantem circumferentiæ & anguli eis oppositi ad rectum angulum similes habebunt comparationes.

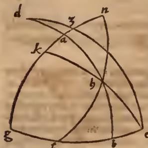


Volo dicere. Si angulus, qui vni ex lateribus rectum angulum continentibus opponitur, recto fuerit æqualis, latus ipsum quadranti æquale erit. si maior recto, & ipsum latus quadrante maius. si minor, ipsum minus quarta circumferentię. Versa demum vice. Si alterum ex huiusmodi lateribus rectū ambientibus quadrans existat, angulus ei oppositus erit rectus. si maius quadrāte, maior recto erit angulus, & si minus, minor. Sit igitur exempli causa triangulus sphæralis a b g, ex arcubus circulorum magnorum constitutus, angulum b rectum habens. Dico quòd si angulus g rectus fuerit latus, a b erit quadrans. si verò recto maior, arcus a b quadrantem superabit, & si minor recto extiterit, arcus a b quadrante minor habebitur. Sũiliter si arcus a b quadranti æqualis occurrat, angulus g rectus erit. si verò quadrante maius, & angulus g rectum superabit. & si minus quadrante, angulum g recto minorem enunciabimus, quæ sic habebis. Sit primò angulus g rectus, vterq; igitur circulorum, in quibus sunt duo arcus a g & a b, erectus est ad superficiem circuli, cuius est latus tertium b g, transibitq; per polum circuli b g. cum autem hi duo arcus in puncto a coincidant, erit a polus circuli b g magni, quare per primam huius arcus a b respiciens angulum g, erit quadrans circumferentiæ. Sit deinde angulus a g b maior recto, & fiat iuxta punctum g arcus b g angulus rectus b g e, docente 34 tertij huius producendo arcum g e. erit itaq; e polus circuli b g, & ideo arcus e b quarta circuli, quare arcus a b angulum a g b subtendens quadrantem superabit. Quod si angulus a g b minor fuerit recto, statuatur angulus d b g rectus, eritq;, quemadmodum antea conclusum est, d polus circuli b g, & arcus d b quadrans circumferentiæ, quare arcus a b angulum a g b subtēdens minor quadrante. Præterea ponamus arcum a b quartam circumferentiæ, eritq; propter hoc a polus circuli b g, & ideo arcus a g erectus ad arcum b g, angulus ergo a g b rectus habebitur. Sed intelligatur arcus a b maior quadrante, fiatq; arcus e b quarta circuli, & ideo e polus circuli b g: arcus itaq; e g erectus erit ad arcum b g, & angulus e g b rectus, quare angulus a g b maior recto. Quod si statuerimus arcum a b minorem quadrante, prolongetur ipse in directū vsq; ad d, donec b d fiat quarta circuli, ideoq; d polus circuli b g. demisso igitur arcu d g, erit angulus d g b rectus, & angulus a g b minor recto, manifestam itaq; effecimus theorematis nostri veritatem.

IIII.

In omni triangulo rectangulo, si fuerit alterum ex lateribus rectum

ambientibus quarta circuli, latus quoq; rectum subtendens angulum erit quarta circuli. si uerò fuerint latera rectum angulum continentia, aut ambo maiora quadrante, aut ambo minora, erit latus rectum subtendens angulum minus quarta circuli. quòd si alterum maius quadrante, & alterum minus extiterit, latus rectum angulum respiciens, maius quadrante pronunciabitur.



Habeat triangulus a b g angulum b rectum, & latus a b quadrantem circumferentiæ. Dico quòd latus a g rectum subtendens angulum, erit quarta circuli. Erit enim a polus circuli b g, quare per 1 huius arcus a g erit quarta circuli. Si verò vterq; arcuum a b & b g minor quartà fuerit, erit arcus a g minor quadrante. fiat enim arcus g e quarta circuli & arcus b d similiter, transeatq; per duo puncta d & e arcus circuli magni d e, arcus autem g a prolongetur, donec occurret arcui d e in puncto z. Quoniam itaq; anguli apud b sunt recti, & arcus b d quarta circuli erit d polus circuli g e, & ideo angulus e rectus, sed & e g est quarta circuli. quare punctus g est polus circuli d e, & ideo arcus g z est quadrans circumferentiæ, arcus igitur partialis a g minor quadrante fiet. Sit deinceps vterq; arcuum a b, b g maior quadrante. Dico quòd arcus a g erit minor quarta circumferentiæ. Abscindam enim vtrunque arcuum g t & b h quadrantem, per duoq; puncta t & h producã arcum circuli magni occurrentem arcui g a continuato in n: quoniam itaq; angulus b est rectus, & arcus b h quarta circuli, erit h polus circuli b g, & angulus apud t rectus. cumq; arcus t g sit quarta, erit g polus circuli t n, quare arcus g n est quarta, & ideo arcus a g minor quadrante. Postremò sit arcus a b maior quarta, & arcus b g minor. Dico quòd arcus a g maior erit quadrante. Fiat enim vterque arcuum g e & b h quarta circuli, prolongando quidem arcum g b vsque ad e, arcum autẽ b h resecando ex arcu a b, incedatq; arcus circuli magni per duo puncta h & e, occursurus arcui a g in puncto k. Cum igitur arcus b h est quarta, & angulus b rectus, erit h polus circuli g b e, quare & angulus apud e rectus. est autem & arcus e g quadrans. g igitur est polus circuli e k, quare arcus g k erit quarta circuli, vnde & a g arcus quadrantem superare dinoscitur, quæ fuêre concludenda.

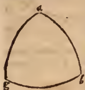
V.

In omni triangulo rectangulo si fuerit latus rectum subtendens angulum quarta circuli, erit alterum ex duobus rectum ambientibus quarta circuli. Si uerò fuerit minus quadrante, erit utrunque reliquorum aut maius quadrante, aut minus eo. quòd si ipsum fuerit maius quadrante, erit alterum ex duobus rectum ambientibus quadrante maius, reliquum autem minus eo.

Hæc est conuersa præcedentis. Si itaq; in triangulo a b g angulum b rectum habente, latus a g quadrans circumferentiæ. Dico quòd alterum duorũ laterum a b, b g erit quarta circuli. Super puncto enim a facto polo, secun-

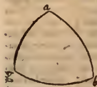
dum quantitatem a g describatur circulus, quem oportebit esse magnum, quòd arcus a g sit quarta circumferentiæ magnæ. si igitur circumferentia eius transibit per punctum b, planum est arcum a b esse quadrantem. si verò prætereat ipsum, aut ibit supra aut infra ipsum. si supra, secabit arcum a b in puncto qui sit d, per 1 itaque huius duo arcus a d & d g orthogonaliter sibi inuicē insistent, est autem & arcus g b orthogonalis ad arcum a b propter angulum b rectum ex hypothesi: quare per 2 huius g est polus circuli a b; & ideo per 1 huius arcus g b, latus videlicet trianguli propositi erit quarta circumferentiæ. Similem pristinis concludes medijs, si circumferentia circuli super a polo descripti, transibit infra pūctum b, occurrens arcui a b prolongato in puncto e. Sit demum arcus a g minor quadrāte. Dico, quòd vterque arcum a b, b g aut erit maior quarta, aut minor ea. Crescat enim arcus a g in directum donec habeatur arcus a d quadrans, secundum cuius chordam circumducatur circulus magnus, qui nequaquam offendet punctum b, aliâs enim per 4 huius & hypothesim sequeretur rectum angulum esse minorem recto. Aut igitur secādo arcum a b, si opus fuerit: prolongatum transibit supra b punctum aut infra. Transeat prius supra, secans necessariò arcum b g in puncto qui sit 3, erit itaque per 1 huius angulus 3 e b rectus, cumque sit etiam angulus e b 3 rectus ex hypothesi, erit per corollarium 2 huius 3 polus circuli a b, & ideo per primam huius arcus 3 b quarta circumferentiæ: latus igitur b g quadrantem superabit, latus denique a b quadrantem excedere nemini dubium erit: consideranti saltem arcum a e æqualem arcui a d esse quartam circumferentiæ. Sed transeat circulus dictus infra punctum b, secando arcum a b protensum opportunè in puncto h, arcum autem b g prolongatum in puncto k, erit itaque per media nunc commemorata, ne iusto crebrius primam atque secundam huius repetam propositiones, angulus apud h rectus, sed & angulus apud b rectus ex hypothesi: quare punctus k erit polus circuli a b, ideoque arcus k b quadrans, & latus g b trianguli nostri quadrante minus, latus autem a b quadrante breuius esse nemo dubitabit. Tandem arcus a g rectum subtendens angulum quartam superare ponatur. Dico, quòd alterum duorum laterum a b, b g maius erit quadrante, reliquum verò minus. Resecto enim quadrante a d, chordam ipsius super a polo circumferentes creabimus circulum magnum, cuius profectò circumferentia punctum b præteribit, aliâs enim monstrum nasceretur mathematicum, imò verius impossibile, rectus scilicet angulus recto maior. Transeat itaque prius supra punctum b, secando arcum a b in puncto e, arcum verò b g opportunè extensum in puncto 3, quem constabit esse polum circuli a b angulis apud b & e rectis existentibus, vnde & arcus 3 b circumferētiæ quarta pars habebitur. latus igitur b g trianguli a b g quadrante breuius relinquitur, latus autem reliquum a b quadrantem superabit proculdubio. Quòd si circumferentia dicta descenderit infra pūctum b, secando arcum a b satis porrectum in puncto h, arcum autem b g (nam ita

fieri necesse est) in puncto k, pristino freti syllogismo, declarabimus k esse polum circuli a b, & arcum b k quadrantem circumferentiæ, vnde consequitur latus b g trianguli nostri quadrante longius esse, reliquum verò latus a b quadrantis a h longitudinem haud attingit. Tres igitur theorematis partes confirmauimus, quod libuit efficere. Possumus præterea propositionem nostram stabilire, aduersario oppositum asserenti concludentes impossibile per 4 huius. Nam ponendo latus a g quadrantem si dixerit neutrum reliquorum laterum esse quadrantem, erit necessariò vtrunq; eorum aut maius vel minus quadrante, aut alterum maius & reliquum minus. quocunq; autem illorum existente, sequitur per 4 huius arcũ a g non esse quadrantem, sic idem arcus quadrans & non quadrans aduersario proteruienti habebitur, quod est impossibile. Si verò latus a g fuerit minus quadrante, & non fuerit vtrunq; reliquorum laterum aut maius quadrante, aut minus sententia quidem aduersarij, erit necessariò alterũ eorum quadrãs, aut alterum eorum maius quadrante, & reliquum minus eo, quo ita existente, sequitur per 4 huius arcum a g esse quadrantem aut maiorem eo, qui pridem ponebatur minor eo. Quòd si latus a g maius supponatur quadrante, & credat aduersarius, alterum duorum laterum a b & b g esse quadrantem, aut vtrunq; eorũ maius vel minus quadrante, concludemus ei per 4 huius arcum a g aut esse quadrantẽ, aut quadrante breuiorem, quem nuperrimè concesßit esse maiorem quadrante. Destructis igitur impoßibilibus, ad quę duximus aduersarium, theorematis nostri fundabitur veritas.



VI.

In omni triangulo rectangulo, si alter duorum angulorum, quos sustinet latus, rectum respiciens angulum, rectus fuerit, erit latus ipsum quarta circuli, si uterq; eorum aut obtusus aut acutus extiterit, latus dictum quadrante breuius erit: si uerò alter eorũ obtusus, reliquus autem acutus occurrat, latus ipsum quadrante maius conijcietur.

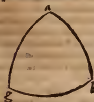


Triangulus a b g angulum b rectum habeat. Dico quòd si alter duorum angulorum a aut g rectus fuerit, latus a g erit quarta circumferentiæ, si verò vterq; eorum aut obtusus aut acutus extiterit, latus a g quadrãte breuius habebitur, & si angulus a fuerit obtusus, angulus autem g acutus vel econtrà, arcus a g quadrantem superabit. Si enim alter angulorum a & g rectus fuerit, erit per 3 huius alterum duorum laterum a b & b g quarta circuli: quare per 4 huius arcus a g erit quarta circuli. Si verò vterq; angulorum a & g aut obtusum aut acutum sese præbeat, erit per allegatam 3 huius vtrunq; duorum laterum a b & b g aut maius quadrante, aut minus eo, vnde per 4 huius latus a g quadrante breuius arguetur. Quòd si alter angulorum a & g obtusus, reliquus autem acutus extiterit, erit ex 4 huius alter duorum arcuum a b & b g maior quadrante, reliquus autem minor eo: quare per 4 huius latus a g quadrantem superabit, quæ censuimus explananda.

VII.

Si latus rectum angulum trianguli sphæralis respiciens quadrans circumferentiæ fuerit, alter angulorum sibi insidentium rectus indicabitur,

cabitur. si uerò quadrante minus extiterit, erit uterque dictorum angulorum aut obtusus aut acutus. & si latus ipsum quadrante longius offeratur, alter dictorum angulorum obtusus, reliquus autem acutus prædicabitur.



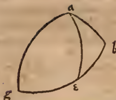
Hæc est conuersa præcedentis. Sit triangulus a b g rectangulus, angulum videlicet b rectum habens. Dico quòd si latus a g fuerit quadrans circumferentiæ, alter angulorum a & g rectus erit. Si verò arcus a g minor fuerit quadrante, vterque angulorum a & g aut obtusus erit, aut vterq; acutus. & si arcus a g quadrantem excedat, erit alter angulorum a & g obtusus, reliquus autem acutus. Nam arcu a g quadrante existente, erit alter duorum arcuum a b & b g quarta circumferentiæ per 5 huius, quare per 3 huius alter angulorum a & g rectus concludetur. Si verò arcus a g quadrante minor extiterit, erit per eandem 5 huius vterque arcuum a b & b g aut maior quadrante, aut minor eo, quare per 4 huius vterque angulorum a & g aut obtusus erit, aut acutus. Quòd si arcus a g quarta circumferentiæ maior occurrat, erit alter duorum arcuum a b & b g maior quadrante, & reliqu.is minor eo, quare per 3 huius alter angulorum a & g obtusus erit, & reliquus acutus, quæ fuere declaranda.

VIII.

Si quis triangulus sphæralis duos acutos habeat angulos, aut duos obtusos, arcus egrediens à uertice tertij anguli, lateri se respicienti perpendiculariter occursurus, intra triangulum reperietur. si uerò alter eorum acutus, & reliquus obtusus extiterit, extra triangulum necessariò cadet.



Sit triangulus huiusmodi a b g, duos angulos b & g habens acutos, aut ambos obtusos. Dicò quòd arcus ab a puncto lateri b g: quanuis vtrinque indefinito, perpendiculariter occursurus, intra triangulum a b g consistet. Non enim poterit egredi triangulum ipsum, quod si posibile arbitreris, sit arcus ille a d coincidens arcui g b, quantum sat est porrecto dextrorsum in puncto d, erit itaque arcus a d latus commune duobus triangulis a d b & a d g rectangulis. si igitur duo anguli b & g trianguli a b g fuerint acuti, erit angulus a b d obtusus, quare per 3 huius arcus a d minor erit quadrante propter angulum a g d trianguli a g d acutum, & per eandem maior quadrante propter angulum a b d trianguli a b d obtusum. idē itaq; arcus minor erit quadrāte circumferentiæ eiusdem, & maior eo, quod est impossibile, arcus ergo perpendicularis huiusmodi non cadet extra triangulum. Prohibet autem hypothesis, ne arcus ille transeat per alterum punctorum b & g, sic enim angulus acutus aut obtusus haberetur rectus, quod est impossibile. Destructis autem inconuenientibus illis relinquitur quòd non nisi intra triāgulum permaneat, quod pollicebatur prima pars theorematis. Sit demum alter prædictorum angulorum, verbi gratia, b obtusus, & reliquus g acutus. Dico quòd perpendicularis cadet extra triangulum. Non enim potest coincidere alteri duorum laterum a b & a g, sic enim angulus obtusus aut acutus esset rectus, sed neque intra triangulum consistere poterit. Si enim



ita putaueris, sit arcus a e perpendicularis ad arcum b g, cui secundum punctum e communicat. erit itaque latus a e commune duobus triangulis a b e & a g e rectangulis, quorum vnus angulum a b e habet obtusum, reliquus autem angulum a g e acutum, quare per 3 huius bis assumptam arcus a e maior erit quarta circumferentiæ, & minor ea, quod est inconueniens. Cum igitur arcus perpendicularis huiusmodi non possit coincidere alteri duorum laterum a b & a g, neque intra triangulum cadere, reliquum est necessariò vt extra triangulum reperiatur, quæ cupiebas addiscere.

IX.

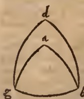
Cuiuslibet trianguli tres angulos acutos habentis, trium laterum unumquodque minus quadrante pronunciabitur.



Trianguli a b g tres anguli sint acuti. Dico quòd vnumquodque latus eius quadrante minus erit. Fiant enim apud duo puncta b & g duo anguli recti, eductis duobus arcubus circulorum magnorum b e & g e in puncto e concurrentibus, quem per 2 huius oportet esse polum circuli b g. à polo igitur e per punctum a procedat circulus magnus, qui necessariò secabit arcum b g, si enim non secaret, necessariò alterum duorum arcuum a b & a g, fieretque pars quadrantis semicircumferentia, quod est inconueniens, secet igitur in puncto d, erit autem vterque angulorum apud d rectus per 1 huius, & ideo vterque triangulorum a b d & a g d rectangulus. cumque duo anguli a b d & b a d sint acuti, totum enim b a g acutum tradidit hypothesis, erit per 3 huius arcus a b minor quadrante. similiter probabimus arcum a g minorem quadrante, restat igitur, vt arcum b g quadrante breuiorem ostendamus, quod quidem habebitur, si apud duo puncta a & b duos rectos, quemadmodum nuperrimè apud duo puncta b & g acutorum angulorum constituerimus. & hoc erat peragendum.

X.

Si quis triangulus duos acutos habeat angulos æquales, utrunque laterum eos respicientium minus quadrante prædicabitur.



Sit triangulus a b g, duos angulos b & g acutos habens æquales. Dico quòd vtrunque laterum eius, a b & a g minus erit quarta circuli. Creabimus enim apud duo puncta b & g duos rectos angulos: arcui b g insessuros eductis duobus arcubus b d & g d in puncto d confluentibus, quem 2 huius non sinit esse polum circuli b g, & ideo per 1 huius vterque arcuum b d & g d quadrans habebitur. Cum itaque duo arcus b a & g a, ex punctis terminalibus lateris b g trianguli d b g egressi intra triangulum d b g concurrant, erunt per 38 tertij huius duo arcus b a & a g coniuncti breuiores duobus arcubus b d & d g. Vnde & medietas horum arcus videlicet b a breuior erit medietate istorum, quadrante scilicet b d. similiter arcum g a minorem esse constabit ipso quadrante g d. oportet enim duos arcus b a & a g æquales esse, 40 tertij huius enunciante, quod libuit attingere.

Triang

XI.

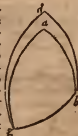
Trianguli duos obtusos habentis angulos æquales utrunque laterum eos respicientium, maius quadrante reperietur.



Sint duo anguli b & g, trianguli a b g obtusi æquales. Dico quòd vtrunque laterum a b & a g quadrantem superabit. Factis enim duobus rectis angulis apud duo puncta b & g arcus b g, educendo duos arcus b d & g d, quos constat intra triangulum a b g concurrere, quod fiat in puncto d, erunt quemadmodum in præmissa argumentabar duo arcus b d & b g, quos oportet esse quadrantes, minores duobus arcubus b a & a g lateribus trianguli nostri, & ideo sicut duo arcus b a, a g æquales propter angulos a b g & a g b æquales, superabunt duos quadrantes b d & d g, ita vterque arcuum b a & a g quadrante maior intelligetur, quod voluimus exponere.

XII.

Si quis triangulus inæquales habeat duos angulos acutos, latus minori eorum oppositum minus erit quadrante.



Trianguli a b g duo anguli b & g sint acuti, sitque angulus g minor angulo b. Dico quòd latus a b est minus quadrante. Nam constituendo duos rectos apud duo puncta b & g, productis arcubus b d & g d in puncto d concurrentibus, erunt duo arcus b a & a g minores duobus b d & d g, qui semicircumferentiam perficiunt: quoniam vterque eorum est quadrans circumferentiæ, d polo circuli b g existente. duo igitur arcus b a & a g minores sunt semicircumferentia. cumque arcus b a minor sit arcu a g per 42 tertij huius, quòd angulus g minor existat angulo b, erit arcus b a minor quadrante circumferentiæ, quod erat demonstrandum.

XIII.

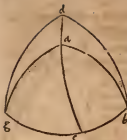
Trianguli duos obtusos habentis angulos inæquales, latus maiori eorum oppositum maius quadrante pronunciabitur.



Habeat triãgulus a b g duos angulos b & g obtusos inæquales, g scilicet maiorẽ angulo b. Dico, quòd latus a b maius est quadrante. A pũctis enim b & g arcus erecti orthogonaliter cõcurrent intra triangulũ a b g, quod fit in pũcto d polo scilicet circuli b g, eruntque duo arcus b a & a g maiores duobus arcubus b d, d g, qui æquantur semicircũferentiæ, quare duo arcus b a, a g semicircumferentiã superabũt, vnde & maior eorũ scilicet arcus a b quadrante maior habebitur, quod erat absoluendũ.

XIIII.

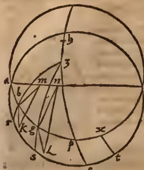
Si quis triangulus duos acutos habuerit angulos, latusque uni eorũ oppositum non minus quadrante, erit reliquus eius angulus obtusus, latusque ei oppositum maius quadrante.



Sit triangulus a b g duos angulos b & g acutos habens, cuius latus a b alterum acutorum respiciens, non sit minus quadrante. Dico, quòd angulus eius a erit obtusus, & latus b g maius quadrante. Fiant enim apud duo puncta b & g duo anguli recti, eductis duobus arcubus in puncto d extra triangulum a b g concurrentibus, quem quidem oportet esse polum circuli b g, demittaturq; à polo d per pũctum a quadrans d a e, incidens arcui b g in puncto e. Cum igitur arcus a g non sit minor quadrante, erit ipse aut quadrans, aut maior eo. Si quadrans, per 5 huius alterum duorum laterum a e, e b trianguli rectanguli a e b erit quarta circumferentiæ. est autem arcus a e minor quadrante, reliquus ergo e b quadrans erit necessariò, quare totus arcus b g maior erit quadrante. Similiter per 3 huius probabimus angulum b a e esse rectum, cum angulus a b e sit acutus ex hypothesi, totus igitur angulus b a g maior est recto. Quòd si latus a b maius fuerit quadrante, erit per 5 huius arcus b e maior quadrante, cum reliquus a e sit minor quadrante, arcus ergo b g multò maior erit quadrante. Similiter per 3 huius oportebit angulum b a e esse obtusum, cum angulus a b e sit acutus per hypothesim, angulus ergo b a g multò magis erit obtusus: patet igitur propositio.

XV.

Si fuerint in sphæra duo circuli magni ad se inclinati, signenturq; in circumferentia unius eorum duo puncta, aut in utriusq; circũferentia punctus unus, & producatur ex unoquoq; punctorũ ad circumferentiam circuli alterius perpendicularis arcus, proportio sinus arcus, qui est inter unum illorum punctorum, & punctum sectionis circulorum ad sinum arcus perpendicularis ex eo protracti ad circulum alterum est, ut proportio sinus arcus comprehensi inter pũctum alium & punctum sectionis ad sinum arcus producti ex illo puncto.



Non absterreat obsecro te verbosa præsens propositio, & primo aspectu intricata: rebus enim Mathematicis vix satis lucidum, ne dixerim venustum, accommodabis sermonem: fructum profectò dulcissimum hac arbore quanuis rigida decerpes, quem vbi persenseris, totum fermè præsentem librum intelliges. Sint igitur duo circuli magni in sphæra ad se inuicem inclinati a b g d & a e d, quorum circumferentiæ secent se in punctis a & d, signenturq; duo puncta b g in circumferentia circuli a b g d, à quibus descẽdant duo arcus perpendiculares b r, g s ad circumferentiam circuli a e d. Dico quòd proportio sinus arcus a b ad sinum arcus b r est, vt sinus

arcus a g ad ſinum arcus g s. A punctis enim b & g binæ perpendiculares rectæ demittantur, vnæ quidem ad ſectionem communem circulorum ſcilicet lineam a d, quæ ſint b m, g n, alteræ verò ad ſuperficiem circuli a e d, quę ſint b k & g l ductis lineis k m & l n: quoniam itaq; duæ lineæ m b, b k angulariter coniunctæ, æquedistant duabus n g, g l angulariter cõiunctis, b m enim æquedistat lineæ g n per 28 primi, b k autem ipſi g l per 6 vndecimi, erit angulus m b k æqualis angulo n g l, vterq; autem angulorum b k m & g l n rectus eſt ex diffinitione lineę perpendicularis ad ſuperficiem: quare per 32 primi duo trianguli m b k & n g l ſunt æquianguli, & ideo per 4 ſexti permutatim arguendo proportio m b ad b k eſt, vt proportio n g ad g l. eſt autem m b ſinus rectus arcus a b per tertij & diffinitionem, n g verò ſinus arcus a g, item b k ſinus arcus b r, g l autem ſinus arcus g s. proportio igitur ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt vt ſinus arcus a g ad ſinum arcus g s. Habemus ergo partem propoſitionis veram, quando duo puncta in vna circumferentia ſignantur. Signemus ea demum in duabus circumferentijs dictorum circulorum, ſitq; vnus b in circũferentia circuli a b g d, reliquus autem t in circumferentia circuli a e d, deſcendat à puncto t perpendicularis arcus t x ad circumferentiam circuli a b g d. Dico quòd proportio ſinus arcus a b ad ſinũ arcus b r eſt, vt proportio ſinus arcus d t ad ſinum arcus t x. Sint enim poli duorum circulorum h & 3, per quos tranſeat circulus magnus h 3 p e ſecãs circumferentias dictorum circulorũ in punctis p & e. In circumferentia itaq; circuli a b g d ſignata ſunt duo pũcta b & p, à quibus deſcendunt duo perpendiculares b r & p e: quare proportio ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt vt ſinus arcus a p ad ſinum arcus p e. Rurſus cum in circumferentia circuli a e d ſignata ſint duo puncta e & t, à quibus duo perpendiculares oriuntur e p & t x, erit proportio ſinus arcus d t ad ſinum arcus t x, ſicut ſinus arcus d e ad ſinum arcus e p. eſt autem proportio ſinus arcus d e ad ſinũ arcus e p, ſicut ſinus arcus a p ad ſinum eiuſdem arcus p e, vterq; enim arcuum a p & d e eſt quarta circumferentiæ vnius. proportio igitur ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt, vt ſinus arcus d e ad ſinum arcus t x, quę fuère peragenda. Sed forſitan adhuc animus pendet, attento quòd à quolibet puncto in ſuperficie ſphærica præter polum circuli cuiuslibet, extra tamen circumferentiam eius ſignato, geminos demittere liceat arcus perpendiculares ad circumferentiam ipſius circuli. poſsibile eſt enim per punctum ſignatum & polum circuli tranſire circulum alium magnum 15 tertij huius docente. circuli igitur hoc pacto deſcripti, duo arcus inter punctum ſignatum & circumferentiam circuli iacentis intercepti, perpendiculares erunt ex 1 huius ad circumferentiam circuli iacentis. In figuratione itaq; præſenti à puncto b prodibit perpendicularis, vnus ad partẽ inclinationis, reliquus autem ad partem oppoſitam. Idem quoq; accidet cæteris punctis in vtraq; circumferentiarum ſignatis, verùm hoc non interturbabit ſyllogiſmum noſtrum: nam hi duo perpendiculares cum ſint æquales ſemicircumferentiæ per 19 tertij huius, cõmunis animi conceptio eundem ipſi cõmunem donabit ſinum. quicquid igitur de vno arcuum prędicabit theorema noſtrum, & de reliquo demonſtratum habebitur.

XVI.

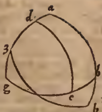
In omni triangulo rectangulo omnium laterum ſinus ad ſinus angulorum, quos ſubtendunt, eadem eſt proportio.

Sit triangulus a b g angulum b rectũ habens. Dico quòd proportio ſinus lateris a b ad ſinũ anguli a g b eadem eſt proportioni ſinus lateris b g ad ſinũ anguli b a g, & proportioni, quam habet ſinus lateris a g ad ſinũ anguli a b g.

quod ſic demonſtrabimus. Neceſſe eſt, aut vtrunq; angulorum a & g eſſe rectũ, aut alterum eorum dũtaxat, aut nullum. Si vterq; eorũ rectus eſt, erit per hypotheſim & 2 huius punctus a polus circuli b g, b autem polus circuli a g & g polus circuli a b, quare per diffinitionem vnuſquiſq; trium arcuum dictorum determinabit quantitatem anguli ſe reſpicientis. idem igitur erit ſinus cuiuslibet trium laterũ & anguli ſibi oppoſiti, & ideo ſinus omnium laterum ad ſinus angulorũ ſe reſpicientium, proportionem eandem accipiunt videlicet æqualitatis. Si autem alter duntaxat angulorum a & g fuerit rectus, ſit ille, verbi gratia, angulus g. tradidit autem & hypotheſis angulum b rectum: quare per 2 huius a eſt polus circuli b g, & per 1 huius vterq; arcuum b a, & a g quadrans circumferentiæ magnæ. per diffinitionem igitur vnuſquiſq; arcuũ a b, b g & g a quantitatem anguli ſe reſpicientis determinabit, eritq; idem ſinus cuiuslibet lateris & anguli ſe reſpicientis cõuertendo diffinitionẽ ſinus anguli. vnde poſtremò conſtabit omnium laterum ſinus ad ſinus angulorum ſe reſpicientium, eandem habere proportionẽ ſcilicet æqualitatis, Quòd ſi neuter angulorum a & g rectus offeratur, non poterit aliquis trium arcuum lateralium eſſe quadrans circumferentiæ, quemadmodum ex 3 huius trahitur, verũ in triplici varietate habebuntur. Si enim vterq; angulorum a & g fuerit acutus, erit per 10 huius vterq; arcuum a b & b g minor quadrante, vnde & per 4 huius arcus a g minor quarta circumferentiæ. Creſcat igitur arcus g a verſus a donec fiet quadrans a d, ſecundum cuius chordam quæ eſt coſta quadrati magni ſuper puncto g facto polo deſcribatur circulus magnus, ſecãs arcum g b prolongatum in puncto e. prolongetur demum arcus a g ad partem pũcti g, donec quadrans habebitur a 3, cuius chorda ſuper polo a circumducta pariat circulum occurrentem arcui a b continuato in puncto h. Pinximus hoc pacto vnam figurationem. Si verò vterq; angulorum a & g obtuſum ſe prębeat, per media nuperrimè cõmemorata vterq; arcuum a b & b g quadrantem ſuperabit, arcus aũt a g quadrante minorem confitebimur. prolongato igitur vt anteavtrin q; arcu a g, donec & arcus g d quarta naſcetur & arcus a 3, ſuper polis g & a duo circuli magni deſcribãtur: quorum vnius ſuper g ſcilicet deſcripti circumferentia neceſſariò ſecabit arcum g b maiorem quadrante, quod fiat in puncto e, reliqui verò ſuper a deſcripti, ſecabunt arcum a b, quod contingat in puncto h. Sic altera ſurgit figuratio. Quòd ſi alter angulorum a & g obtuſus fuerit, reliquus autem acutus, ſit a obtuſus & g acutus, erit itaq; ex præallegatis locis vterq; arcuũ b g & g a quadrante maior, arcus autẽ a b minor eo. abſcindantur ergo ex arcu a g duo quadrantes g d & a 3 in arcu d 3 participantes, deſcriptoq; circulo vt prius ſuper g polo, circumferentia eius ſecabit arcum b g maiorẽ quadrante, quod fiat in puncto e, circũferentia autem circuli ſuper a deſcripti, non ſecabit arcum a b, cum ſit minor quadrante, ſed occurret ei quantũ ſat eſt porrecto, quod fiat in puncto h. Neutro igitur angulorum a & g recto exiſtente, tametſi figuratione triplici vtamur, ſyllogiſmus tamen erit vnicus. Cum enim duo circuli g d & g e ad ſe inclinati ſint, & in circumferẽtia circuli g d ſignentur duo puncta, ex quibus duo perpendiculares a b & d e deſcendunt, erit per præcedentem proportio ſinus arcus g a ad ſinum arcus a b ſicut ſinus arcus g d ad ſinum arcus d e, & permutatim ſinus g a ad ſinum g d, ſicut ſinus

a b ad

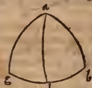
a b ad finum d e. Item duo circuli a 3 & a h ad se inclinati sunt, signanturq; duo puncta g & 3 in circũferentia circuli a 3, ex quibus descendunt duo arcus perpendiculares g b & 3 b: quare per præmissam proportio sinus a g ad sinum g b est tanquam sinus a 3 ad sinum 3 h, & permutatim sinus a g ad sinum a 3 sicut sinus g b ad sinum 3 h. est autem sinus a g ad sinum a 3, sicut sinus g a ad sinum g d, quòd vterq; arcuum a 3 & g d quadrans habeatur. Sinus igitur lateris a b ad sinum d e, & sinus lateris b g ad sinum 3 h, eandem habent proportionem, quam videlicet sinus lateris a g ad sinum quadrantis. Sinus autem d e est sinus anguli a g b, arcus enim d e determinat quãtitatem anguli a g b, puncto g polo existente circuli d e. Similiter sinus 3 h est sinus anguli b a g. sinus autem quadrãtis est sinus anguli recti. quare sinus lateris a b ad sinum anguli a g b, & sinus lateris b g ad sinum anguli b a g, sinus quoq; lateris a g ad sinum anguli recti a b g vnam & eandem suscipiũt proportionem, quod erat declarandum.

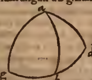


XVII.

In omni triangulo non rectangulo sinus laterum ad sinus angulorum eis oppositorum eandem habent proportionem.

Quam præcedens de triangulis rectangulis prædicabat passionem, præsens quoq; de triangulis non rectangulis enunciat. Sit igitur triangulus a b g, nullum habens rectum angulum. Dico quòd sinus lateris a b ad sinum anguli g, sinusq; lateris a g ad sinum anguli b, & sinus lateris b g ad sinum anguli a vnam & eandem proportionem accipiunt. Demittam enim ex pũcto a perpendicularem a d incidentẽ arcui b g si intra triangulum manserit, aut occurrentem arcui b g opportunè prolongato si extra triangulum ceciderit, quæ neutri arcuum a b & a g sibi conterminalium coincidere poterit: sic enim alter angulorũ b & g rectus haberetur, quem hypothesis nostra non rectum tradidit. Cadat itaq; prius intra triangulum, distinguens duos triangulos a b d & a g d rectangulos, erit ergo per præcedentem terminis permutatis proportio sinus a b ad sinum a d, sicut sinus anguli a d b recti ad sinũ anguli a b d, sed & per eandem præmissam proportio sinus a d ad sinum a g tanquam sinus anguli a g d ad sinum anguli a d g recti. cumq; sit idem sinus anguli a d g & anguli a d b, quòd vterq; eorum rectus est, erit per æquam proportionalitatem indirectam sinus a b ad sinũ a g veluti sinus anguli a g b ad sinum anguli a b g, & permutatim sinus lateris a b ad sinum anguli a g b tanquam sinus lateris a g ad sinum anguli a b g. Eandem denicq; cõcludes proportionẽ sinus lateris b g ad sinum anguli b a g, si prius ab altero punctorũ angularium b & g ad latus sibi oppositũ demiseris arcũ perpendicularem. Quòd si perpendicularis a d extra triangulum ceciderit mutata parumper figuratione pristinã repetemus syllogismum. Erit enim ex præmissa permutatim arguendo sinus a b ad sinum a d tanquam sinus anguli a d b ad sinum anguli a b d recti. itemq; sinus a d ad sinum a g, sicut sinus anguli a g b ad sinum anguli a d g recti: quare per æquam indirectam





erit sinus lateris a b ad sinum lateris a g, sicut sinus anguli a g b ad sinum anguli a b d. sinus autē anguli a b d est etiam sinus anguli a b g per cōmunem scientiam. sinus igitur a b ad sinum a g est vt sinus anguli a g b ad sinum anguli a g b, & ideo permutatis terminis, erit sinus lateris a b ad sinum anguli a g b, tanquam sinus lateris a g ad sinum anguli a b g. Hanc demum conuincemus esse proportionem sinus lateris b g ad sinum anguli b a g, quemadmodum hactenus processimus. Passionem igitur quæ de triangulis rectangulis & non rectangulis singulatim in hisce demonstrabatur theorematibus, communiter tandem de omnibus triangulis qualescunque fuerint concludere licebit, quę res quantos & quàm iucundos allatura sit fructus pedetentim intuebimur.

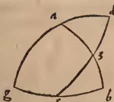
XVIII.

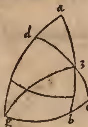
In omni triangulo unicum habente rectum angulum, proportio sinus anguli non recti ad sinum anguli recti est, ut sinus complementi anguli reliqui ad sinum complementi lateris eum subtendentis.

Sit triangulus a b g, cuius angulus b quidem sit rectus, neuter autem duorum a & g rectus habeatur. Dico quòd proportio sinus anguli b a g ad sinū anguli b recti est, vt sinus complementi anguli a g b ad sinum complementi lateris a b, similiter sinus anguli a g b ad sinum anguli b recti se habet, tanquam sinus complementi anguli b a g ad sinum complemēti arcus b g, quod sic demonstrabimus. Quoniam neuter angulorum a & g est rectus, erit aut vterque eorum acutus vel obtusus, aut alter acutus & reliquus obtusus. Sit primò vterque acutus, quamobrem per 10 huius vtrunque laterum a b & b g minus erit quadrante, ideoque per 4 huius & arcus a g minor existet quadrante, protendatur ergo g a ad partem puncti a, donec fiat quadrans g d, secundum cuius chordam super g facto polo circumducatur circulus secans arcum g b satis prolongatum in puncto e. arcus denique b a ad partem puncti a porrectus coincidat circumferentiæ circuli super g polo circumducti in puncto 3, quem ex 1 huius constabit esse polum circuli g b e. per 2 autem huius vterque arcuum 3 b & 3 e quadrans habebitur, & angulus 3 e g rectus: quare per diffinitionem arcus a 3 erit complementum lateris a b, arcus autem d 3 complementum arcus d e. cumque arcus d e determinet quantitatem anguli a g b, puncto g polo existente circuli 3 d e, determinabit arcus 3 d quantitatem complementi anguli a g b, quod facilius ducto arcu g 3 confiteberis. Est autem proportio sinus anguli b a g ad sinum anguli a b g recti per 16 huius conuersim arguendo, sicut proportio sinus b g ad sinum g a. sinus demum b g ad sinum g a, sicut sinus d 3 ad sinum 3 a per 15 huius: quoniam in circumferentijs duorum circulorum g a d & 3 a b signata sunt duo puncta g & 3, à quibus alternatim descendunt duo arcus perpendiculares ad circumferentias huiusmodi circulorum, g b quidem propter angulum a b g rectum ex hypothesi, 3 d autem propter angulum 3 d g rectum, g polo circuli 3 d existente. Sinus autem 3 d est sinus complementi anguli a g b, & arcus a 3 est complementum lateris a b. Proportio igitur sinus anguli b a g ad sinum anguli a b g recti, est tanquam sinus complementi anguli a g b ad sinum complementi lateris eum subtendentis. Quòd si fuerit vterque angulorum a & g obtusus per 11 huius vtrunque laterum a b & b g quadrantem superabit: vnde & latus a g minus quarta enunciabitur. Crescat igitur arcus g a, donec arcus g d per a punctum incedens fiet quadrans, secundum cuius

chordam

chordam deſcribatur circulus magnus, ſecans neceſſariò arcum g b, quod fiat in puncto e, ſecabit autem circulus ille neceſſariò arcum a b in puncto qui ſit 3. per 1 itaqꝫ huius duo arcus g e & e 3 perpendiculariter ſibi inuicem inſiſtent, cumqꝫ per hypotheſim arcus a b perpendicularis ſit ad arcum b g angulo b recto exiſtente, erit per 2 huius 3 polus circuli b g, & per corollarium eiuſdem vterqꝫ arcuum 3 b & 3 e quadrans circumferentiæ: quare per diffinitionem arcus a 3 erit complementum arcus a b, arcus etiam 3 d determinabit complementum anguli a g b, quod apertum videbitur ſi arcum g 3 produxerimus. erit enim angulus h g 3 rectus, arcu 3 b quadrante exiſtente, ſinus ergo arcus 3 d erit ſinus complementi anguli a g b. Cum itaqꝫ in circumferentijs duorum circulorum a g & a b ad ſe inclinatorum ſignauerimus duo puncta g & 3, à quibus deſcendunt duo perpendiculares, g b quidem ad arcum a b propter angulum b rectum ex hypotheſi, 3 d autem ad arcum g d propter g polum circuli d 3, erit per 15 huius cōuerſis terminis proportio ſinus arcus b g ad ſinum arcus g a, tanquam ſinus d 3 ad ſinum arcus 3 a, videlicet tanquam ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b, ſinus autem arcus b g ad ſinum arcus g a ſe habet per huius permutato terminorum ſitu, tanquam ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b g recti, & ideo ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b g recti ſe habet, ſicut ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b ipſum ſubtendentis. Poſtremò alter angulorum a & g ſit obtuſus, verbi gratia, angulus a, & reliquus g acutus, erit itaqꝫ per media ſupradicta arcus a b minor quadrante, vterqꝫ verò arcuum a g & g b quadrantem ſuperabit. reſecabo igitur ex arcu a g quadrantem g d, deſcriptoqꝫ circulo ſecundum quantitatem g d ſuper g polo, circumferentia eius neceſſariò concurrens cum arcu g b quadrantem ſuperante ſecabit arcum a b, quod fiat in puncto 3; quem oportet eſſe polum circuli b g, per 2 huius propter binos angulos apud b & e rectos, vnde & ex corollario eiuſdem vterqꝫ arcuum 3 b & 3 e quadrans conuincetur. Cumqꝫ arcus d e quātitatem anguli a g e determinet, arcu 3 e quadrante exiſtente, arcus d 3 quantitatem complementi anguli a g b determinabit, quod aut incertum affirmabis, vbi arcum g 3 produxeris. ſimiliter a 3 erit complementum lateris a g. In circumferentijs autem duorum circulorum a g & a b ad ſe inclinatorum (eiſdem enim characteribus nunc arcus nūc circulos ſuos more noſtro repræſentamus) ſignata ſunt duo puncta g & 3, à quibus alterni egrediuntur perpendiculares g b & 3 d, quod non niſi ex locis cōmemoratis oſtendemus, & tandem ſyllogiſmo freti priſtino concludemus ſinum anguli b a g ſe habere ad ſinum anguli a b g recti tanquam ſinum complementi anguli a g b ad ſinum complementi arcus eum ſubtendentis, quod iuuat attigiſſe. Non aliter procedemus angulum a g b vice anguli b a g aſſumentes, cæteris vt res ipſa poſtulat commutatis.

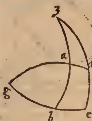




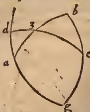
XIX.

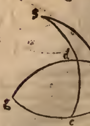
In omni triangulo, cui unicus eſt rectus angulus, ſinus complementi lateris rectum ſubtendentis angulum ad ſinum complementi alte-

rius rectum ambientium, eam habet proportionem, quam sinus complementi reliqui lateris ad sinum quadrantis.



Sit triangulus sphæralis a b g angulum b rectum habens, & vtrunq; reliquorum non rectū. Dico, quòd proportio sinus complementi lateris a g ad sinum complementi lateris a b, est vt sinus complementi lateris b g ad totum scilicet sinum quadrantis, itemq; sinus cōplementi eiusdem lateris a g ad sinum complementi lateris b g tanquam sinus complementi lateris a b ad sinum quadrantis. Huius demonstrationem afferemus simplicem, tametsi triuaria soleat esse figuratio. Si enim vterq; angulorum a & g acutus fuerit, erit per media in præmissis sæpenumero adducta, vnumquodq; laterum trianguli nostri minus quadrante. Prolongetur ergò latus g a ad partem puncti a, donec fiet arcus g d quarta circumferentiæ, secundum cuius chordam super g polo circulus descriptus secabit arcum g b satis cōtinuatum, quod fiat in puncto e: secabit autem & arcum b a prolongatum, quod fiat in puncto 3. Si deniq; vterq; angulorum a & g obtusum se præbeat, erit vterq; arcuum a b & b g maior quadrante, arcus autem a g quadrante minor, quo crescente donec fiet quadrans a d, secundum chordam ipsius describatur circulus magnus secans necessariò arcum g b quadrante maiorem in puncto qui sit e, arcum autem a g in puncto quem vocabimus 3. Et si postremò alter angulorum a & g obtusus fuerit, verbi gratia angulus a, reliquus autem acutus, erit vterq; arcuum a g & g b quadrante maior ex allegatis locis, arcus autem a b minor quadrante. Abscindam igitur ex arcu g a quadrantem g d, secundum cuius chordam super polo g circulum magnum describo, qui secet arcum b g in puncto e, & arcum b a cōtinuatum in puncto 3. Quibus ita ordinatis constabit per 2 huius 3 esse polum circuli b g propter binos angulos apud b & e rectos, & per corollariū eiusdem vtrunq; arcuum 3 b & 3 e esse quadrātem: quare per diffinitionem arcus a 3 est complementum lateris a b, arcus autem a d complementum lateris a g, & arcus b e complementum lateris b g. Cumq; duo circuli 3 b & 3 e ad se inclinati sint, in quorum vnius scilicet 3 b circumferentia signantur duo puncta a & b, ex quibus perpendiculares arcus ad circumferentiam alterius descendunt, qui sunt a d & b e, propter binos angulos apud d & e rectos g polo circuli 3 e existente, erit per 15 huius proportio sinus 3 a ad sinum a d, sicut sinus 3 b quadrantis ad sinum b e, & permutatim sinus 3 a complementi, scilicet arcus a b ad sinum quadrantis 3 b tanquam sinus a d complementi lateris a g rectum subtendentis angulum ad sinum b e complementi scilicet lateris b g rectum ambientis, quod proponebatur confirmandum.



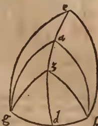


XX.

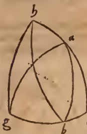
In omni triangulo non rectangulo perpendicularis à uerticē anguli cuiuslibet ad latus sibi oppositum demissus cum duobus lateribus sibi

bus ſibi conterminalibus duos complectetur angulos, eritq́ue proportio ſinus dextri ad ſinum ſiniſtri eorum angulorum, tanquam ſinus complementi anguli dextri ipſius trianguli ad ſinum complementi anguli ſiniſtri.

Angulum dextrum appello, quem facit perpendicularis cum latere trianguli dextro. Siniſtrũ autem quem cum ſiniſtro. Sit triangulus a b g, nullum habens rectum angulum, à cuius anguli vertice deſcendat arcus a d perpendicularis ad arcum b g, complectens cum duobus lateribus trianguli ſibi cõterminalibus duos angulos, cum latere quidem a b dextro angulum b a d, cum latere autem ſiniſtro a g angulum a g d. Dico quòd proportio ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d, eſt ſicut proportio ſinus complementi anguli a b g ad ſinum complementi anguli a g b. Perpendicularis enim arcus aut cadit intra triangulum, aut extra, cum neutri arcuum ſibi conterminalium coincidere poſsit. ſic nanq; alter angulorum b & g rectus fieret, quem hypotheſis non rectum tradidit, vnde etiam palam quod perpendicularis cum duobus lateribus duos continebit angulos. Cadat primum intra, & ſit minor quadrante, quod quidem accidit, dum vterq; angulorum b & g acutus fuerit, quemadmodum ex 8 huius trahitur, non poteſt autem eſſe quadrans angulo a b g non exiſtente recto. Extendatur ergo d a vſq; ad e donec arcus d e quadrans habeatur, eritq́ue per 2 huius e polus circuli b g, à quo duobus punctis b & g occurrant duo arcus circulorũ magnorum e b & e g, quos oportet eſſe quadrantes perpendiculariter quidem arcui b g inſiſtentes, eritq́ue per diffinitionem angulus a b e complementum anguli a b g, & angulus a g e complementum anguli a g b. Per 17 autem huius conuerſis terminis eſt proportio ſinus anguli a b e ad ſinum arcus a e tanquã ſinus anguli e a b ad ſinum quadrantis e b, & per eandem ſinus arcus a e ad ſinum anguli a g e, ſicut ſinus quadrantis e g ad ſinum anguli e a g. Sinus autem quadrantis e g eſt etiam ſinus quadrantis e b, per æquam igitur ſinus anguli a b e ad ſinum anguli a g e proportionem habet, quam ſinus anguli e a b ad ſinum anguli e a g. Cumq; ſinus anguli e a b ſit etiam anguli b a d, quòd ſimiliter ſinus anguli e a g ſinus habeatur anguli d a g, quod bini binis rectis æquipolleant, erit proportio ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d, tãquam ſinus anguli a b e, ſcilicet complementi anguli a b g ad ſinum anguli a g e, ſcilicet complemẽti anguli a g b, quod libuit efficere. Si autem arcus a d quadrante maior extiterit, quod quidem euenit vtroq; angulorum b & g obtuſo exiſtente, abſcindatur ex eo quadrans 3 d, & à puncto 3 quem 2 huius polum circuli b g demonſtrat, duo arcus procedant duobus punctis b & g occurſuri, quos liquet eſſe quadrantes per 1 huius orthogonaliter inſidentes arcui b g, angulus igitur a b 3 eſt complementum anguli a b g per diffinitionem. itemq; angulus a g 3 complementum anguli a g b diffinietur. Eſt autem per 17 huius conuerſim arguendo proportio ſinus anguli b a 3 ſiue b a d ad ſinum quadrantis 3 b, veluti ſinus anguli b 3 ad ſinum arcus a 3, & per eandem ſinus quadrantis 3 g ad ſinum anguli g a 3 ſiue g a d tanquam ſinus arcus a 3 ad ſinum anguli a g 3, per æquam igitur ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d erit vt ſinus anguli a b 3, ſcilicet complementi anguli a b g ad ſinum anguli a g 3, ſcilicet complementi anguli a g b. Cadat demum perpendicularis extra triangulum, altero angulorum b & g obtuſo exiſtente, & reli-

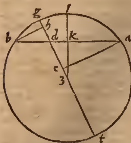


quo acuto, quemadmodum ex 8 huius trahitur. Obuiabit autem perpendicularis arcui g b prolongato ad partem anguli obtusi, qui verbi gratia sit b, eritq; minor quadrante, quòd angulus a b d acutus habeatur. extendamus igitur eum donec quadrans fiet ad punctum quidem h terminatus, quem oportet esse polum circuli b g 2 huius arguente. ab eo itaq; polo duo arcus egrediantur h b & h g, qui erunt quadrantes orthogonaliter arcui b g incidentes per 1 huius, quo fit vt angulus a b h com plementum anguli a b g habeatur, angulusq; a g h complementum anguli a g b. est autem per 17 huius conuersis terminis proportio sinus anguli b a h ad sinum quadrantis h b, tanquam sinus anguli a b h ad sinum arcus a h. & per eandem sinus quadrantis h g ad sinum anguli h a g: veluti sinus a h ad sinum anguli a g h. per æquam igitur proportioni sinus anguli b a h ad sinum anguli h a g, æqualis est proportio sinus anguli a b h ad sinum anguli a g h, sinus aũt anguli b a h est & sinus anguli b a d. itemq; sinus anguli g a h est sinus anguli g a d: quare proportio sinus anguli b a d ad sinum anguli g a d, tanquam sinus anguli a b h complemẽti videlicet anguli a b g ad sinum anguli a g h complementi scilicet anguli a g b habebitur. Ratum igitur exegimus, quod proponebatur.



XXI.

Si quis arcus notus minor semicircumferentia in duos diuidatur: quorum sinus proportionem habeant datam, uterq; eorũ notus erit.



Sit arcus a g b datus minor semicircumferẽtia diuisus in duos arcus a g & g b, sitq; proportio sinus arcus a g ad sinum arcus g b data. Dico quòd vterq; arcuum partialium a g & g b datus habebitur. Subtendatur enim arcui a g b chorda sua a b, ducaturq; per punctum g & centrum circuli 3 diameter circuli secans chordam a b in puncto d. ex punctis autem a & b arcum a b terminantibus duę rectæ descendant perpendiculares ad diametrũ, quæ sint a e & b h, quarum vtranq; constat esse sinum rectum arcus sibi conterminalis, a e quidem arcus a g, & b h arcus b g, educatur etiam semidiameter 3 l orthogonaliter secans chordam a b in puncto k. Si igitur proportio sinuum data fuerit proportio æqualitatis, erunt duo arcus a g & g b æquales per communem scientiam sinibus suis æqualibus existentibus. cumq; totus arcus a g b sit notus, erit & vterq; arcuum a g & g b notus ex communi animi sensu. Si verò proportio dictorum sinuum non fuerit proportio æqualitatis, erit alter eorum altero maior: sititaque a e maior sinu b h, vnde & arcus a g maior erit arcu g b. cum autem proportio a e ad b h sit nota, oportet eam in terminis notis reperiri per diffinitionem proportionis datæ, & ideo per quintam primi huius in numeris notis, qui sint r & s, r quidem maior, & s minor, ita vt sit proporporrio sinus a e ad sinum b h sicut r ad s: cum autem duo trianguli a e d & b h d rectanguli duos angulos apud contrapositos habeant æquales, erunt ipsi per 32 primi æquianguli, & ideo per 4 sexti proportio a e ad b h, sicut

sicut a d ad d b, proportio autem a e ad b h erat tanquam r ad s: quare & proportio a d ad d b est veluti r ad s, & coniunctim a b ad b d, sicut r s ad s, tres autem harum quantitatum notæ sunt, r s quidem propter duos numeros r & s notos, numerus autem s ex eis quæ supradicta sunt, chorda denique a b propter arcum a g b notum, intercedente tabula sinuum aut chordarum, quarta igitur scilicet linea b d nota veniet per 19 primi huius, est autem b k nota medietas chordæ a b per communem animi sententiam. Nam cuius totum datur, eius etiam medium innotescit: reliqua igitur d k nota erit. educta insuper semidiametro 3 a, erit triangulus 3 a k rectangulus, cuius duo latera 3 a & a k nota sunt, vnde & per 26 primi huius linea 3 k nota prodibit. triangulus itaque 3 d k duo latera 3 k & k d habens cognita, angulum d 3 k cognitum afferet per 27 primi huius, qui quidem ad quatuor rectos eam habet proportionem, quam arcus g l ad totam circumferentiam, quemadmodum ex vltima sexti trahitur: arcus igitur g l notus habebitur, quem si arcui a l dimidio scilicet arcus a g b addideris, resultabit arcus a g notus, ipse demum ex eodem arcu dimidio, siue ex arcu b l ablatus relinquet arcum g b cognitum, vterque igitur arcuum partialium notus habebitur, quod pollicebatur nostrum theorema. Possumus autem & ea, quæ demonstrauimus, applicare ad arcum semicircumferentia maiorem, vt si arcus a t b notus diuidatur in duos arcus a t & t b, quorum sinus proportionem habeant notam, dum tamē vterque arcuum partialium fuerit minor semicircumferentia, sic enim necesse est diametrum circuli per punctum t transeuntem, quæ sit t g secare chordam a b arcus a t b, quæ & arcui a g b communis, vnde & secabit arcum a g b minorem semicircumferentia, & distinguet ex eo duos particulares arcus scilicet a g & b quorum sinus proportionem habebunt datam: quoniam & huiusmodi sinus communes sunt duobus arcubus a t & t b, vtrunque igitur arcuum a g & g b ex supradictis cognitum subtrahemus à semicircumferentia, & relinquetur socius suus, arcus videlicet in sinu secum participans. Quòd si arcus a g b fuerit semicircumferentia, & diuidatur in duos arcus a g & g b vt contingit, tametsi fuerit data proportio sinus illius ad sinum istius, quam oportet esse proportionem æqualitatis per communem scientiam, non tamen alter eorum necessariò dabitur, infinitis enim modis potest diuidi arcus ille, qui est semicircumferentia proportione sinuum, quos habent arcus particulares, non mutata.

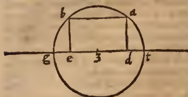
Operationem hoc pacto perficies. Si proportio sinuum data fuerit æqualitatis, arcum datum dimidiabis, & habebis duos particulares arcus cognitos. Si verò fuerit inæqualitatis, duos terminos eius congregabis, collectumque pro primo statuas numero, minorem autem terminum proportionis datæ pro secundo, & numerum chordæ arcus dati pro tertio. multiplica igitur secundum per tertium, & productum diuide per primum, quodque exibit à dimidia chorda arcus dati auferas, & residuum custodias, deinde semidiametro circuli in se multiplicata, aufer quadratum dimidiæ chordę arcus dati, quod autem relinquetur quadrato eius, quod custodiri præcepimus, coniunge, & collecti radicem elice quadratam, custoditum denique per sinum totum extende, & productum in radicem elicitam distribuas, exibit enim sinus differentiæ, quæ est inter dimidium arcum datum, & vtrunque arcuum quæsitoris, quam ex tabula sinus inuentam minue ex dimidio arcu dato, & relinquetur arcus minor quæsitus, aut eidem adde, vt resultet arcus maior. In exemplo. Ponatur arcus 40 graduum, & proportio sinus arcus a g maioris ad sinum arcus g b minoris, sicut 7 ad 4 colligo 7 & 4 fiunt 11 pro primo numero: 4 autem accipiam pro secundo, & 41042 scilicet chordam arcus dati pro tertio, multiplico 41042 per 4 produ-

cuntur 164168, quæ diuido per 11 exeunt 14924, linea uidelicet d b, quam subtrahe à medietate chordæ manenti 5597, custodienda pro linea d a. Itē semidiameter, siue sinus totus 60000, quę duco in se, producūtur 3600000000, à quo aufero quartum dimidiæ chordæ, quod est 421111441, manebunt 3178888559, hoc addo quadrato lineæ d k scilicet 31326409, resultant 3210214968, huius radix quadrata ferè est 56659, quam seruo, deinde multiplico numerum lineæ d k per sinum totum, producuntur 335820000, quę diuido per radicem seruatam, exeunt 5927, huius arcus 5 40 ferè, quem deme ex dimidio arcu dato scilicet 20 manent 14.20 arcus scilicet g b. item eidem ipsum addo, ueniunt 25.40 & totus ferè habebitur arcus a g.

XXII.

Si data fuerit differentia duorum arcuum cum proportione sinuū suorum, uterq; eorum cognitus habebitur.

Duos arcus a g & g b cōterminales intelligantur, minorq; qui est g b pars maioris a g: quorum differentia sit data arcus uidelicet a b, eorumq; sinus habeant datam proportionē. Dico quòd vterq; eorum notus reddetur. Incedat enim per g terminum cōmunem arcuum dictorum & centrum circuli 3 linea recta vtrinq; indefinita, diametrum tamen circuli g t complectens, educaturq; semidiameter 3 m secās chordam a b orthogonaliter in puncto l, à pūctis autem a & b chordam a b terminantibus duæ perpendiculares a d & b e ad diametrum descendant, quas constat esse duos sinus arcuum a g & g b. Si itaq; ipsi fuerint æquales, hoc est proportio sinuum data fuerit proportio æqualitatis erit per communem scientiam arcus g b æqualis arcui a t. dempto igitur a b noto per hypothesim ex semicircumferentia nota, residui medietas, arcus scilicet b g minor cognitus erit, cui si arcum a b notum adieceris, prodibit arcus a g maior cognitus. Si verò alter sinuum maior reliquo extiterit, sit verbi gratia arcus maioris a g sinus, maior sinu arcus minoris b g, abscindaturq; ex sinu a d linea recta k d æqualis ipsi b e, ducta linea b k, quæ per 33 primi æquedistabit lineæ e d, vnde & per 34 primi angulus e b k rectus habebitur angulo e d k recto existente & ideo angulus a b e rectum superabit. Producta autem linea ab a per b indefinita ex parte puncti b, erit reliquus angulus apud b acutus. cumq; sit angulus b e g rectus, linea dicta a b satis porrecta concurret cum linea t g opportunè prolongata, quod fiat in puncto h. Quoniam igitur proportio a d ad b e data est. in numeris eam reperiemus per corollarium quintæ primi huius, qui sint r & s, r quidem maior numero s: quorum differentia sit x. Est autem per quartam sexti proportio a d ad b e, & ideo r ad s tanquam a h ad h b: quare disiunctim a b ad b h sicut differentia numerorum r & s, uidelicet x ad ipsum numerum s: cumq; tres harum quantitatum proportionalium sint datæ, a b quidem chordam arcus suus notificat per tabulam sinuum aut chordarum, erit & linea b h nota, & ideo tota a h cognita ueniet. item b l medietas lineæ a b notæ non erit incognita, vnde & linea h l data comparabitur. Quod igitur sub a h & h b continetur per 16 primi huius notum erit, ipsum autem æquatur ei quod sub t h & b g per



h g per tertij, quamobrem quod ſub t h & h g continetur notum erit, cui ſi quadratum ſemidiametri 3 g notę adiecerimus, reſultabit per ſextam 2 quadratum lineæ h 3 notum, vnde & ipſa h 3 linea cognoſcetur. Trianguli ergo 3 h l rectanguli duo latera 3 h & h l nota ſunt: quare per 27 primi huius, angulus eius h 3 l notus erit, cuius deniq; numerus arcum g m notum faciet, ad quem ſi arcum m a, medietatem ſcilicet arcus a b dati adiunxeris, arcum a g notum habebis, itemq; ſi ex eodem arcu g m dimidium arcum datum reieceris, arcus b g notus relinquetur, quod hactenus expectauimus. Quòd ſi maior duorum ſinuum minoris fuerit arcus, vt ſi quis offerat proportionem ſinus arcus b t ad ſinum arcus a t, cum arcu a b noto, non aliter quàm nuperrimè peragendũ erit, donec elicietur arcus b g cognitus, quo dempto ex ſemicircumferentia, relinquetur arcus b t notus, cui ſi arcum a b ex hypotheſi notum ſubtraxeris, arcum minorem a t notum relinques.

Operatio. Si data proportio ſinuum fuerit æqualitatis, ſubtrahe arcum datum ex ſemicircumferentia, & reſidui dimidium erit arcus minor quæſitus, cui ſi arcum datum adieceris, reſultabit arcus maior. Si verò fuerit proportio inæqualitatis, & ſinus maioris arcus maior ſinu arcus minoris, differentiam terminorum proportionis datæ conſtitue primum numerum, terminum autem minorem pro ſecundo, & chordam arcus dati, qui eſt differentia arcuum quæſitoris, pro tertio. Multiplica igitur ſecundum per tertium, & productum diuide per primum, & quod exibit addas chordæ dimidiæ arcus dati, collectumq; ſerua. Idem quoq; adde toti chordæ arcus dati, & collectum multiplica per id quod chordæ toti & eius medietati addidiſti, eiq; quod producitur, quadratum ſemidiametri, ſcilicet ſinus totius adijcias, huius demum aggregati radicem elice quadratam. Deinde quod ſupra ſeruatum iri iuſsimus, per ſinum totum multiplica, & productum diuide in radicem iam elicitam, ab exeuntisq; arcu dimidium arcũ datum minue, & relinquetur arcus minor quæſitus, quem & eidem ſi addideris, maiorem arcum quæſitum numerabis. In exemplo. Ponatur proportio ſinus arcus a g, ad ſinum arcus b g, ſicut 20 ad 13, ſitq; differentia arcuum 40, huius chorda eſt 41042 differentia 20. 4. 13 eſt 7. Multiplico igitur 41042, per 13 producuntur 533546, quæ diuido per 7 exeunt 76221, linea ſcilicet b h. huic addo medietatem chordæ a b, ſcilicet 20521, reſultant 96742, linea ſcilicet l h. item colligo 76221, & 41042, veniunt 117263, quæ multiplico per 76221, procreantur 8937903123, quibus addo quartum ſinus totius, quod eſt 3600000000, colliguntur 12537903123, huius radix quadrata eſt 111973, quam ſeruo: deinde multiplico 96742, per 60000, producuntur 5804520000, quæ diuido per 111973, exeunt 51839 ſinus ſcilicet arcus m g, qui erit 59 45, à quo auſero 20, manebit arcus b g 39. 46 item adde 20 veniunt 79. 46, & tantus computabitur arcus a g.

Quoniam Claudius Ptolemæus duas has præcedentes propoſitiones & breuiùs & faciliùs libro primo μεγάλης συντάξεως cap. decimo demonſtrauit: non abs re fore nobis uiſum fuit, ſi hîc eas interponeremus.

δεύτερον κυκλικὸν λημμάτιον.

Παρακολουθεῖ δ' αὐτόθεν, ὅτι κἂν δοθῶσιν ἥ τε α γ ὅλη περιφέρεια, καὶ ὁ λόγος ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς α β πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς β γ, δοθήσεται καὶ ἑκατέρα τῶν α β καὶ β γ περιφερειῶν. ἐκτεθείσης γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεζεύχθω ἡ α δ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ δ κάθετος ἐπὶ τὴν α ε γ ἡ δ ζ. ὅτι μὲν οὖν τῆς α γ περιφερείας δοθείσης, ἥ τε ἀπὸ α δ ζ γωνία, τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ὑποτείνουσα δεδομένη ἔσται καὶ ὅλον τὸ α δ ζ τρίγωνον δῆλον. ἐπεὶ δὲ τῆς α γ εὐθείας ὅλης δεδομένης, ὑπόκειται καὶ ὁ τῆς α ε πρὸς ε γ λόγος, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς α β πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς β γ, ἥ τε α ε ἔσται δοθεῖσα καὶ λοιπὴ ἡ ζ ε. καὶ διὰ τοῦτο καὶ τῆς δ ζ δεδομένης, δοθήσεται καὶ ἥ τε ὑπὸ ε δ ζ γωνία τοῦ ε δ ζ ὀρθογωνίου, καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ α δ β. ὥστε καὶ ἥ τε α β περιφέρεια δοθήσεται, καὶ λοιπὴ ἡ β γ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Has propoſitiones ita Latinè conuertimus.

1 Siquis arcus notus in duos diuidatur, quorum ſinuum ratio inter ſe conſtet, ipſi arcus etiam cognoſcentur.

Ex hoc ſequitur, ſi dentur tota circumferentia α γ, & ratio ſubtenſæ duplo circumferentiæ α β ad ſubtenſam duplo circumferentiæ β γ, dabitur quoque vtraque circumferentiarum α β & β γ. Cõſtituta enim eadem deſcriptione, coniungãtur recta linea α δ & à ſigno δ agatur cathetus δ ζ in ipſam α ε γ. Cum igitur detur circumferentia α γ cum angulo α δ ζ ſemiſſem eiuſdem circumferentiæ ſubtendente, etiam totum α δ ζ triangulum manifeſtum erit. Poſtquàm verò α γ arcum ſubtendens tota data eſt, & ex conſtituto ratio α ε ad ε γ, quę eadem rationi ſubtenſæ duplo circumferentiæ α β ad ſubtendentem duplum β γ, etiam data erit α ε, & reliqua ζ ε. Igitur data δ ζ, dabitur etiam angulus ſub ε δ ζ trigoni rectanguli ε δ ζ, & totus angulus, qui ſub α δ β continetur. hinc etiam circumferentia α β & reliqua β γ, id quod demonſtrare oportebat. Praxis huius propoſitionis facilis ſit: quæratur ſinus verſus dimidij arcus dati, qui auferatur ex ſinu toto, & ex α ε auferatur media pars α γ, tum relinquetur ζ ε. Iam notis lateribus ζ ε & ζ δ, inuenietur angulus ζ δ ε, & iungatur α δ ζ angulo, vt habeatur totus α δ β.

XXIII.

Si angulum notum in duos particulares ſecueris angulos, quorũ ſinus proportionem habeant datam, uterque eorum notus erit.

Hæc ad angulos ſuperficiales & planos rectilineos & ſphærales accommodabitur. Sit angulus huiuſmodi notus a 3 g diuiſus in duos

in duos a 3 b & b 3 g. sitq; proportio sinus anguli a 3 b ad sinum anguli b 3 g data. Dico, quòd vtrunq; eorum cognoscet Geometra. Super vertice enim anguli, scilicet puncto 3 facto centro, si planus & rectilineus fuerit, secundum quantamlibet distantiam describatur circulus a b g, aut super puncto 3 facto polo secũdum chordam quadrantis magni circulus a b g circumducatur, prolongenturq; tria latera angulos particulares complectentia, donec obuiabunt circumferentiæ descripti circuli in punctis a, b, & g. Vnusquisq; igitur trium arcuum, a g quidem totalis, & duorum partialium a b & b g quantitatem anguli se respicientis determinat, vnde & sinus illorum arcuum tanquam sinus angulorum suorum censebimus. Oportet autem arcum a g esse notum per 19 primi huius, sed & sinus duorum arcuum a b & b g, qui sunt etiam angulorũ suorum, proportionem habebunt notam: quare per 21 huius vterq; illorum arcuũ notus erit, & ideo per corollarium primi huius vterq; angulorum a 3 b & b 3 g notus habebitur, quod erat deducendum. Operatio huius ab opere 21 huius in nullo discrepat, nisi quòd vice angulorum arcus se determinantes accipias.

Καὶ ἐνταῦθα δὲ αὐτόθεν παρακολουθεῖ, διότι κἂν ἡ γ β περιφέρεια μόνη δοθῇ, καὶ ὁ λόγος τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς γ α, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς α β δοθῇ, καὶ ἡ α β περιφέρεια δοθήσεται. πάλιν γὰρ ἐπὶ τῆς ὁμοίας καταγραφῆς ἐπιζευχθείσης τῆς δ β, καὶ καθέτου ἀχθείσης ἐπὶ τὴν β γ τῆς δ ζ, ἡ μὲν ὑπὸ β δ ζ γωνία τὴν ἡμίσειαν ὑποτείνουσα τῆς β γ περιφερείας, ἔσται δεδομένη καὶ ὅλον ἄρα τὸ β δ ζ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ δὲ καὶ ὅτι τῆς γ ε πρὸς τὴν ε β λόγος δέδοται, καὶ ἔτι ἡ γ β εὐθεῖα δεδόσεται καὶ ἡ ε β καὶ ἔτι ὅλη ἡ ε β ζ. ὥστε καὶ ἐπεὶ ἡ δ ζ δέδοται, δοθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ε δ ζ γωνία τοῦ αὐτοῦ ὀρθογωνίου, καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ε δ β. ὥστε καὶ ἡ α β περιφέρεια ἔσται δεδομένη.

Si detur differentia duarum circumferentiarum unà cum ratione sinuũ: etiam ipsæ circumferentiæ dabuntur.

Hinc etiam consequitur, quòd si sola γ β circumferentia detur, & ratio subtendentis duplum γ α ad subtendentem duplum α β, etiam α β circumferentia dabitur. Iterum in eadem descriptione connexa recta δ β, & ducta perpendiculari δ ζ in γ β, angulus sub β δ ζ semissem circumferentiæ β γ subtendens data erit, & totum β δ ζ triangulum rectangulum. Quoniam verò ratio γ ε ad ε β datur, & ipsa recta γ β, dabitur etiam ε β, & tota ε β ζ. Itaq; cùm δ ζ detur, dabitur, & angulus sub ε δ ζ eiusdem trigoni rectanguli, & reliquus sub ε δ β. Igitur α β circumferentia data erit.

XXIIII.

Data differentia duorum angulorum, & proportione sinuũ suorum, utriusq; eorum quantitatem addiscemus.

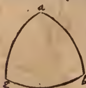
Hanc ex 22 huius non aliter quàm præmissam ex 21 emanare constat: nihil enim noui admiscetur, quod non colligantia angulorum & arcuum se determinantium administret. Quæ hactenus lucubrauimus, fuêre præambula arti triangulorum sphæralium, nunc rem ipsam ingrediamur. Habet autem triangulus sphæralis tria latera & tres angulos: quorum tribus quibuscunque cognitis, reliqua tria cognoscenda via parata est. Demonstrabimus enim, quòd in omni triangulo sphærali ex arcubus circulorum magnorum

constante, cui non sunt duo recti anguli, siue duo latera cum vno angulo, siue duos angulos cum vno latere, aut tria latera, aut tres angulos notos habuerimus, reliqua tria non latebunt. Cumq; non possint esse plures combinationes huiusmodi, omnem hoc pacto triangulorum sphæralium artem absoluemus, & quidem planissimè, quæ res quàm vtilis quamq; iucunda veniat Astronomo, non satis dici potest. Vt autem res ipsa cognita facilior existat, libuit intermiscere numeros exemplares, sæpe etenim obscuritatem propositionis, numerorum soluit accommodatio. Huius operationem facilè comparabis, si pro angulis vniuersis arcus se determinantes acceperis, quemadmodum in præcedenti.

XXV.

Omnis triangulus unicum habens rectum angulum, cum duobus lateribus cognitis, reliquum latus reliquosq; angulos latère non sinet.

Trianguli a b g angulum b rectum habentis, duo latera quæcunq; sint cognita. Dico quod reliquum eius latus notum erit cum reliquis duobus angulis. Erit enim proportio sinus complementi arcus a g, ad sinum complementi a b, sicut sinus complementi b g ad sinum quadrantis. Ex quatuor itaq; quantitatibus proportionalibus tres notæ sunt propter duo latera nota per hypothesim cum quadrante notos. Vnde & per 19. primi huius quarta nota erit, videlicet sinus complementi a g tertij lateris, quare ipsum complementum quod nunquam quadrante maius existit cognitum habebitur, quod quidem demptum ex quadrante, relinquet latus tertium notum, si ipsum quadrante minor extiterit, aut complementum illud additum quadranti, latus illud notum efficiet, si quadrantem superauerit. Vtrum autem minus quadrante aut maius fuerit, docebunt quantitates laterum datorum, 4 huius dirigente. Tria igitur trianguli latera sunt cognita, cumq; sinus singulorum ad sinus angulorum sibi oppositorum proportionem habeant notam, eam videlicet quam habet sinus a g ad sinum anguli a b g recti, quemadmodum enunciauit 16 huius, erunt & sinus reliquorum angulorum noti, anguli autem ipsi quales sint, volo dicere, maiores recto an minores duorũ laterũ se respicientiũ quantitates edocebunt conuersa, 3 huius intercedente, quare & omnes anguli noti erunt.

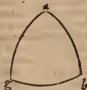


Operatio. Si duo latera rectum ambientia fuerint data, multiplica sinũ complementi alterius eorũ per sinũ complemẽti lateris reliqui, quódq; producetur in sinum totũ, scilicet quadrantis partiare. exibit enim sinus complementi lateris rectum subtendentis, cuius arcum, scilicet ipsum complementum demes ex quadrante, si vtrunq; datorum laterũ aut maius quadrante fuerit aut minus eo, & relinquetur quantitas lateris rectum respiciẽtis angulum. si verò alterum ex datis lateribus quadrante maius, reliquũ verò minus extiterit, complementum ipsum quadranti adijcias, & resultabit latus quæsitum. Quod si alterum datorũ laterũ recto opponatur, multiplicabis sinum complementi lateris rectũ subtendentis per sinum quadrantis, producto enim diuiso per sinũ reliqui lateris dati exibit sinus complementi lateris quæsiti, cuius arcum, scilicet complementum ipsum ex quadrante minuas, si vtrumq; datorum laterum quadrante aut maius aut minus extiterit, si verò alterum eorum maius, & reliquum minus quadrante occurrat, complementum ipsum quadranti adiectum, latus tertium manifestabit. Hæc pro latere tertio reperiendo. Duos autem angulos non rectos (rectus enim quilibet notus est) hoc pacto metieris. Sinum lateris oppositi angulo quæsito per sinum quadrantis extende, productumq; per sinum lateris rectum

tectum subtendentis partiaris, exibit enim sinus anguli quæsiti, cuius arcum in tabula sinus accipias: maiorem quidem si arcus ipsum respiciens angulum maior quadrante fuerit, minorem verò si minor: omnem quippe sinũ duobus respondere arcubus perspicuum est. In exemplo. Offeratur arcus a b 20 graduũ & b g 36, libet inuenire arcum a g. Complementum arcus a b est 70, cuius sinus est 56382. Complementum arcus b g est 54, cuius sinus est 48541, dum sinus totus, scilicet quadrãtis est 60000 quemadmodum in tabula nostra constituimus. Multiplico igitur 56382 per 48543 producuntur 2736838662, quę diuido per sinum totum 60000, exeunt 45614 sinus scilicet complementi arcus a g, huius arcus est 49. 29 complementum scilicet arcus a g, quod minuo ex 90 relinquuntur 40. 31, & tantus erit arcus a g. Sed ponatur latus a b 160 & latus b g 144 sinus cõplementorum sunt, quibus nunc vsi sumus, venietq; latus a g quantum antehac elicitum est, oportet enim arcum a g minorem esse quadrante. Quòd si latus a b fuerit 20 & b g 144, licet sinus priores redeãt & complementum arcus a g idem quod prius, ipsum tamen nunc addendum est quadranti, vt habeatur arcus a g, quòd alter arcuũ a b & b g minor quadrante sit re, & reliquus maior eo. Sit demum latus a b 20 graduum, a g autem 50 complementum a b est 70, cuius sinus 56382, complementum a g 40, cuius sinus 38567 multiplico 38567 per 60000, producuntur 2314020000, quæ diuido per 56382 exeunt 41042 (quod enim propinquum est vero, veritatis vtimur vice) hic est sinus complementi arcus b g, cuius arcus 43 10 ferè, quẽ demo ex 90 relinquũtur 46. 50 pro arcu b g tantus deniq; haberetur arcus b g, si arcus a b fuisset 160, & arcus a g 130: quoniam vtrobiq; arcũ b g minorem quadrante oporteret esse. Si verò arcus a b fuerit 20, & arcus a g 130, erit arcus b g maior quadrante, repetitoq; opere pristino: quoniam eidem erunt numeri, veniet cõplementum arcus b g iterum 43. 10, addendum quidem quadranti, quo facto congregabuntur 133. 10, tantusq; numerabitur arcus a g quæsitus. Hæc de lateribus. Postremò libeat inuenire angulum a g b arcu a b existente 20, & b g 50. Sinus 20 graduũ est 20521 Sinus 50 est 45963. Multiplico 20521 per sinum totum, producuntur 1231260000, quæ diuido per 45963, exeunt 26788, sinus videlicet anguli a g b, cuius arcus minor est 26. 31, determinans quantitatem anguli a g b: quoniam arcus a b minor est quadrante, & tantus censebitur etiam angulus a g b. Si autem arcus a b superaret, angulus a g b recto maior haberetur. Vnde accipiendus esset arcus maior respondens sinui prædicto, qui est 153. 29, & tantum pronunciaremus angulum a g b. Non aliter ad notitiam anguli b a g perducemur.

XXVI.

Tribus angulis trianguli rectanguli cognitis, omnia eius latera patefient.



Sit triangulus a b g cuius tres anguli noti habeantur. Dico quòd omnia eius latera fient cognita. Aut enim duo eorum sunt recti, aut vnus tantùm. Si duo, sint ipsi verbi gratia, b & g, erit igitur per 2 huius punctus a polus circuli b g, & per eandem huius vterq; arcuum a b & a g quadrans cognitus, sed & arcus b g determinat quantitatem anguli b a g noti, vnde & ipse notus habetur. Tria itaq; trianguli latera nota reddidimus. Si verò vnus duntaxat angulus, verbi gratia b sit rectus, huius 18. consulemus. erit enim proportio sinus anguli b a g ad sinum anguli a b g recti, tanquam sinus complementi anguli a g b ad sinum complementi lateris

a b, tres autem horum ſinuum notos faciunt anguli per hypotheſim dati: quare & ſinus complemēti arcus a b cognitus veniet, cuius arcus, videlicet ipſum complementum ex quarta circumferentiæ demptus relinquet arcum a b notum ſi arcus a b minor quadrante extiterit, aut additus quadrāti ipſum arcum a b notum conſtituet, ſi arcus a b quadrantem ſuperauerit. Arcus autem a b qualis fuerit reſpectu quadrantis, angulus a g b 6 huius dirigente indicabit. Similiter per omnia notum reddemus latus b g, & tandem per præcedentem latus tertium a g innoteſcet. Verùm inuento arcu a b hanc viam ingredi licebit, Proportio ſinus anguli a g b per 16 huius ad ſinum arcus a b eſt vt ſinus anguli b a g ad ſinum lateris b g. Tres autem huiuſmodi ſinus noti ſunt: quare & quartus, & ideo arcus b g cognitus habebitur. ſimiliter reperiemus arcū a g mediante angulo a b g recto. Cautum profectò te velim eſſe in accipiendis arcubus per ſinus datos, ne centies idem repetendo membrana contaminetur. vnumquenq; enim ſinum minorem ſinu toto duobus reſpondere arcubus ſæpenumero dictum eſt: quorum alter quadrante maior, alter eo minor exiſtit. Volenti ergo ſinui dato arcum ſuum reddere, conſiderandum eſt, ſit ne arcus ſuus maior quadrante aut minor eo, quod nimirum ſuperiores concluſiones ſatis apertum tradidêre. Idem præterea de complementis arcuum & angulorum obſeruandum eſt, quemadmodum enim vnumquodq; complementum arcuale duobus ſeruit arcubus, quorum alter quadrante maior, alter autem eo minor eſt: ita & omne complementum angulare duos reſpicit angulos, hunc quidem maiorem, illum autem recto minorem. Si igitur complemento arcuali reddere conaris arcum ſuum, prius exploratum habeas, ſit ne arcus ille maior quadrante aut minor eo. ſi maior, complementum ſuum additum quadranti arcum conſtituet quæſitum: ſi verò minor, complementum ex quadrante reiectum arcus quęſiti relinquet quantitatem. Non aliter circa angulos procedemus, niſi quòd vbi pridem arcus erat, nunc angulum intelligamus.

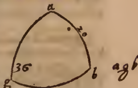
Operatio huius. Si triangulus habuerit duos rectos, iam conclamatum eſt, vtrunq; enim laterum eos ſubtendentium erit quadrans notus. tertium autem latus eum, quem angulus ſe reſpiciens ſortitur numerū. Si verò vnus duntaxat rectus fuerit, multiplica ſinum complementi anguli non recti, quem ſubtendit latus quæſitum per ſinum totum, & productum diuide per ſinum reliqui anguli non recti, exibit enim ſinus complementi arcus quæſiti, cum quo, vt ſupra monuimus, operabere. Ad reliqua demum cognoſcenda latera, multiplicabis ſinum arcus iam inuenti per ſinum anguli reſpicientis aliud latus quæſitum, ſiue rectus ſiue non rectus extiterit, & productum partieris per ſinum anguli quem ſubtendit latus nuper inuentum, exibit enim ſinus lateris quæſiti, cum quo vt antea præcepimus, latus ipſum elicies. In exemplo. Sit vterq; angulorum b & g, 90 graduum, & angulus a 40, erit vterq; arcuum a b & g 90 graduum, & arcus b g 40. Sed ponatur angulus b rectus, angulus verò a 50 gr. & angulus g 70. volo inuenire arcum b g, ſinus 50 gr. eſt 45963. Sinus complementi 70 gr. eſt 20521 quem duco in ſinum totum, producuntur 1231260000. hæc diuido per 45963 exeunt 26788 ſinus ſcilicet complementi arcus a b, cuius arcus ſcilicet ipſum complementum eſt 26. 31 quem demo ex quadrante, quòd arcum a b minorem eſſe quadrante oporteat angulo g acuto exiſtente, & relinquuntur 63. 29 tantusq; computabitur arcus b g. Rurſus pro latere b g metiendo, ſinus anguli g, qui ponebatur 70 eſt 56382 ſinus lateris b g, quod iam nunc reperimus 63. 29 eſt 53688 quem multiplico per ſinum anguli a, qui erat 45963, producuntur 2467661544 quæ diuido per 56382 exeunt 43767 ſinus ſcilicet lateris b g, cuius arcus minor eſt 46, 50, & tantus eſt arcus b g, quoniam angulus b a g ponebatur acutus, Similiter reperiemus

arcum

arcum a g,nihil prorsus variando,nisi quòd loco anguli b a g angulum a b g rectum constituamus.

XXVII.

Vno latere trianguli rectanguli cum altero duorum non rectorum cognito, & angulum reliquum cum lateribus reliquis inuenire.



Sit triangulus a b g, angulum b rectum habens, duosq; a & g non rectos, quorum alter verbi gratia, g sit datus cum vno latere quocunq;. Dico quod angulus a cognitus erit, & reliqua duo latera. Si enim latus datum angulo dato opponatur, vt in figura est latus a b, 16 huius consulemus, erit enim conuersis terminis proportio sinus anguli a b g ad sinum lateris a b tanquam sinus anguli a b g recti ad sinum lateris a g, tribus autem primis quantitatibus cognitis, quarta dabitur nota, & ideo arcus a g cognitus. ex duobus demum lateribus a b & a g iam cognitis 25 huius intercedente, & latus b g & angulus b a g numerabuntur. Non aliter argumentabimur latere dato rectum angulum subtendente, erit ex præallegato theoremate proportio sinus anguli a b g recti ad sinum lateris a g dati, sicut sinus anguli a g b dati ad sinum lateris a b, sic iterum duo latera a g & a b cognita venient, cætera vt prius. Quòd si latus datum recto angulo subiaceat, angulo'q; non recto dato, quale est in figura latus b g ad 18 huius refugiendum est, per eam enim proportio sinus anguli a g b ad sinum anguli a b g recti est, vt proportio sinus complementi anguli b a g ad sinum complementi arcus b g. tres autem harum quantitatum sunt notæ, de prima & secunda nemo hæsitat, quarta verò cognita erit, propter arcum b g datum, hinc sinus complementi anguli b a g notus occurret, ideoq; angulus ipse non latebit. Habebimus igitur tres trianguli cognitos angulos, quamobrem auxilio præcedentis reliqua duo latera innotescent.

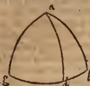
Operatio. Si latus datum angulo non recto dato oppositum fuerit, multiplica sinum ipsius lateris per sinum quadrantis, quodq; procreabitur, per sinum dati anguli partiaris, exibit enim sinus lateris rectum subtendentis, cognito autem ipso latere per sinum suum, ad opus huius confugiendum est. Si verò latus datum recto opponatur angulo, sinum eius per sinum anguli dati extendas, & productum diuidas per sinum totũ, existentis enim arcus est ipsum latus quæsitum, deinde operationem 25 huius repetito. Quòd si angulus rectus & reliquus angulus datus lateri dato insideant, sinum lateris dati per sinum complementi anguli dati multiplices, & productum per sinum totum partiatis, exibit enim sinus complementi anguli b a g, quo intercedente angulus ipse notus habebitur, deinceps verò opus præmissæ repetemus. In numeris exemplaribus sic habeto. Ponatur angulus g $\overline{36}$. gr. & latus a b $\overline{20}$. gr. est sinus $\overline{36}$. gr. est 35267. sinus $\overline{20}$. 20521. quem multiplico per sinum totum, producuntur 123 1260000. hunc diuido per 35267. exeunt 34912 sinus scilicet lateris a g. inueniq; igitur ex tabula latus a g $\overline{35}$. 35. deinde pro latere & angulo reliquis ad numeros 25 huius refugio. Sed maneat angulus g quantus erat, & sit latus a g $\overline{20}$. gr. multiplico sinum $\overline{36}$. gr. qui est 35267. per sinum $\overline{20}$. gr. scilicet 20521. procreantur 723714107. quæ diuido per sinum totum, exeunt 12062. sinus scilicet arcus a b, quare ipse arcus a b erit $\overline{11}$. 36. reliqua per 25 huius numerabimus. Ponatur demum angulus a g b, vt prius $\overline{36}$. & arcus a b 20. Sinus 36 est 35267. Sinus complementi $\overline{20}$. est 56382. quem duco in 35267. producuntur 1988423994. hoc diuido per sinum totum, exeunt 33140, scilicet sinus com-

plementi anguli b a g, cuius arcus est 33. 32. hic demptus ex 90. relinquet 56. 28. & tantus habebit angulus b a g. ipsum enim minorem esse quarta circumferentiæ, arguit arcus b g datus minor quadrante. Reliqua tandem per operationem præcedentis absoluemus. Non ęgreferas, si solito prolixiores in his tribus propositionibus videamur, id enim postulat tenor operationis, non nihil moræ attulit exemplaris numerorum manuductio, in qua si te satis exercueris, totam fermè artem triangulorum sphæralium facilem arbitraberis.

XXVIII.

Cognitis duobus lateribus trianguli non rectanguli datum angulum continentibus, reliquum latus reliquosq; angulos cognitum iri.

Trianguli a b g non rectanguli duo latera a b & b g sint data cum angulo b. Dico quòd & latus a g, & duo anguli a & g innotescẽt. Descendat enim ex termino alterius datorum laterum ad reliquum perpendicularis, quę necessariò intra triangulum consistet aut extra eum cadet. neutri enim laterum sibi conterminalium poterit coincidere, sic enim idem angulus & rectus haberetur & non rectus. Vtrum autem horum fiat nondum sciendi allata est facultas, id enim non immediate pendet ex hypothesi, sed paulò post exploratum dabimus. Cum autem à quolibet puncto sublimi extra circumferentiam circuli signato possimus demittere duas perpendiculares, hoc in proposito eam duntaxat eligemus, quæ subtendit angulum datum. Sit itaq; hæc perpendicularis a d, habebit ergo trĩãgulus a b d angulum b non rectum notum cum latere a b, quare per præmissam vterq; arcuum a d & d b cognitus veniet. si itaque arcus b d nunc inuentus minor fuerit arcu b g dato, constabit perpendicularem cecidisse intra triangulum a b g, si verò maior extra, oportet autem differentiam duorum arcuum b g & b d notam esse, triangulus igitur a g d rectangulus duo latera a d & d g habens nota per 25 huius latus suum a g, quod & triangulo a b g commune est, duosq; angulos d a g & d g a notificabit. triangulus itaque propositus a b g tria latera nota sunt, cum duobus angulis a b g quidem per hypothesim, a g b autem per argumentationem, erat autem & vterque angulorum b a d & d a g notus, quibus collectis, si perpendicularis intra triangulum ceciderit, aut minori eorum à maiori subtracto, angulum b a g addiscemus, quæ fuere declaranda. Diceres forsitan, proportio sinus arcus a g per argumentationem cogniti, ad sinum anguli a b g, quem dedit hypothesis, sit vt sinus arcus b g noti per hypothesim ad sinum anguli b a g 17 huius demonstrante. cumq; tres harum quantitatum sint notæ, & ideo oporteat sinum anguli b a g fieri notum, nonne facilius hoc pacto per vnicam operationẽ inueniemus angulum b a g, quàm ingeminando opus duobus angulis b a d & d a g diuisim cognitis, ipsum angulum b a g eliciemus? Respondeo tibi sinum quidem anguli b a g hac via reperiri quàm latissimè, quæ tamen duobus respondente angulis incertum est vter eorum eligendus sit, id autem minime turbabit viam nostram, quoniam vterq; angulorum b a d & d a g qualis sit respectu anguli recti certum tradidimus.



XXIX.

Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppositi, inuentioni reliqui lateris & reliquorum angulorum minimè sufficere.

Similem

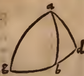
Similem passionem de triangulis planis rectilineis demonstrauimus in primo huius angulo dato existente acuto, quam nunc de sphæralibus prædicauimus, siue angulus datus fuerit acutus, siue obtusus. Sit enim angulus sphæralis b a g, duobus arcubus ęqualibus b a & a g contentus: quorum vterq; minor sit quadrante, copulenturq; duo puncta b & g per arcum circuli magni b g, qui secetur per medium in puncto d descendente arcu a d, in arcu autem g b prolongato, signetur punctus h vbilibet, sic tamen, quòd arcus g h sit semicircumferentia ducto arcu a h. Cum igitur duo trianguli a b d & a g d sint æquilateri, erunt & æquianguli per 35 tertij huius, & ideo duo anguli apud d sunt recti, & angulus b a d est acutus, erit per 3 huius arcus b d minor quarta circumferentiæ, est autem & a b minor quarta: quare per 6 huius & arcus a d minor quadrante declarabitur, vnde & per 6 huius angulus a h g acutus erit. Offerenti ergo nobis duo latera g a & a h cognita, aut duo b a & a h ipsis æqualia, cum angulo a h g, neq; tertium latus, neque reliquos angulos reddere poterimus: nam duo trianguli g a h & b a h, etsi in omnibus quantitatibus datis participent, latera tamen tertia sortiuntur varia, quemadmodum in figura claret. Idem declarabitur angulo h obtuso existente. Repetitæ enim pristinæ figurationi iterum dabimus locum hoc vno variato, quòd vterq; arcuum a b & a g æqualium quadrantem excedat, erit enim vt nuper angulus b a d acutus, & ideo per 3 huius arcus b d minor quarta, cumq; sit arcus a b maior quadrante, erit & arcus a d quadrante maior, & ideo per 3 huius angulus a h g obtusus, cętera vt antehac prosequemur.

XXX.

Duobus lateribus trianguli non rectanguli cognitis cum angulo alteri eorum opposito, si quia lege datum angulum respiciens perpendicularis cadat exploratum fuerit, reliquum latus, reliquiq; anguli non latebunt.



Sit triangulus a b g non rectangulus, duo latera a b & a g nota habens, cum angulo b vni scilicet eorum opposito, sitq; certum quonam pacto cadat perpendicularis à communi termino datorum laterum ad basim, videlicet an intra an extra triangulum, quę sit a d. Dico quòd & latus b & duo anguli a & g noti venient. Certi enim principiò simus perpendicularem a d cadere intra triangulum. habebit itaq; triangulus a d rectangulus latus a b cognitum cum angulo a b d, quare per 27 huius duo eius latera a d & d b nota venient cum angulo b a d. Triangulus demum a g d duo latera a g quidem per hypothesim, a d autem per argumentationem habebit cognita, & ideo per 25 huius & latus eius g d & vterque duorum angulorum a g d & g a d innotescet. Quemadmodum autem ex duobus arcubus b d & d g seorsum notis arcus b g notus resultat, ita & duo anguli b a d & d a g collecti angulum totum b a g reddent cognitum. Quòd si perpendicularis extra triangulum cecide-

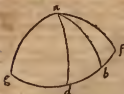


rit, syllogismum repetemus, nihil prorsus immutando, nisi quòd arcum d g ex arcu d b minuamus, vt notum relinquatur latus b g trianguli propositi, an-

gulum denique g a d ex angulo b a d, & angulum a g d ex duobus rectis demamus, relinquentur enim duo anguli b a g & a g b noti, quod volebamus attingere.

XXXI.

Si quis triangulus non rectangulus duos habuerit angulos cum latere eos sustinente datos, reliquum angulum & reliqua latera cognitum iri.



Habeat triangulus a b g non rectangulus notos duos angulos a & b, latusq; ipsis subiacens a b cognitum. Dico quòd & angulus a g b, & duo latera a g & g b innotescent. Descendat enim à vertice alterius datorum angulorum perpendicularis versus latus non datum, subtendens reliquum angulum cognitum, & sit verbi gratia a d, quæ cadátne intra an extra triangulum nondum sciendi est potestas, id enim non statim nostram consequitur hypothesim. Verùm paulò longius profecti hoc explorabimus. Ex angulo igitur a b d cognito, & latere a b trianguli rectanguli a b d per 27 huius & angulus b a d & vtrunq; laterum a d & d b cognitionem sortientur. Si itaq; angulus b a d syllogismo cognitus minorem se offerat angulo b a g per hypothesim dato, certum est perpendicularem intra triangulum cecidisse: angulusq; b a d ex angulo b a g sublatus relinquet angulum g a d notum. Triangulus ergo g a d rectangulus, cui & arcum a d & angulum g a d notos declarauimus, ductu 27 huius, angulum a g d, qui & triangulo a b g terminis habetur, cum vtroq; laterum a g & g d in lucem depromet. Duo autem arcus b d & d g syllogismo cogniti si coadunentur totum arcum b g datum accipiemus. Si verò angulus b a d ex argumentatione repertus maior occurrat angulo b a g quem hypothesis tradidit, perspicuum erit perpendicularem a d extra triangulum cecidisse. Processuq; superiori cupitam attingemus metam, nihil immurando, nisi quòd arcum g d, quem nuperrimè arcui d b adiecimus, nunc ex eo reijciamus, arcus reliqui g d cognoscendi gratia. Sed & angulum a g d duobus rectis subtrahendo relictum metiemur arcum b g, quæ censebam explananda. Non poterat autem perpendicularis a d alteri duorum sibi cōterminalium laterum coincidere hypothesi id prohibenti. sic enim alter duorum angulorum b g & g rectus euenisset, quem tamen hypothesis non rectum administrabat.

XXXII.

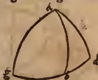
Duobus angulis trianguli non rectanguli cognitis cum latere alterum eorum subtendente, reliquum angulum, reliquaq; latera inuestigare.

cautio hic subrogenda



Sint duo anguli a b g & a g b trianguli a b g non rectanguli cum latere, verbi gratia, a b, alterum eorum scilicet angulum g subtendente. Dico quòd & anguli a & vtriusq; laterum a g & g b noticiam consequemur. Descendat enim ex vertice anguli a non dati, perpendicularis a d versus latus, quod duos sustentat datos angulos, quę cadátne intra an extra triangulum a b g duo anguli b & g cogniti 8 huius manuducente declarabunt. Cadat prius intra. Triangulus ergo a b d rectangulus, cum & latus a b datum habeat, & angulum a

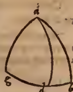
lum a b d non rectum, per 27 huius & anguli sui b a d & duorum arcuum a d & d b notitiam afferet, per eandem denique 27 huius latere a d & angulo a g d notis existentibus, & angulus g a d, & duo latera a g & g d innotescet. est autem & a g commune triangulo proposito, latus demum b g ex duobus arcubus b d & d g singulatim notis, quemadmodum angulus b a g ex duobus angulis b a d & d a g inuentis cōflabitur. Quòd si perpendicularis extra triangulum ceciderit, non aliter ratiocinabimur, verùm angulum d a g, quem prius addidimus angulo b a d, nunc ex eo minuemus, vt relinquatur angulus b a g cognitus. similiter arcus g d ex arcu d b demptus, relinquet latus b g trianguli nostri cognitum, anguloque tandem a g d ex duobus rectis sublato, manebit anguli propositi cognitio, planum ergo reddidimus quicquid præsens pollicebatur theorema.



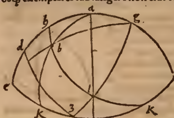
XXXIIII.

Datis tribus angulis trianguli sphæralis non rectanguli, tria eius latera mensurare.

Sit triangulus huiusmodi a b g tres notos habens angulos non rectos. Dico quòd tria eius latera fient cognita. Ex vertice enim anguli cuiusuis verbi gratia a versus arcum sibi oppositum procedat perpendicularis a d, quæ cadátne intra an extra triangulum 8 huius manuducente callebimus, vtroque angulorum b & g noto per hypothesim existente, neutri enim duorum laterum a b & a g coincidet, sic enim alter angulorum b & g rectus esset, quod interdixit hypothesis. Cadat ergo prius intra triangulum, erit itaque per 20 huius proportio sinus anguli b a d ad sinum anguli d a g, sicut sinus complementi anguli a b g ad sinum complementi anguli a g b. proportio autem sinus complementi anguli a b g ad sinum complementi anguli a g b nota est, propter vtrunque angulorum b & g cognitum: quare & proportionem sinus anguli b a d ad sinum anguli d a g datam non inficiaberis. cumque totum angulum b a g notū tradiderit hypothesis, erit & per 23 huius vterque angulorum apud a particularium non ignotus. Triangulus igitur b a d rectangulus omnes angulos suos habens cognitos, argumento 26 huius duo latera sua a b & b d cognitioni nostræ subijciet, non aliter triāguli a g d rectanguli, tres angulos habentis datos, duo latera a g & g d metiemur. sic duo latera a b & a g trianguli propositi gemino didicimus processu. duobus autem arcubus b d & d g congregatis (nam eos singulatim dimensi sumus) resultabit tertium latus b g trianguli a b g cognitum. Si verò perpendicularis trianguli egressa fuerit, erit ex prælegata 20 huius proportio sinus anguli b a d ad sinū anguli g a d nota: quoniam proportio sinus complementi anguli a b g ad sinum complementi anguli a g b data est. cumque nota sit differentia duorum angulorum b a d & g a d, videlicet angulus b a g, erit per 24 huius vterque angulorum b a d & g a d cognitus. Triangulus ergo a d b rectangulus omnes angulos suos habet notos, angulum enim a d g notum relinquit angulus a b g, quem dedit hypothesis, posteaquàm ex duobus rectis auferetur, quare per 26 huius latus suum a b quod & triangulo a b g commune est notum habebitur cum arcu b d. Non aliter ad noticiam duorum laterum a g & g d trianguli a g d rectanguli tres cognitos habentis angulos perueniemus. duo itaque trianguli propositi latera a b & a g nota reddidimus, dempto autem arcu b d ex arcu d g quos geminus



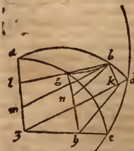
elicuit syllogismus tertij lateris b g noticiam consequemur, quæ decreuimus promulgare. His autem postremis theorematibus tenorem operationis numerosque exemplares subiungere non erat consilium, satis enim res huiusmodi apud superiores conclusiones lucubrauimus, quas si memoria tua perdiderit censeo repetendas. Triãguli a b g tria latera sint data, fiant a & g poli circulorum e k & d 3, intelligaturque paralellus h k super polo g descriptus secundum quantitatem arcus g b, quo facto erit opus omnino simile ei, vbi ex altitudine solis data quæritur distantia eius à meridie, sic habebis quatuor modos demonstrandi problema de tribus datis lateribus trianguli sphæralis.



XXXIIII.

Cuiuslibet trianguli tria latera nota habentis, tres angulos reddere cognitos.

Sit triangulus a b g, cuius tria latera nota sint a b, a g & b g. Dico quòd tres eius anguli noti habebuntur. Libeat primò inuenire angulum b a g. Si igitur vterque arcuum a b & a g quadrante minor extiterit, protendatur vterque ad partem lateris b g, donec fiant duo quadrantes a d & a e, & super polum a secundũ chordam quadrantis a d describatur circulus, quẽ constat transire per punctum e, qui sit d e, arcus itaque d e quantitatem anguli b a g quem quęrimus determinabit, qui vt notus emergat, procedant à centro sphæræ 3 tres semidiametri ad tria puncta a, d, & e, quæ sint 3 a, 3 d & 3 e. à punctis autem b & d chordam b g terminantibus, binæ ducantur perpendiculares g h quidem & b k ad duas semidiametros 3 e & 3 d, duæ verò reliquæ g l & b m ad semidiametrum 3 a, quas quidem perpendiculares constat esse sinus arcuum, à quorum terminis egrediuntur, duoque tandem puncta h & k copulentur per lineam h k. Si igitur duo arcus a b & a g æquales fuerint, erunt duæ lineæ g l & b m æquales & conterminales, itemque linea g h lineæ b k æqualis quidem propter arcus b d & g e æquales, ęquedistans autem per diffinitionem superficiei ad superficiem erectæ, & quartam vndecimi, vnde & per 33 primi duę lineæ rectæ b g & k h æquales habentur. est autem g b nota scilicet chorda arcus g b dati: quare & linea h k nota fiet. Item duæ superficies l h & m k sunt ęquedistantium laterum, quare per 34 primi g l nota æqualis erit h 3 & b m cognita ipsi k 3, triangulus itaque h 3 k planus rectilineus tria latera habens cognita per 43 primi huius angulum h 3 k manifestabit: cuius quantitatem determinat arcus d e, & ideo arcus d e diffiniens quantitatem anguli b a g notus concluditur. habet igitur triangulus sphęralis a b g duo latera b a & a g cognita cum angulo b a g, vnde & per 28 huius reliqui sui anguli non latebunt. Aliter tamen & facilius procedere poterimus, si duo arcus a

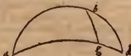


b &

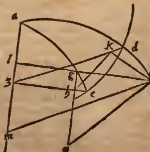
b & a g æquales fuerint, hoc pacto, ex a puncto descendet perpendicularis arcus a d, qui necessariò satis cõtinuatus secabit latus b g ipsius triãguli, quod fiat in puncto d. eritq; b d æqualis g d per 36 tertij: quare cum totus arcus b g sit notus, erit b d datus, per 19 autem huius sinus complementi b a ad sinũ complementi a d se habet, sicut sinus complementi b d ad sinum totum, vnde a d notus erit. Hinc quoq; angulus a b d, & ei æqualis a g b. item tandem angulus b a g &c. Si autem alter duorum arcuum b a & a g reliquo maiorem se offerat, vterq; tamen minor quadrante. sit verbi gratia arcus a b maior arcu a g, quamobrem alternatim erit arcus g e maior arcu b d, repetitaq; figuratione pristina, erit linea g h longior linea b k, abscindatur ergo ex ea portio h n æqualis lineæ b k, ducta



linea b n, quam vt supra oportet esse æqualem lineę h k, similiter tam g l lineę h 3 æqualis erit, quàm b m ipsi k 3, erit autẽ angulus b n g rectus, cumq; duo latera b g & g n trianguli g b n rectanguli sint cognita. est enim b g chorda arcus b g per hypothesim noti. g n autem differentia duorum sinuum b k & g h notorum, erit & latus eius b n per 19 primi huius notum, & ideo h k nota declarabitur. Duas autem lineas h 3 & 3 k quemadmodum antehac notas declarabimus. tria igitur latera trianguli h 3 k nota sunt, vnde angulum h 3 k & reliqua vt nuperrimè dimetiemur. Quòd si vterq; arcuum a b & a g quadrante maior extiterit, protendantur ipsi donec in puncto s coincident, quo fit vt duo arcus b s & s g noti reddantur. Est enim per primi huius vterq; arcuum a b s & a g s semicircumferentia nota. Triangulus ergo b s g trium notorum laterum ex iam dictis angulum b s g æqualem angulo b a g sortietur cognitum. Ad viam itaq; pristinam perducti ex duobus lateribus a b & a g cum angulo b a g cognitis, reliquos duos angulos 28 huius dirigère inuestigabimus. Postremò sit alter duorum arcuum a b & a g maior quarta circumferentiæ, reliquus verò minor. & sit verbi gratia a b quadrante maior, a g autem minor eo, resumptaq; figuratione nihil in ea variabimus, nisi quòd lineam g h cõtinuemus ad partem puncti h, donec h n fiet æqualis sinui b k arcus b d. similiter a 3 semidiameter prolongetur, ita vt b m ipsi perpendiculariter insidere possit. quibus ita dispositis argumẽtabimur hoc pacto. Chorda b g nota est propter arcum suum notum, linea g h complectitur sinum arcus g e noti, & lineam h n æqualem b k sinui arcus b d noti, tota ergo g n nota est, angulus autem b n g rectus est: nam superficies h n b k æquedistantibus contineturlineis, & angulus eius apud k rectus: quare per 27 primi huius latus n b trianguli b n g rectanguli notum erit, cui æqualis est linea h k, trianguli itaq; plani h 3 k tribus lateribus cognitis angulum h 3 k & reliqua quemadmodum antehac mensurabimus.



Operationi autem parum loci dabimus, nihil enim docebimus nisi quo pacto reperiantur tria latera trianguli plani, cuius vnus angulus in centro sphæ-

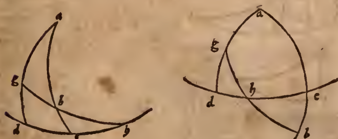


ræ quiescens respondet angulo sphærali quæsito, qualis in figura est triangulus h 3 k. reliqua enim in locis suis superioribus satis explanasse videmur. Siue igitur duo arcus a b & a g æquales fuerint, siue non, sinus eorum accipiemus pro duobus lateribus continentibus angulum trianguli plani in centro sphæræ quiescentem, qui respondet angulo sphærali quæsito. pro tertio autem latere trianguli plani chordam arcus tertij constituemus, si æquales occurrant duo arcus angulum quæsitum continentes, qui si fuerint inæquales, vterq; tamen aut minor quarta, aut maior ea sinus complementorum arcuum, qui angulum quæsitum ambiunt, eliciere, & differentiam eorum in se multiplicatam ex quadrato chordæ arcus tertij minuas, relictiq; radicem quadratã pro latere tertio trianguli plani ponas. Quòd si alter eorum maior quadrante, reliquus autem minor eo fuerit, sinus complemẽtorum huiusmodi collige, & summam eorum in se ductam, ex quadrato chordæ arcus tertij subtrahas, relicti enim radix quadrata lateri tertio trianguli plani adnumerabitur. In exemplo. Sit vterq; arcuum a b & a g 20 gr. & arcus b g 36 sinus 20 graduum est 20521, tantumq; numerabo vtrunq; laterum k 3 & 3 h. Sinus 36 gr. est 35267, tantum est latus h k, similiter faciam, si vterq; arcuum a b & a g occurrat 160 gr. & arcus b g 36 redibunt enim pristini numeri. Sed dabit mihi quispiam latus a b 35 gr. latus a g 16 & latus b g 46 sinus 25 gr. est 25357, quem dabo lateri k 3, sinus 16 est 16538 lateri 3 h adnumerandus chorda b g 46888. Sinus complementi 16 graduum est 57676. Sinus complementi 25 gr. est 54378, quem minuo ex 57676 manent 3298, hæc in se faciunt 10876804, quę sublata ex quadrato chordæ b g, scilicet 2198484544, manent 2187607740, quorum radicem quadratam 46772, constituo pro linea h k. Tandem ponatur latus a b 130 gra. latus a g 75 & latus b g 65. Sinus 130 gra. est 45963 pro latere k 3. Sinus 75 gr. 57956 numerus lateris h 3, & chorda 65 gr. est 64476, sinus complementi 130 gr. est 38567 sinus complementi arcus a g est 15529 quem addo ad 38567 colliguntur 54096, hæc in se faciunt 2926377216, quæ subtraho ex quadrato chordæ b g, quod est 4157154576, manent 1230777360 huius radicem quadratam 35082, lateri h k deputabo. Perducti igitur ad hypothesim 43 primi huius, quæ nobis angulum h 3 k cognitum faciet, vnde & angulus d e numerabitur, quod non erit ambiguum, si ea quæ in processu 43 primi huius commemorauimus, memoriæ mandasti. arcus autem d e quantitatem anguli b a g determinat, vnde & b a g & reliqui anguli non erunt ignoti. Poterimus autem alio tramite idem attingere. Nam propositus triangulus a b g habeat duo latera a b & a g inæqualia, vtrunque tamen minus quadrante, & libeat inuenire quantitatem anguli b a g super puncto a facto polo describatur circulus magnus in sphæra d h, cuius circumferentiæ occurrat arcus g b prolongatus in puncto h. duo etiam arcus a b & a g extendantur ad puncta e & d, erit vterque arcuum a e & a d quadrans orthogonaliter erectus ad arcum d h, per 15 autem huius proportio sinus arcus g d ad sinum arcus b e est tanquam sinus g h ad sinum arcus b h, est autem vterq; duorum arcuum g d & b e notus, propter sua complementa a g & a b per hypothesim nota, proportio igitur sinus g h ad sinum b h nota habebitur, cumq; differentia duorum arcuum g h & b h sit nota, scilicet arcus g b, erit per 15 huius vterq; eorum arcuũ nota. hinc ex arcu b h & b e cognitis per 25 huius propter angulum e rectum, complementum arcus e h, & ideo ipse arcus e h innotescet. Similiter ex duobus arcubus g d & g h, arcus d h cognoscetur, quare differentia duorum arcuum d h & e h scilicet arcus d e non ignorabitur, ipse autem determinat quantitatẽ anguli b a g: quare angulus ille

notus

notus erit, hinc & reliqui vt antehac noti fient anguli. Si verò alter quidē duorum arcuum a b & a g maior quadrante fuerit, alter autem minor eo, sit a b maior quadrante, descriptoq; vt prius circulo magno super a polo circumferentia eius secabit arcum g b, quod fiat in puncto, secabit etiam arcum b g in puncto, qui sit h, arcus autem a g continuatus, occurrat ei in puncto d, erit autem vterq; duorum arcuum e b & g d notus: sunt enim complemēta arcuum datorum, est autem proportio sinus b e ad sinum g d nota, sicut proportio sinus b h ad sinum h d per 15 huius: sic proportio sinus b h ad sinum h g nota habebitur: cumq; totus arcus b g datus sit per hypothesim, erit per 21 huius vterq; arcuum b h & h g cognitus. ex duobus autem arcubus b h & b e cognitis, & propter angulum e rectum per 25 huius innotescet arcus e h. similiter duo arcus h g & g d propter angulum d rectum notificabunt arcum d h, sic totus arcus d e determinans quantitatem anguli b a g non latebit, vnde angulus b a g cum reliquis trianguli propositi angulus notus proclamabitur. Si verò vterq; arcuum a b & a g quadrantem superauerit, producantur ipsi donec concurrant, eritq; angulus apud concursum eorū æqualis ipsi angulo a, fietq; nouus triangulus super basi b g, cuius duo latera minora quadrante nota erunt, vnde reliqua vt superius absoluentur. Operationis autem tenorem prætereo: nam ab operationibus 15 huius atq; 28 pendere dinoscitur.

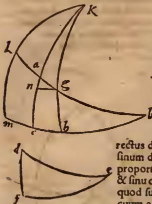
FINIS.



LIBER QVINTVS TRIANGVLORVM.

I.

Si fuerint duo trianguli rectanguli, qui duos angulos acutos & æquales habeant, latera autem rectos subtendentia angulos inæqualia, erit proportio sinus differentiæ eorum laterum ad sinum differentiæ duorum laterum rectis atque acutis æqualibus substratorum, tanquam proportio eius, quod sub sinibus complementorum acutis angulis subtensorum laterum continetur, ad id, quod sub sinu toto & sinu complementi anguli acuti.



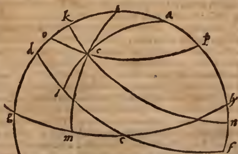
Triangulos huiusmodi ex arcubus circulorum magnorum vnius sphæræ aut duarum æqualium concludi subauditur, de reliquis enim in præsentiarum nihil disserimus. Sint tales duo trianguli a b c & d e f, duos quidem angulos a c b & d f e rectos, duos autem a b c & d e f acutos æquales habentes: sitque latus a b trianguli a b c longius latere d e trianguli d e f, quæ res arguet etiam latus b c vnius trianguli longius esse latere e f alterius, si tertium huius satis tenes. Dico itaque, quòd sinus rectus differentiæ duorum laterum a b & d e ad sinum differentiæ duorum laterum b c & e f eam proportionem habet, quam id, quod sub sinu toto & sinu complementi anguli a b c, siue d e f ad id, quod sub sinubus complementorum duorum arcuum a c & d f continetur. Quod vt facilius demonstretur, scindo ex a b arcum g b æqualem arcui d e, & ex b c arcum b h æqualem arcui e f, continuatisque duobus punctis g & h per arcum g h, constabit per 35 tertij huius angulum g h b esse rectum: & ideo per 2 quarti huius duo circuli, quorum sunt arcus a c & g h per polos circuli b c transibunt: duo itaque arcus a c & g h continuati paulò superius concurrant in puncto k, qui necessariò polus circuli b c habebitur, & vterque arcuum k c & k h quadrans circumferentiæ magnæ pronunciabitur, intelligatur denique circulus magnus transiens per polum k, & polum circuli a b, cuius arcus k m occurrat duobus a b & b c prolongatis, quoad satis erit versus sinistram, huic quidem in puncto l, isti autem in puncto m: occurret autem orthogonaliter 1 quarti huius arguente, eritque per 1 eiusdem vnusquisque trium arcuum k m, b l & b m quarta circumferentiæ magnæ: vnde & arcus l m quantitatem anguli a b c determinabit, cuius complementum est k l: nemo autem ignorat arcum a g esse differentiam duorum arcuum a b & d e. item c h excessum arcus c b super f e, demittatur itaque ex puncto g perpendicularis arcus g n ad quadrantem k c, proportio igitur sinus a g ad sinum c h componitur ex duabus, proportione scilicet sinus a g ad sinum g n, & ex proportione sinus g n ad sinum c h. est autem per conuersam quarti huius sinus a g ad sinum g n, sicut sinus a k ad sinum

ad ſinum k l. ſinus præterea g n ad ſinũ c h ex eodem loco eſt, vt ſinus g k ad ſinum k h, proportio igitur ſinus a g ad ſinum c h componitur ex duabus ſcilicet proportione ſinus a k ad ſinum k l. & proportione ſinus g k ad ſinũ totum, ſed ex illis componitur etiam quod ſub ſinibus a k & g k continetur ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu k l ſcilicet complementi anguli a b c cõtinetur, verum igitur enunciabat theorema præſens.

II.

In omni triangulo ſphærali ex arcubus circulorum magnorum conſtante, proportio ſinus uerſi anguli cuiuslibet ad differentiã duorum ſinuum uerſorum, quorum unus eſt lateris eum angulum ſubtendentis: alius uerò differentiæ duorum arcuum ipſi angulo circumiacentium eſt tanquam proportio quadrati ſinus recti totius ad id, quod ſub ſinibus arcuum dicto angulo circumpoſitorum continetur rectangulum.

Sit huiuſmodi triangulus a b c, duo latera habens inæqualia a c maius a b, & vtrũque eorũ minus quadrante, ſuper punctis a & b factis polis deſcribantur duo circuli magni, quorum circumferentiæ ſe ſecent in puncto e: prolongeturque arcus a b vtrinque donec occurret circulo ſuper a deſcripto in pun-



ctis d & f, circulo autem ſuper b lineato in punctis g & h conſtat arcum g d æqualem eſſe arcui a b: vtrunque autem arcuum e d & e g eſſe quadrantẽ circumferentiæ magnæ. continuentur denique duo arcus a c & b c, donec vterque eorum quarta circumferentiæ fiat: hic quidem occurrens arcui d e in l puncto, ille autem arcui g e in puncto m: factisque iterum punctis a & b polis, ſuper a quidem ſecundum quantitatẽ chordæ a c deſcribatur circulus minor in ſphæra k n: ſuper b aũt ſecundum diſtantiã b circulus minor o p, erit itaque arcus b k differentia duorum arcuũ a b & a c, & arcus b o ęqualis arcui b c, arcus aũt d l quantitatem anguli b a c determinabit. Dico igitur, quòd proportio ſinus verſi d l ad differentiam duorũ ſinuum verſorũ, quos habent arcus b k & b c eſt vt quadrati ſinus recti totius ad id, quod cõtinetur ſub duobus ſinubus rectis arcuũ a b & a c. Quod vt apertius demõſtretur, altera figuratio aſſumenda eſt, in qua ſit circulus g b h, quemadmodũ in prima ſuper cẽtro x, quod & centrũ ſphęrę habebitur, ſitque cõis ſectio circulorũ g b h & g e h diameter g h, quã in prima figura lineare non decuit, cõfuſionis vitandæ gratia, ſed & cõis ſectio circulorũ g b h & d e f ſit linea d f. item duo circuli g b h & k c n ſecẽt ſe in linea k n, duo deniq̃ circuli g b h & o c p in linea recta o p cõuincẽt, deinde ęducantur duę ſemidiametri ſphęrę x a quidem ſecans lineã k n in puncto y, x b aũt ſecans o p in puncto r, conſtat autem in ſectione duorum circulorum g a f, & k c n, cum circulus magnus per polum eius a tranſeat: eſſe diametrũ circuli k c n, & o p lineam eſſe diametrũ circuli o c p, quod circulus magnus

g b h per polos vtriusq; eorũ incedat, punctusq; y erit centrum circuli k c n, & punctus r centrũ circuli o c p, rursus ex puncto k duæ proueniant perpendiculares, vna quidem k t ad lineã o p, alia autem k 9 ad lineam b x, punctus item a sit caput perpendicularis a v supra lineam b x descendentis, erit itaq; linea a v sinus rectus arcus a b: b q autem sinus versus arcus b k, & b r sinus versus arcus b o siue b c, horum sinuum versorum differentia est linea q r æqualis lineæ k t, signato iterum puncto s, in quo communicant duæ diametri circulorum k c n & o c p scilicet lineæ k n & o p, sciendum est lineam k s esse sinum versum arcus k c primæ figuræ, cum enim vterq; circulorum k c n & o p c orthogonaliter sit erectus supra circulum g b h, per polos eorum incedentem, vt docet 18 tertij huius, erit eorum sectio communis, quæ pertransit punctum s ex 19 vndecimi elementorũ orthogonaliter erecta super circulum g b h, & ideo per conuersionem diffinitionis lineæ perpendiculariter erectæ supra superficiem, hæc communis sectio lineæ k n, diametro scilicet circuli k c n orthogonaliter incidit, & ideo hanc sectionem communem diameter k n diuidet per medium, eritq; medietas eius sinus rectus arcus k c, & ideo k s sinus versus eiusdem. cumq; d f recta sit diameter circuli d e f, sumatur ex ea d 3 linea sinus scilicet versus ipsius arcus d l, ad quam se habebit k s sicut semidiameter circuli k c n, quę est k y ad semidiametrũ circuli d e f scilicet d x: sunt enim duo arcus k c & d l similes per 23 huius, propter duos arcus a d & a l à polo duorũ circulorum k c n & d e f descendentes, & dictos arcus includentes. Iam ad portum accedemus, vbi prius duos triangulos k t s & a v x æquiangulos ostendemus hoc pacto: duo anguli t k s & r 9 s, ideoq; x 9 y sunt æquales propter ęquedistantiam linearum k t & r 9, quare cum vterq; angulorum k t 3 & x y 9 sit rectus, erit reliquus angulus k s t æqualis reliquo y x 9 siue a x v, angulus autem a v x rectus disponebatur, sunt itaq; duo trianguli k t s & a v x æquianguli, & ideo per quartam sexti & permutatim proportio x a ad a v sicut s k ad k t, proportio autem d 3 scilicet sinus versi anguli b a c ad lineam k t, scilicet differentiam duorum sinuum versorum supra memoratorum componitur ex duabus scilicet proportione sinus d 3 ad k s, & ex proportione k s ad k t: erat autem d 3 ad k s sicut d x scilicet sinus totus ad lineam k y, quæ est sinus rectus arcus a k siue a c, & proportio k s ad k t sicut a x sinus recti totius ad lineã a v, quæ est sinus rectus arcus a b, proportio igitur sinus versi arcus d l siue anguli b a c, ad differentiam sinuũ versorum supradictorũ componitur ex duabus, ex proportione scilicet sinus recti totius ad sinum rectũ arcus a c, & ex proportione sinus recti totius ad sinum rectum arcus a b, ex eisdem autem duabus proportionibus componitur etiam proportio quadrati sinus recti totius ad id, quod cõtinetur sub sinibus rectis duorum arcuum a b & a c, proportio igitur sinus versi anguli b a c ad differentiam duorum sinuum versorum, quos habent duo arcus b o & b k est, vt proportio quadrati sinus recti totius ad id, quod cõtinetur sub duobus sinibus rectis duorum arcuum a b

& a c

& a c, quod erat demonstrandum. Hoc tamen non ignorare videris, quòd duo sinus versi duorum arcuum b k & b o eam habent differentiam, quam duo sinus recti complementorum suorum: vnde si in copiam negocio tuo opus fuerit hoc theoremate, poteris supradictam differentiam inuenire, subtrahendo sinum rectum complementi alterius duorum arcuum b k & b o ex sinu recto complemẽti reliqui eorum. Assumpsimus autem duos arcus angulum, de quo sermo habitus est, minores quadrante, quo demonstratio nostra planior putaretur: nam si fuerit vterque eorum maior quadrante, intelligant prolongari, donec concurrant angulum alium æqualem priori comprehendendo: fiet itaque nouus triangulus supra arcum tertium, cuius duo latera quadrante minora habebuntur. Quòd si alter eorum minor quadrante, alter verò maior eo præbeatur, tametsi figurationem parum per mutari oporteat, vna tamen eadem syllogismi forma veritatẽ theorematis concludet: hoc vno attento, quòd arcus quilibet cum eo, qui sibi ex semicirculo deficit, eundem sinum rectum accipit. Satis ergo certitudinem propositionis nostræ ostendisse videmur.

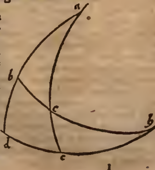
III.

Datis tribus lateribus trianguli sphæralis ex arcubus circulorum magnorum constantis, omnes angulos eius dimetiri.

Etsi propositum illud exequi liceat per 34 huius, tamen quo iucundior esset veritatis contemplatio, dum per plures ac diuersas vias ad eandem metam peruenitur, libuit præcedens theorema proposito nostro suppeditare. Talis ergo sit triangulus a b g, ex arcubus circulorum magnorum constans, propositum est inuenire angulum eius b a c, aut alium quemlibet, subijciamus tria latera eius inæqualia, nam si duo eius quæcunque latera fuerint æqualia, procedendum erit iuxta monita 34 huius. Cum itaque ex præcedenti sit proportio quadrati sinus recti totius ad id, quod sub sinibus rectis duorum arcuum a b & a c continetur, tanquam proportio sinus versi anguli b a c quæsiti differentiam duorum sinuum versorum, quorum vnus est ipsius arcus b c, alter verò differentiæ duorum arcuum a b & a c, & tres harum quantitatũ sunt notæ propter hypothesim, erit & quarta cognita scilicet sinus versus anguli b a c, hinc arcus suus, qui determinat quantitatem anguli b a c, & ideo angulus ipse mensuratus offeretur. pro reliquis autem duobus angulis cognoscendis nihil noui præcipimus, quoniam ex angulo b a c iam cognito cum latere b c eum respiciente, reliquisque lateribus notis argumento huius, quod reliquum est enitemur.

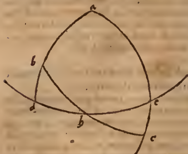
IIII.

Quod præcedens tradidit alio syllogismo concludere.



Habeat enim propositus triangulus a b c, duo latera a b & a c inæqualia, quadrante diuisim minora, libeatque inuenire quantitatem anguli b a c, super puncto a facto polo, describatur circulus magnus in sphæra d h, cuius circumferentiæ occurrat arcus b c prolongatus in pũcto h: duo insuper arcus a b & a c extendantur vsque ad arcum d h, cui incidant in punctis e & d. erit itaque vterque arcuum a e & a d quadrans orthogonaliter erectus supra arcum d h. duo autem arcus b d & c e noti erunt, sunt etenim complementa

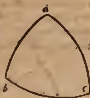
duorum arcuum a b & a c per hypothesim notorum, sed proportio sinus recti b d ad sinum rectum c e est per 15 huius, vt sinus recti arcus b h ad sinum rectum h c. proportio igitur sinus recti b h ad sinum rectum h c nota est, cumque differentia duorum arcuum b h & h c nota sit, scilicet arcus b c, erit per 21 huius vterque eorum cognitus, deinde ex duobus arcubus h e & c e notis, & angulo e recto per 25 huius cognoscetur arcus h e, similiter duo arcus h b & b d noti cum angulo d recto notificabunt arcum h d: arcus igitur h e demptus ex arcu h d, relinquet arcum d e cognitum, qui determinat angulum a b c, vnde & ille notus habebitur: reliquos autem duos angulos latera sibi opposita per 28 huius notos elicient. Si verò alter duorum arcuum a b & c a maior quadrante fuerit, reliquus verò minor eo, sit a c maior, descriptoque, vt prius circulo magno super a polo, circumferentia eius secabit duos arcus a c & b c: hunc ergo secet in e, illum verò in puncto h, prolongetúrque arcus a b, donec occurret dictæ circumferentiæ in puncto d, erit iterum vterque arcuum b d & c e notus, quoniam sunt complementa duorum arcuum a b & a c datorum, est autem per 15 huius proportio sinus recti b d ad sinum rectum c e, sicut sinus recti b h ad sinum rectum h c propter duos angulos d & e rectos, sic ergo proportio sinus recti b h ad sinum rectum h c nota habebitur. cúmque totus arcus b c sit notus per hypothesim, erit per 21 huius vterque arcuum b h & h c cognitus: ex duobus autem arcubus h b & b d cognitis cum angulo d recto cognoscetur arcus d h per 25 huius: similiter duo arcus h c & c e cum angulo e recto, arcum h e notum suscitabunt: duo tandem arcus d h & h e collecti, totum arcum d e notificabunt, qui determinat quantitatem anguli b a c, vnde & ipse notus concludetur, cætera vt antehac perficientur. Quòd si vterque arcuum a b & a c quadrantem superauerit, intelligantur prolongati donec concurrent, facientes angulum nouum æqualem ipsi angulo a quæsito, fiet itaque alius triangulus supra arcum b c, cuius duo latera minora quadrante nota erunt. per modum ergo prædictum angulus duobus illis lateribus contentus innotescet, qui est æqualis angulo a, vnde & ipse angulus a notus enunciabitur. Est præterea alius modus inueniendi angulum trianguli sphæralis quemcunque voles ex tribus lateribus datis, intelligantur enim duci tres chordæ ipsorum arcuum datorum, tres quoque semidiametri sphæræ egrediantur ad tria puncta angularia ipsius trianguli: habebis igitur pyramidem supra basim trilateram, cuius sex lineæ notæ sunt, poteris igitur aliunde discere inclinationem vnius superficiei lateralis supra aliam, superficiem inquam quæ clauditur duabus semidiametris sphæræ, & vna trium chordarum dictarum: quantitas enim huius inclinationis angulum duorum arcuum, quorum chordæ assumptæ sunt manifestabit. in hac autem inquisitione sinus recti arcuum datorum, ac sinus recti complementorum suorum maximè vtiles erunt, ne tamen prolixius nimium videar, post tres vias bonas iam absolutas, hanc quartam prætereundam arbitratus sum, præsertim cum ex aliis scriptis meis planè colligi possit.



Dati

V.

Datis duobus angulis trianguli sphęralis cum aggregato duorum laterum eis oppositorum, utrunque eorum secernere.



Triangulus a b c, duos angulos a b c & a c b notos habeat, congeriemque duorum laterum a b & a c cognitam. Quærimus vtrunque eorum seorsum: quoniam per 17 huius proportio sinus recti arcus a b ad sinum rectum a c est, vt sinus recti anguli a c b: ad sinum rectum anguli a b c: illa autem nota est propter angulos datos, sinus ergo rectus a b ad sinum rectum a c proportionem habebit datam, cumque aggregatum ex istis arcubus sit datum, erit per 21 huius vterque eorū separatim cognitus, quod erat inueniendum, pro reliquo autem latere, reliquoque angulo cognoscendis 32 huius repetendam censeo.

VI.

Datis duobus angulis trianguli sphæralis ex arcubus circulorū magnorum constantis, cum differētia laterum eis oppositorum, utrunque eorum secernere.

Hæc quemadmodum præcedens ex 17 quarti huius pendēre dinoscitur: erit enim proportio sinus recti vnius quæsitorum arcuum ad sinum rectum alterius cognita, propter angulos datos ratiocinante 17 quarti huius: cumque differentiam eorum præbuerit notam hypothesis, vterque eorum proculdubio cognitus emerget.

VII.

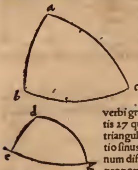
Si ab angulo quolibet trianguli sphæralis ad latus sibi oppositum descendat, arcus circuli magni angulum à quo ducitur diuidens per medium, sinus recti duorum arcuum angulo diuiso circumpositorum, & sinus recti portionum lateris diuisi eandem proportionem acceptabunt.



In triangulo tali a b c ducatur arcus a d ex puncto a diuidens angulum quidem b a c per æqualia, arcum autem b c in duas portiones b d & d c. Dico, quòd proportio sinus recti a b ad sinum rectum a c est, vt sinus recti b d ad sinum rectum d c. Erit enim per 17 huius sinus rectus a b ad sinum rectum b d sicut sinus rectus anguli a d b ad sinum rectum anguli b a d. item proportio sinus recti a c ad sinum rectum c d sicut sinus recti anguli a d c ad sinum rectum anguli c a d: sinus autem anguli b a d æqualis est sinui recto anguli c a d, sinus denique anguli a d b æqualis, imò idem est sinui recto anguli a d c: hi enim duo anguli duobus rectis æquantur, quemadmodum enim duo arcus semicircumferentiæ coniunctim æquales vnum & eundem suscipiunt sinum rectum, ita & duo anguli duobus rectis coniunctim æquales in sinu recto communicare oportet. vnam igitur habent proportionem sinus rectus a b ad sinum rectum b d, & sinus rectus a c ad sinum rectū c d: permutatis itaque terminis verum enunciasse propositionem confiteberis.

VIII.

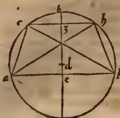
Si fuerint duo trianguli rectanguli, quorum angulus acutus unius datus fuerit æqualis angulo acuto alterius, differentia quoq; laterum rectos subtendentium æqualis differentiæ duorum arcuum, qui rectis & acutis datis substernuntur, fueritq; latus unum quodcunq; alterius duorum triangulorum cognitum, reliqua omnia cum ipsa differentia prædicta innotescent.



Sint duo trianguli tales a b c & d e g, duos rectos habẽtes a b c & d e g, duosq; acutos datos a c b & d g e, sitq; latus a c vnius longius latere d g alterius. differentia autem duorum arcuum a c & d g æqualis differentię duorum arcuum b c & e g, quãuis non sit nota: sit demum vnus sex arcuum ex duobus triangulis datus. Dico, quòd omnes reliqui arcus innotescent. Sit arcus b c verbi gratia datus, ex quo & duobus angulis b & c notis 27 quarti huius arguente, reliqui duo arcus eiusdem trianguli notificabuntur. est autem per 1 huius proportio sinus differentiæ duorum arcuum a c & d g ad sinum differentiæ duorum arcuum b c & e g, quæ est proportio æqualitatis, sicut eius, quod sub sinibus complementorum arcuum a b & d e continetur ad id, quod sub sinu toto & sinu complementi anguli a c b siue d g e continetur: hæc igitur duo sub prędictis sinibus contenta sunt æqualia: quod autem sub sinu toto & sinu complementi anguli a c b continetur, est cognitum, propter sinum totum & sinum complementi anguli a c b notos: quamobrem quod sub sinubus complementorũ arcuum a b & d e continetur notum erit, est autem complementum arcus a b notum propter ipsum arcum a b prius mensuratum: hinc sinus huius complementi, & ideo per 17 primi huius sinus complementi arcus d e innotescent, quo demum cognoscemus complementum arcus d e, & inde ipsum arcum d e, qui tandem cum duobus angulis d e g & d g e intercedente 25 quarti huius reliqua latera trianguli sui manifestabit. hinc etiam differentia duorum arcuum a c & d g, quæ ponebatur æqualis differentiæ duorum arcuum b c & e g nota pronunciabitur, quæ fuerunt demonstranda.

IX.

Data differentia duorum arcuum, si quod sub duobus eorum sinibus continetur, rectangulum fuerit datum, utriusq; arcus attingere noticiam.



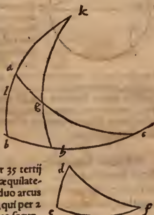
Duorum arcuum a b & b c differentia a c sit data, quodq; sub sinu arcus a b qui sit a e, & sinu arcus b c, quem vides c 3 continetur, sit datum. Quærimus vtrunq; arcuum a b & b c. Intelligo autem rectangulum prædictum esse datum respectu quadrati semidiametri circuli: continuatis itaq; duobus sinibus a e & c 3, donec in duobus punctis h & k circumferentiæ desinant, ducantur chordæ a c, a h, k c & k h, cum igitur quod sub

sub a e & c 3 continetur datum sit, erit quod sub duplis earum continetur datum, hoc etenim ad illud duplum conuincitur ex libro sexto elementorum, cui si addiderimus quadratum chordæ a c, id est, quod sub a c & h k æqualibus quidem propter æquedistantiam chordarum a k & c h: notis autem propter arcum a c ex hypothesi notum, colligetur quadratum chordæ a h cognitum: est nanque a h diameter quadranguli a c h k circulo inscripti æqualis c k diametro eiusdem: quod autem sub duabus diametris huiusmodi quadranguli continetur, æquum est ei, quod sub binis lateribus eius oppositis concluditur: hinc chorda a h & arcus eius a h innotescent, ex quo si dempseris arcum a c notum, relinquetur arcus c h cognitus cum eius dimidio c b, cui si addideris arcum a c notum, resultabit totus arcus a b cognitus, cuius obtentu hactenus cursum est.

X.

Si fuerint duo trianguli rectanguli, quorum angulus acutus unius æqualis angulo acuto alterius, duo autem latera rectos angulos subtendentia habuerint differentiam notam, itemque duo latera rectis & acutis datis subiacentia differentiam cognitam habuerint, omnia eorum latera innotescent.

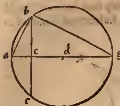
Sint duo trianguli a b c & d e f, duos angulos rectos a b c & d e f habentes, duosque a c b & d f e acutos æquales & datos: latus autem a c vnius verbi gratia sit longius latere d f alterius, quorum differentia sit data, differentia quoque duorum laterum b c & e f sit cognita. Dico, quòd omnia latera horum triangulorum nota venient. Si enim duæ datæ differentiæ fuerint æquales, per 8 huius propositũ comparabimus, si verò inæquales offerantur, scindam ex a c arcum g c æqualem arcui d f, itemque ex b c arcum h c æqualem arcui e f, ductoque arcu g h, constabit angulum g h c esse rectum, oportebit enim per 35 tertij huius duos triangulos d e f & g h c esse æquilateros & æquiangulos: continuentur deinde duo arcus b a & h g, donec concurrent in puncto k, qui per 2 quarti huius erit polus circuli b c, super quo secundum quantitatem k g describatur circulus minor in sphæra, cuius arcus g l occurrat arcui b k in l. Quia autem per 1 huius proportio sinus a g ad sinum b h est, vt eius quod sub sinibus arcum a k & g k ad id, quod sub sinu toto & sinu complementi anguli a c b continetur, tres autem harum quantitatum notæ sunt, duos enim arcus a g & b h dedit hypothesis, quod autem sub sinu toto & sinu complementi anguli a c b continetur notum est, propter angulum a c b datum: quare quod sub sinibus duorum arcuum a k & g k continetur, notum habebitur. est autem per 2 huius quadratum sinus totius ad id, quod sub sinibus arcuum a k & g k continetur, tanquam sinus versi anguli a k g, siue arcus b h eum determinantis ad differentiam duorum sinuum versorum, quos habent duo arcus a g & a l: cumque tres harum quantitatum sint notæ, vt patuit, erit & differentia dictorum sinuum versorum cognita. cumque arcus



a g per 42 huius sit maior arcu a l,& ipse notus est per hypothesim, erit eius sinus versus cognitus, à quo si dempseris prædictam differentiam duorum sinuum versorum, manebit sinus versus arcus a l inuentus: hinc arcus a l non poterit latere, qui est differentia duorum arcuum a k & g k: quod autem sub sinibus a k & g k continetur, notum pridem concludebatur, & iam differentiam eorum arcuum notam reddidimus: quare ex præmissa vterq; eorũ cognitus offeretur, hinc sua complementa, arcus videlicet a b & g h innotescent: ex arcu deniq; g h duobusq; angulis g h c & g c h datis 25 quarti huius ratiocinante, vterq; arcuum g c & h c, qui sunt æquales duobus d e & d f cognoscetur, quibus si adiecerimus duos arcus a g & b h, ex hypothesi notos resultabunt duo arcus a b & a c cogniti: trina igitur latera propositorum triangulorum nota fecimus, quod erat proclamandum.

XI.

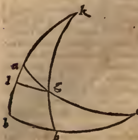
Sinu uerso alicuius arcus ad sinum rectum eiusdem proportionem habente notam, arcum ipsum innotescere.



Sit in circulo a b g c diametrum a g habente, chorda b c, quam diameter per medium secet in e, constabit itaq; a e esse sinum versum arcus a b & b e sinum rectum eiusdem: det ergo quispiam nobis proportionẽ a e ad b e. Dico, quòd arcus a b cognitus reddetur. Ductis enim duabus chordis a b & b g, erunt per 30 tertij & 8 sexti elementorum duo trianguli partiales a b e & e b g sibi inuicem & toti triangulo a b g similes, & per corollarium eiusdem octauæ linea b e medio loco proportionalis inter g e & e a, cumq; proportio b e ad e a sit cognita, erat enim a e ad e b data, erit & g e ad e data proportio, & coniunctim totius diametri g a ad sinum versum a e proportio fiet, diametrum autem circuli propter arcus circumferentiæ metiendos notam supponimus, quare & sinus versus a e notus habebitur, qui tandem arcum suum a b non sinet ignotum.

XII.

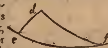
Si fuerint duo trianguli rectanguli, quorum angulus acutus unius fuerit æqualis angulo acuto alterius dato, differentia etiam laterum rectis angulis oppositorum fuerit data, cum differentia laterum acutis angulis subtensorum, omnia latera triangulorum cognita reddere.



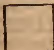
Resumpta figuratione 10 huius datos, supponamus duos arcus a g & a l differentias videlicet arcuum angulos datos subtendentium. Quærimus omnia latera duorum triangulorum hoc pacto: Proportio quadrati sinus totius ad id, quod sub sinu toto & sinu complementi anguli a c b cõtinetur, per primam sexti est, vt proportio sinus totius ad sinum complementi anguli a c b, sumpto sinu toto tanquam altitudine communi ambobus rectangulis: hæc autem componitur ex duabus proportionibus, scilicet propor-

tione

tione quadrati finus totius ad id, quod fub finibus a k & g k continetur, & proportione eius, quod fub finibus a k & g k ad id, quod fub finu toto & finu complementi anguli a c b continetur: prima harum componentium per 2 huius eft, vt finus verfi arcus b h ad differentiam duorum finuum verforum, quorum vnus eft ipfius arcus a g, alter vero arcus a l: fecunda verò componens eft, vt finus recti a g ad finum rectum b h: quare proportio finus totius ad finum complementi anguli a c b



componitur ex duabus, proportione fcilicet finus verfi b h ad differentiam duorum finuum verforum, quos diximus, & ex proportione finus recti a g ad finum rectum b h, & ideo etiam proportio finus totius ad finum complementi anguli a c b componitur ex proportionibus duabus, fcilicet proportione finus recti a g ad differentiam duorum finuum verforum prædictorũ, & proportione finus verfi b h ad finum rectum eiufdem arcus b h. hæc autem proportio compofita eft cognita propter finum totum, & finum complementi anguli a c b dati, cognitos, prima deniq; componens eft nota: eft enim arcus a g datus, & ideo finus eius rectus cognitus: item arcus a l eft datus, ipfe enim eft differentia duorum arcuum a k & g k, fiue duorum a b & g h, quare vterq; arcuum a g & a l finum verfum accipiet notum, quorum finuum verforũ differentia non latebit: fic igitur prima proportio componens notos habet terminos, ea autem proportione fubtracta ex ipfa proportione relinquetur fecunda componens proportio cognita, quæ erat finus verfi b h ad finum rectum eiufdem, quare per 11 huius arcus ipfe b h non ignorabitur. ex duobus autem arcubus a g & b h cognitis, reliqua quæ præponebantur quærenda, argumento huius abfoluentur, quorum gratia contemplati fumus.

quadratum finus totius.	quod fub finibus a K & K g.	quod fub finu toto & finu complementi anguli a c b.
		

finus totus.	finus uerfus b h.	finus rectus a g.	finus totus.	finus a g.	finus uerfus b h.
finus cõplementi anguli a c b.	differentia finuum uerforum.	finus b h.	finus cõplementi anguli a c b.	differentia finuum uerforum	finus rectus b h.

XIII.

Si duorum arcuum differentia data fuerit, cum differentia finuum eorum uterq; notus refultabit.

Sint duo arcus a b & a c, quorum differentia b c sit data, duo autem sinus eorum b d & c e differentiam habeant cognitam. Dico, quòd vterque eorum innotescet. Duco enim chordam b k orthogonaliter incidentem sinui recto c e in puncto h, eritque c h differentia duorum sinuum, subtendatur etiam arcui b c chorda sua b c, quam oportet esse notã propter arcum ipsum datum: sic ex duabus lineis b c & c h notis angulo apud h recto existente, per 27 primi huius angulum c b h metiemur, ac si in centro alicuius circuli quiesceret: nunc autem, quoniam in circumferentia supra arcum consistit, erit & arcus eum subtendens, scilicet arcus c k notus, cui si adiunxerimus arcum b c ex hypothesi notum, totus arcus b k notus redundabit, & ideo dimidius arcus b l, inde quoque complementum suum a b innotescent: ex arcu autem a b & b c notis conflabitur totus arcus a c notus, sic vtrunque memoratorũ arcuum notum effecimus, quod erat absoluendum.

XIIII.

In omni triangulo rectangulo duos habente acutos angulos, sicut sinus complementi anguli cuiusuis acuti ad sinum totũ, sic, quod sub sinu complementi lateris sibi oppositi, & sub sinu reliqui acuti continetur ad quadratum sinus totius.

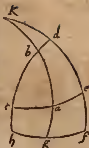
Triangulus a b c habeat angulum a rectum, & reliquos duos acutos. Dico sinum complemẽti anguli c acuti esse ad sinum totum sicut quod sub sinu complementi a b & sinu anguli continetur ad quadratum sinus totius, quod sic demonstratur. Producatur vterque arcuum c a & c b, vt fiant duo quadrantes c e & c d, similiter b g & b h fiant quadrantes, continuenturque puncta d & e per arcum d e, qui extensus concurrat cum h g educto in f, erit ergo vterque arcuũ d f & h f quarta circuli propter angulos d & h rectos. denique duo arcus e d & a b inferius educti concurrant in k. Iam k d ad d f componitur ex duabus k b ad b g, & g h ad h f, de sinibus loquor. Sed k d est complemẽtum anguli a c b, quoniam k est polus circuli c e propter angulos a & e rectos. k b autem est complementum lateris a b oppositi angulo a c b, & g h est quantitas anguli a b c, vnusquisque autem arcuum d f, b g & h f est quadrãs circuli. Cum itaque proportio eius, quod sub antecedentibus componentium continetur rectangulum ad id, quod sub consequentibus eorum cõtinetur, id est ad quadratum sinus totius ex eisdem proportionibus componentibus componitur, patet propositio.

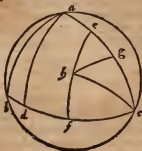
XV.

Dato triangulo sphærali circulum circumscribere.

Modus circumscribendi & inscribendi circulos est, vt in rectilineis triangulis, diuid

lis, diuidendo scilicet latera per æqualia, aut angulos &c. verùm diametrum circuli circumscripti aut inscripti inuestigare, alia requirit media. Dupliciter nanque potest inueniri diameter circuli circumscripti, aut scilicet per tres chordas notas, aut per arcus ipsos & scientiam triangulorum sphæraliũ de inscriptione non sic: nam quicunque circulus circumscribit sphæricum triangulum, is etiam rectilineum circumscribit, ex tribus chordis trium arcuum constantem, quod inscripto circulo non accidit. Triangulo a b c sphæralo circumscriptus esto a b c circulus, cuius semidiametrum quærimus per rationem arcuum. Sit a d arcus perpendicularis ad b c, b c per medium diuidatur in f puncto, vnde excat perpendicularis f e, in quo necesse est esse polum circuli circumscripti. diuidatur item a c per medium in g, eductusque perpendicularis occurrat arcui f e in h, qui erit polus circuli circumscripti. ex tribus autem datis lateribus angulum c habebis, & deinde propter f c notum perpendicularis quoque f e cum angulo f e c innotescet &, cum arcu e c, hinc e g notificabitur, & deinde propter angulum e notum arcus g h patefiet. cumque & g c notus sit, erit etiam h c notus, qui inter polum & cuspidem anguli c, id est circumferentiam circuli circumscripti comprehenditur.





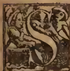
FINIS.

HIERONYMO SCHREIBERO RERVM MATHEMATICARVM STVDIOSO, AMICO suo, Ioannes Schonerus Carolostadius Mathematicus S. D. P.



ONTINERE me non possum, doctissime Hieronyme, quin sæpe illum animi tui, iampridem cognitum mihi candorem in memoriam reuocem: præterquàm enim quòd me semper singulari prosequutus es amore, etiam à studijs nostris uerè cœlestibus, nũquam abhorrente uisus es ingenio, quod unum, maxime perpetuæ inter nos amicitiæ uincula custodire debet. Quare cum mecũ constituissem, hoc potissimum tempore in publicum edere librum Ioannis Regiomontani uiri citra controuersiam, sua tempestate, Mathematicorum omnium principis, cui titulum fecit ille de Sinubus & Chordis, quibus ad maiorem utilitatem & facilitatem, compositionem quoq; tabularum eorundem Sinuum, artificiose equidem adiecit: eum librum nominatim tibi dicare uolui, cum quòd rebus Astronomicis non tantùm utilia, sed & necessaria uisa mihi sint omnia, quæ nobis Regiomontanus noster scripta reliquit, tum etiam quòd hic liber recta ducat ad cognitionem siue intelligentiam librorum, quos idem Regiomontanus de Triangulis Sphæricis conscripsit. Sunt præterea in hoc libro præclara multa sine quibus, in Astrorum scientia, alijsq; Mathematicis disciplinis, haud facilè excellere poterit quisquam. Quocirca admiratione dignum est, fuisse quosdam, qui huius doctissimi uiri labores, tanquam ingenij sui fœturas, sui nominis inscriptione, suppresso interim nomine Regiomontani publicare non erubuerint, secus facientes, quàm facere decet bonos uiros. Mihi quod facio, conscientia satisfacit, neq; alienis plumis ornatus alijs placere uolui aut studui unquam. Scripsit eiusdem argumenti librum, uir doctissimus Georgius Peurbachius, præceptor olim Regiomontani nostri, quem in præsentia huic editioni adiecimus, cum quòd discipulum cum magistro suo cõferre pulchrum esse putamus, tum quòd omnes bonarum artium studiosos, ad horum uirorum inuentiones, ut sedulò legant, inuitarem. Id uolui ne ignorarent studiosi. Ipse hoc potissimum ago in hac editione, ut Regiomontano, à quo in hisce studijs meis non parum sum adiutus, tanquam ueteri colono, sui restituãtur agri. Quam uoluntatem, nemo est, opinor, inter doctos, qui improbare uelit. Vale in Domino, & studia nostra excelso animo prosequi non graueris. Norimbergæ anno Christi 1541.

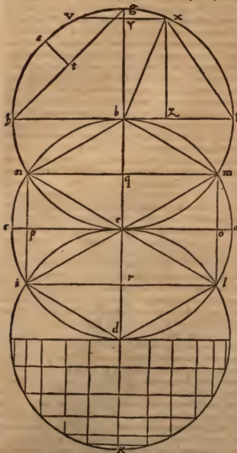
TRACTATVS GEORGII PEVRBACHII SVPER PROPOSITIONES PTOLEMAEI DE SInubus & Chordis.



INVVM, Chordarum & Arcuum noticia ad cœlestiũ motuum cognitionem peruald e necessaria existit, ideo de eorum doctrina restat in præsenti perquirendum. Vnde videndum quid sit Sinus, quid Sinus rectus, quid Versus, quid Chorda, quid Arcus, quid Kardaga. Magistri Geometriæ non potuerunt perfecta ratione comprehendere, quanta esset diameter circuli respectu suæ circumferentiæ, eo quòd recti ad curuum non est proportio. Practici tamen posuerunt circumferentiam triplam sesquiseptimam diametro. Archimedes autem probat circumferentiam cõtinere ter diametrum, & minus quàm decem septuagesimas & plus quàm decem septuagesimas primas. Sed Ptolemæus in Almagesti probat, quòd decima circumferentiæ habet chordam 27 grad. & 4 minut. ferè. Et ideo dicit, si ponimus diametrum 150 graduum, erit circumferentia ferè 377 graduum, qui nunc ad numerum graduum diametri nullam proportionem habent notam. Indi verò dicunt: Si quis sciret radices numerorum recta radice carẽtium inuenire, ille faciliter inueniret quanta esset diameter respectu circumferẽtiæ. Et secundum eos, si diameter fuerit vnitas, erit circumferentia radix de decem: si duo, erit radix de quadraginta: si tria, erit radix de nonaginta, & sic de alijs. Et est differẽtia inter Indos & Practicos Geometriæ 1 minut. & plusquàm septima pars vnius minuti, vnde patet diametrum ex circumferentia, & circumferẽtiam ex diametro diuersimode posse reperiri. Dicunt etiam nõnulli quòd proportio diametri ad circumferentiam, sit sicut 20000, ad 62832, & ex hoc iterum vno noto alterum reperitur. Sed his modis diuersis nõ semper reperitur eadem quantitas, sed diuersa, secundum quòd auctores diuersimode imaginati sunt de proportione eorum. primus tamen modus communior est alijs. Item licet inter sinum & portionem non sit proportio propriè loquendo, eo quòd rectum & curuũ non sunt eiusdem speciei, est tamen inter eos mutua relatio: nam sinus est portionis sinus, & portio est sinus portio. Quanquam igitur non sit nobis noticia certa de proportione diametri ad circumferentiam, possumus tamen ad placitum ponere diametrum quotquot partium voluerimus, & secundum eas quantitates chordarum aliarum & sinuum reperire.

Ad demonstrandum igitur quãtitatem sinus cuiuslibet portionis, & primo 6 kardagarum circuli. Sit circulus a b c d, centrũ eius e, quadratus duabus diametris orthogonaliter se secantibus a c, b d. Sit etiã circulus f g h ęqualis priori supra centrum b, cuius circumferentia contingit lineam a c supra cẽtrum e. Item circulus i k l supra centrũ d, ęqualis priori, contingens similiter lineã a c in e. Et primus secet secundum in punctis m & n, & secundus tertiũ in punctis i & l. Circulo a b c d inscribatur hexagonus æquilaterus per penultimã quarti, qui sit b n i d l m, ex qua etiam patet, quòd latus hexagoni talis est æquale semidiametro circuli. Ducaturq́ linea m n secans b e in q, similiter i l secans e d in r. Quia igitur linea m n eadem de circulis æqualibus abscindit duos arcus, scilicet m b n & n e m, ipsi erunt æquales per 27 tertij. Eadem ratione arcus m b æqualis erit arcui m e. Eruntq́ quatuor arcus, m b, b n, n e, e m, sibi inuicem ęquales. Item per octauam primi vel quartam & 26 primi, patet quod

linea b e diuiditur in duo æqua, in q, ſimiliter n m diuiditur per ęqua in q. Eadem ratione linea i l diuidit lineam c d per æqua, & econtra. Et ita patet quatuor lineas b q, q e, e r, r d, ſibi eſſe æquales, & lineam q r eſſe æqualem ſemidiametro, & per 27 tertij, patet circulum eſſe diuiſum in ſex arcus æquales. Item per quartam ſecundam partem 28 & 34 primi n p & q e eſſe ęquales, & n q & p e ſimiliter æquales, & ita n p erit quarta pars diametri circuli ſiue medietas ſemidiametri, vnde ſinus duodecimæ partis circuli ſiue 30 gra. erit quarta pars diametri, & ita notus eſt ſinus duarum kardagarum ſimul. Linea autem n q eſt ſinus rectus quatuor kardagarũ ſiue ſextę partis circuli, & ipſa nota erit per penultimam primi, eo quòd e q eſt nota, ſimiliter e n. Poſtea in circulo f g h protrahe diametrum f h orthogonaliter ſecantem g e in centro b, & ducta linea g h, quam per vndecimam primi, diuide per æqua in t, ſimiliter



arcum g h per 29 tertij per æqua in s. Tunc arcus g s erit octaua circuli ſiue 45 gra. quæ ſunt tres kardagę, & cuius ſinus g t notus erit per penultimã primi, quadratum g h duplũ eſt ad quadratũ ſemidiametri, vnde ſinus totus eſt quadrandus, & poſtea dupli eius radix quadrata erit linea g h cuius medietas eſt g t, ſinus trium kardagarũ ſiue 45 grad. Patet a m eſſe 30 gr. & eius chorda erit nota, ſubtrahendo e o, quæ eſt æqualis n q ſinui 60 graduũ, ab e a ſinu toto, & manebit o a cuius quadratum iungatur cum quadrato m o, ſcilicet ſinus 30 gr. & producti radix erit chorda quæſita, cuius medietas eſt ſinus primę kardagæ ſiue 15 gr. Deinde in circulo f g h accipiatur portio 30 grad. quæ ſit v g x, ita quòd v g ſit 15 gr. ſimiliter g x 15 gr. & erit arcus x f 75 gr. Duc ergo per 31 primi, lineã x y ęquædiſtantem lineæ g b, quæ erit ſinus portionis x f 75 gr. Ductaq́ linea

linea b x à quadrato ſemidiametri, ſcilicet b x, aufer quadratum ſinus portionis 15 gr. ſcilicet lineæ y x, & manebit quadratum lineæ y b, quæ eſt æqualis lineæ x z, erit ergo ſinus portionis 75 gr. notus, & eſt ſinus 5 Kardagarum. Sinus autem totus ſiue ſemidiameter eſt ſinus ſex Kardagarum.

Habitis igitur ſinibus ſex Kardagarum, minue ſinuum arcus 15 gr. de ſinu arcus 30 gr. & reſiduum erit ſinus Kardagæ ſecundæ. Deinde ſubtrahe ſinū duarum Kardagarū, hoc eſt arcus 30 gr. à ſinu arcus trium Kardagarū, & remanebit ſinus tertiæ Kardagæ, & ita de cæteris. Ex his igitur manifeſta eſt quantitas tam ſinus recti quàm verſi cuiuslibet Kardagæ, & quarumlibet ſimul ſumptarum. Nam ſinus rectus primæ Kardagæ eſt ſinus verſus ſextę, & ſinus rectus ſecundæ eſt ſinus verſus quintæ &c. Item ſinus rectus duarum Kardagarum primarum, ſcilicet primæ & ſecundæ, eſt ſinus verſus duarum vltimarum, ſcilicet quintæ & ſextæ. Et ſinus verſus primarum duarum, eſt ſinus rectus duarum vltimarum. Hæc ſiquidem ſunt ſex Kardagæ gratia, quarum introducta eſt hæc demonſtratio.

Ad inueniendum autem ſinus minorum circuli portionum. Sinū ſextæ Kardagæ multiplica per ſinum arcus 30 gr. & producti radix erit ſinus arcus 7. gr. & dimidij. Quem in ſe multiplicatū aufer à quadrato totius ſinus, & remanentis radix erit ſinus 82 & dimidij gr. Hunc minue à toto ſinu, & reſiduum multiplica per ſinum 30 gr. & prouenientis radix erit ſinus arcus 3 gr. & trium quartarum. Et quadratum huius aufer de quadrato totius ſinus, & reſidui radix erit ſinus 86 gr. & vnius quartæ. Poſt ſubtrahe ſinum 45 gr. de toto ſinu, reſiduum multiplica per ſinum arcus 30 gr. & collecti radix erit ſinus arcus 22 gr. & dimidij, cuius quadratum minue de quadrato totius ſinus, & radix remanentis erit ſinus arcus 67 gr & dimidij. Quem aufer de ſinu toto, & remanens multiplica per ſinum 30 gr. & excreſcentis radix erit ſinus arcus 11 gr. & 15 minut. cuius quadratum minue à quadrato totius ſinus, & radix reſidui erit ſinus portionis 78 gr. & 45 min. Poſt hæc deme ſinum 15 gr. de ſinu toto, & reſiduum multiplica per ſinum 30 grad. & numeri producti radix erit ſinus portionis 37 gr. & 30 min. cuius quadratum ſubtrahe à quadrato totius ſinus, radixq́ reſidui erit ſinus 52 gr. & dimidij. Eodem modo fit in vniuerſis circuli portionibus, vſq; ad minutiſsimas eius portiones. Hæc de mente Arzahelis.

Nunc ſecundum ſententiam Ptolemæi in prima dictione Almageſti, 9 & 10 cap. videndum eſt de inuentione chordarum, præmittit autem primo ſex propoſitiones.

PROPOSITIO I.

Data circuli diametro, latera decagoni, hexagoni, pentagoni, tetragoni atq; trianguli æquilateri, omnium ab eodem circulo circumſcriptorum reperire.



Sit ſemicirculus a b g erectus ſupra diametrum a d g, circumductus ſupra centrum d, & ſit d b perpendicularis à centro ſuper a g per vndecimam primi, & ſemidiameter d g in duo media diuiſa in h per decimam primi, & ducta linea b h, ſitq́ h f, æqualis h b per tertiam primi, & protrahatur linea b f. Dico quòd linea b d, ſimiliter d g, eſt latus hexagoni, & f d latus decagoni, & f b latus pentagoni. Primum patet per corollarium penultimę quarti. Secūdum ſic: Nam g d diuiditur inæqualia in h, & additur ei in longum d f. Igitur per ſextam ſecundi, quod fit ex g f in f d, cum quadrato d h

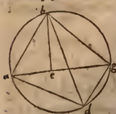
æquatur quadrato h f. igitur & quadrato h b, unde etiam per penultimam primi quadratis, quadratũ duarum linearum b d & d h. Dempto igitur quadrato d h cõmuni, erit quòd ex g f in f d æquale quadrato d b siue d g, igitur per secundam partem decimæsextę sexti, tres lineę f g, g d, & d f continuę proportionales erũt. Estq; etiã linea g f diuisa in d secundum proportionem habentẽ medium & duo extrema, cuius maior portio g d est latus hexagoni, igitur per cõuersam nonæ decimitertij, linea d f erit latus decagoni ęquilateri circulo inscripti, & hoc est secundum. Tertium verò sic: Nam angulus d est rectus, igitur per penultimam primi, quadratũ b f ęquatur duobus quadratis b d & d f, sed b d est latus hexagoni, & d f latus decagoni, vt patuit. Igitur per conuersam decimę decimitertij b f erit latus pentagoni. Nam latus pentagoni æquilateri per eandem decimã decimitertij, tanto potentius est latere hexagoni, quãtum potẽtius latus decagoni æquilateri, si sint eidem circulo omnes inscripti. Latus verò tetragoni æquilateri, inuenitur si in priori semicirculo ducatur linea b g. Nam linea d b diuidit semicirculum in duo media, erit igitur arcus b g quarta circumferẽtiæ circuli, vnde per quartam sexti, b g linea erit latus quadrati &c. Latus autem trigoni æquilateri circulo inscripti habebitur, si intra eundem semicirculum coaptetur linea recta g l æqualis semidiametro g d per primam quarti, quę tangat diametrum a g in termino eius. f g, ipsaq; erit latus hexagoni, & ducatur linea a l, dico quòd ipsa erit latus trigoni æquilateri circulo inscripti. Nam latus g l hexagoni abscindit de semicirculo arcum g l, qui erit sexta pars circumferentiæ totius circuli, scilicet 60 gr. erit igitur arcus a l residuus complementum semicirculi, scilicet 120 gr. & ipsum est tertia pars circuli. Eius igitur chorda erit latus trigoni per 28 tertij. Et ita patet tota propositio. Corollarium ex hoc. Vnde manifestũ est, quòd si nota fuerit circuli diameter, & prænominata latera nota erunt, chordæ quoq; quæ residuis semicirculi arcubus subtenduntur, erunt notæ, patet ex ipsa demonstratione prima pars, sed secunda patet ex 30 tertij & 46 primi.

Cuiuscunq; arcus sinus uersus, se habet ad sinum rectum medietatis arcus, sicut idem sinus rectus se habet ad sinum arcus 30 graduum. Hoc est dicere Cuiuslibet arcus in quarta circuli sinus rectus, est medio loco proportionalis, inter sinum uersum arcus dupli, & sinum rectum arcus 30 graduum.

PROPOSITIO II.

Si quadrilaterum infra circulum describatur, rectangulum quod sub duabus eius diametris continetur, est æquale duobus rectangulis pariter acceptis, quæ sub utrisq; eius lateribus oppositis continentur.

Sit circulus a b g d, in quo describam quadrilaterum a b g d, & eius duas diametros a g b d. Dico quòd rectangulum quod fit ex a g in b d, est æquale duobus quę fiunt ex a d in b g, & a b in d g, simul acceptis. Faciam enim per



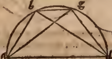
23 primi angulũ a b e, æqualem angulo g b d. Adiectoq; vtriq; eorum angulo e b d, erit angulus a b d æqualis angulo g b e. Sed per 20 tertij angulus b g e, æquatur angulo b d a. Igitur per secundam partem tricesimæsecundæ primi, residuus angulus b e g, erit ęqualis residuo angulo b a d, sunt igitur trianguli æquiãguli, igitur per quartam sexti latera æquos angulos respicientia, proportionalia sunt, vnde a d est ad e g, sicut b d ad b g, ergo per decimamquintam sexti, quod fit ex a d in b g, æquatur ei quod fit ex e g in b d. Itẽ angulus a b e per hypothesim ęquatur angulo d b g, sed per 20 tertij angulus b a e, ęquatur angulo b d g. Igitur per secundam partẽ 32 primi tertius angulus tertio est æqualis,

ęqualis, vnde triãgulus a b e, est ęquiangulus triangulo d b g, igitur per quartam sexti latera erunt proportionalia. Erit igitur a b ad b d, sicut a e ad d g, & permutatim a b ad a e, sicut b d ad d g, ergo per decimam quintã sexti, quod fit ex a b in d g, est æquale ei quod fit ex a e in b d. Iam autem demonstratũ est, quod fit ex a d in b g, est æquale ei quod fit ex e g in b d. Igitur per primam secundi totum rectangulum, quod fit ex ductu a g in b d, æquatur duobus rectangulis, quorũ vnum fit ex a d in b g, & aliud ex a b in d g. Nã quod fit ex a g in b d, æquatur duobus rectangulis per primam secundi, scilicet vni quod fit ex b d in e g, & alij quod fit ex b d in a e, simul sumptis. Sed primũ rectangulũ æquatur ei quod fit ex a d in b g, & aliud ei quod fit ex a b in d g, vnde quod fit ex a g in b d, est æquale duobus rectangulis, scilicet ei quod fit ex a d in b g, & illi quod fit ex a b in d g, simul sumptis, quod est propositũ.

PROPOSITIO III.

Si in semicirculo chordæ arcuum inæqualium notæ fuerint, chorda quoq; arcus quo maior minorem superat, erit nota.

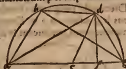
Sint in semicirculo a b g d supra diametro a d descripto, duæ chordæ a b & a g notę. Dico quòd chorda arcus b g nota erit. Ductis enim duabus chordis b d & g d, quæ cum duæ a b & a g sint notæ, erit manifestum per corollarium primæ huius, eo quòd quęlibet earum est chorda residui semicirculi. Est igitur quadrilaterum a b g d infra circulum, cuius duæ diametri a g & b d sunt notæ, tunc per præmissam duo recta simul, quæ fiunt ex a b in g d, & ex b g in a d nota erunt. Rectangulũ autẽ quod fit ex a b in g d, est notũ, eo quòd ambæ lineæ ipsum rectangulum continentes sint notę, quo ablato de totali rectangulo, quod fit ex a g in b d, manebit rectãgulum quod fit ex b g in a d, & quia vna eius linearum ipsum continentiũ est nota, quia a d diameter circuli erit per diuisionẽ, reliqua linea scilicet b g nota, quod est propositum.



PROPOSITIO IIII.

Si in semicirculo alicuius arcus chorda nota fuerit, chorda quoq; quæ eius medietati subtenditur, nota erit.

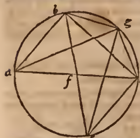
Si in semicirculo a b g descripto supra diametro a g, arcus b g chordam notam habens, diuiso arcu b g per æqua per 29 tertij, & ductis chordis a b, b d, a d & d g, ducatur perpendicularis d f supra diametrum per 12. primi. Dico quòd linea f g est medietas superflui lineæ a g super lineam a b. Pono enim lineam d e æqualem lineæ a b per tertiã primi, & produco d e. Et quia a b est æqualis a e, posita a d communi, erunt duæ lineæ a b & a d trianguli a b d, æquales duabus lineis a e & a d triãguli a e d, quælibet videlicet suæ relatiuę, & arcus b d æqualis arcui d g, & per 26. tertij, angulus b a d æqualis angulo e a d, igitur per quartam primi basis b d æqualis basi e d. Et quia linea b d per 28. tertij, est æqualis lineæ d g. Igitur d g est æqualis d e, igitur per quintam primi, trianguli d e g anguli supra basim sunt æquales. Quare d f linea demissa per 26. primi, diuidit e g in æqualia. Tota autem e g est superfluum lineæ a g super a b, & f g est medietas superflui, & ita patet quod dictum est. Et quia chorda arcus b g est nota ex hypothesi, erit chorda residui semicirculi, quæ est linea a b nota, quæ est æqualis a e, erit igitur e g nota, & per consequens eius medietas f g. Quia ergo per 30. tertij, an-



gulus a d g in semicirculo consistens est rectus, & ab eo super basim egreditur d f perpendicularis, erit d g per octauam sexti, medium proportionale inter a g & g f, sed cum a g & g f sint nota, vna ducta in aliam erit quadratum lineæ d g notum & per consequens ipsa linea.

PROPOSITIO V.

Si duæ chordæ duorum arcuum in semicirculo fuerint notæ, chorda quoq; quæ toti subtenditur arcui ex illis duobus arcubus composito erit nota.

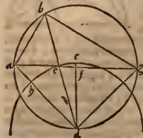


Circuli cuius diameter a d, & cētrum f, sint duo arcus noti a b & b g notas chordas habentes, & sit vna chorda alteri copulata in b, & protracta chorda a g, dico quòd ipsa chorda a g nota erit. Protraho enim diametrum b f e, & lineas b d, d g, d e, & g e, Tunc enim ex noticia lineæ b g nota erit linea g e, & ex noticia a b, nota erit b d, & ex noticia b d scietur d e. Est ergo quadrilaterum b g d e circulo inscriptū, cuius sunt duo diametri b d & g e, per secundam huius rectangulū, quod fit ex eis, erit æquale duobus rectāgulis, quorum vnum fit ex b e in g d, & a d ex b g in d e: quia igitur diametri sunt notæ, erunt illa duo rectangula nota, sed vnum eorum rectangulorū notum est, eo quòd b g & d e sunt notę, erit aliud rectangulum notū, scilicet quod fit ex b e in g d, & quia vnū eius latus est notum, scilicet diameter b e, erit per diuisionē ipsius rectanguli per diametrum linea g d nota, qua nota per corollarium primæ huius erit g a nota, nam ipsa est residui arcus de semicirculo chorda. Vel aliter & facilius, quia chordæ e g & e d sunt notę, erit per tertiam huius chorda g d nota, vnde & a g similiter nota erūt. Et nota quòd chorda e d est æqualis chordæ a b, quia vtraq; eorum est chorda residui de semicirculo vltra arcū b d.

PROPOSITIO VI.

Si protrahantur in circulo duo lineæ inæquales, proportio chordæ longioris ad chordam breuiorem, erit minor proportione arcus longioris ad arcum breuiorem.

Sint in circulo a b g d protractæ duæ chordæ, minor a b, & longior b g. Dico quòd proportio chordæ b g ad chordam a b, est minor proportione arcus b g ad arcum a b. Diuidam enim angulum a b g per æqualia secundum nonam primi, per lineam b d, eritq; per 25. tertij arcus a b g d æqualis arcui d a b g, super quos ipsi anguli æquales cadūt.



Dempto igitur arcu a b g communi vtriq;, manebit arcus a d æqualis arcui d g, eritq; per 28. tertij linea d a æqualis lineæ d g, & per 5. primi anguli d a g & d g a supra basim æquales. Et à puncto d duco super a g perpendicularem d f per 12. primi, eruntq; per 26. primi, a f & f g æquales, & angulus a d f æqualis angulo g d f, & per consequēs linea g e erit maior linea e a. Et quia angulus e f d rectus est, igitur maior angulorum eiusdem trianguli, erit per 18. primi d e maior d f. Angul

Angulus autem a e d extrinſecus per 32 primi, maior eſt angulo recto, igitur per 18 primi a d longior c d. Eſt ergo a d longior e d, & e d longior d f, circulus deſcriptus ſuper d ſecundum quantitatem lineæ d c proculdubio lineam a d ſecabit, ſed lineam f non attinget. Circumducto igitur ſuper d circulo h c c, ſecante d a in h, & ducta d f vſq; ad c, ſector e d c erit maior triangulo e d f, & triangulus a d e eſt maior ſectore h d e. Igitur per primam partem octauæ quinti Euclidis, proportio trianguli e d f ad ſectorem h d e, eſt minor proportione ſectoris e d c ad ſectorem h d e. Et per ſecundam partem eiuſdem proportio trianguli e d f ad triangulum a d e, eſt minor proportione eiuſdem trianguli ad ſectorem h d e. Quare per communem animi conceptionem, quicquid eſt minus minore, eſt etiam minus maiore, erit proportio trianguli e d f ad triangulum a d e, minor proportione ſectoris e d c ad ſectorem h d e. Proportio autem trianguli e d f ad triangulum a d e, per primam ſexti, eſt ſicut proportio lineæ e f ad lineam e a. Proportio vero ſectoris e d c ad ſectorem h d e, eſt ſicut arcus e c ad arcum e h, quę eſt ſicut anguli f d e ad angulum a d e per vltimam ſexti, igitur proportio lineæ f e ad lineam e a, eſt minor proportione anguli f d e ad angulum e d a, igitur coniunctim proportio lineę f a ad lineam e a, eſt minor proportione anguli f d a ad angulum a d e. Quare proportio lineæ duplæ prædictæ lineæ a f, quæ eſt lineæ a g, ad lineam a e, minor erit proportione anguli e d a, qui eſt duplus a d f ad angulum a d e. Ergo diſiunctim proportio lineę g e ad lineam a e, minor erit proportione anguli g d e ad angulum e d a. Et quia in triangulo a b g linea b e ducta ab angulo a b g, ad baſim a g, diuidit eundem angulum per æqua, erunt per tertiam ſexti duę partes ipſius baſis, ſcilicet g e & e a, reliquis eiuſdem trianguli lateribus, ſcilicet lineis b g & b a proportionales. Igitur proportio lineæ g e ad e a, eſt ſicut proportio chordæ g b ad chordā b a, & proportio anguli g d b ad angulum b d a per vltimam ſexti, eſt ſicut arcus g b ad arcū b a, quare proportio chordæ b g ad chordam b a, eſt minor proportione arcus b g ad arcum b a, quod erat demonſtrandum.

Ex præmiſsis propoſitionibus cuiuslibet arcus noti quãtitas chordæ reperitur.

Ex prima enim propoſitione nota eſt chorda ſextæ partis circuli, eo quòd ipſa ęqualis ſemidiametro: Nota eſt etiam chorda decimę partis circuli, ſcilicet arcus 36 gr. nam ipſa eſt latus decagoni. Nota eſt ſimiliter chorda quintæ partis circuli, eo quòd ipſa eſt latus pentagoni, & ipſa eſt chorda arcus 72 grad. Similiter chorda arcus 90 grad. ipſa enim eſt latus quadrati. Item chorda 120 gr. quia latus trigoni.

Amplius ex ſequentibus propoſitionibus conſtat, ex certorum arcuū differentijs chordas multas poſſe inueniri. Per ſecundam enim propoſitionē & tertiam poſſunt inueniri plures chordæ ſuperfluæ arcuum, ſecundum ſeipſas chordas notas habentium. Et hoc taliter: Propoſitis nanq; chordis duabus arcuum inæqualium notis, ſi vis inuenire chordam arcus, quo maior excedit minorem: Primò ſcias chordas arcuum reſiduorum ſemicirculi reſpectu vtriuſq; chordæ propoſitæ, ſubtrahendo quadratum chordæ propoſitę à quadrato diametri, & manebit quadratum chordæ reſidui arcus ſemicirculi vltra arcum chordæ propoſitæ, per corollarium primæ huius, cuius radix oſtendit quantitatem talis chordæ. Illud autem quod fit ex ductu chordæ arcus maioris in chordam reſidui arcus minoris, eſt æquale illis duobus, quæ fiunt ex ductu chordæ arcus minoris in chordam reſidui arcus maioris, & ex ductu diametri in chordā arcus, quo maior excedit minorem, vt poteſt deduci ex tertia propoſitione. Subtra-

cto igitur eo quod fit ex ductu chordę arcus minoris in chordam arcus residui maioris remanet, quod fit ex ductu diametri in chordam arcus quo maior minorem excedit. Quod si diuiditur per diametrum, exibit ipsa chorda arcus quo maior excedit minorem. Ita per chordam arcus 60 gr. & chordam arcus 72 gr. inuenies chordam arcus 12 gr. Item per chordam arcus 36 gr. & per chordam arcus 60 gr. reperies chordam arcus 24 gr. Item per chordam arcus 60 gr. & chordam arcus 90 gr. inuenies chordam arcus 30 gr. Sicq́ de cæteris similibus debes operari, & chordas multorum arcuum habebis.

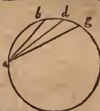
Consequenter ex quarta habetur, qualiter habita chorda alicuius arcus inueniri queat chorda medietatis eiusdem arcus, vt ex chorda arcus 12 gr. potest reperiri chorda arcus 6 gr. Deinde arcus trium, post arcus 1 grad. cum dimidio. Deinde arcus dimidij gr. & 4. Primò debet quęri chorda residui talis arcus per corollariũ primæ huius, qua ablata à diametro residui medietas ducatur in diametrum, & producti radix est chorda quæsita, nam ipsa est chorda medietatis arcus propositi. Et ita potes ex chorda 60 gr. reperire chordam arcus 30 gr. dupliciter, per præcedentem & illam. Et ex chorda arcus 30 gr. chordam arcus 15 gr. deinde chordam arcus 7 gr. & dimidij. Et ex chorda arcus 36 gr. chordam arcus 18 gr. deinde 9 deinde 4 gr. cum dimidio. Et sic de alijs cõsimilibus eodem modo est procedendum.

Deinde ex quinta habebitur qualiter per arcum 1 gr. & dimidij, & eius chordam multorum arcuum chordæ possunt inueniri, vt si chorda arcus 1 gr. & dimidij componatur cum quacunq́ chordarum notarum, aut si arcus illarũ chordarum duplantur vel triplantur, & sic deinceps: aut si ad arcum habentem chordam notam addatur arcus sibi æqualis, aut arcus maior aut minor eo, chordam etiam habens notam, quomodo chorda totius arcus ex eisdem compositi debeat inueniri. Illud autem generaliter debet inueniri hoc modo. Primò quære chordam residui arcus semicirculi ad arcum chordæ primò propositæ per corollarium primæ huius. Deinde quęre etiam chordam residui arcus semicirculi super arcum secundæ chordæ primæ superadditæ per eundem modum. Post chordam residui primi arcus, duc in chordam residui secundi arcus, & productum serua. Post hęc chordam primò propositam duc in chordam secũdam primæ superadditam, & quod exit, subtrahe à producto iam seruato, & quod remanet diuide per diametrum, & exit quantitas chordæ superflui arcus semicirculi vltra arcum totalem compositum ex illis duobus arcubus. Quadratũ igitur ipsius subtrahe à quadrato diametri, & residui radix erit chorda totius arcus cõpositi. Ita ex chorda arcus 3 gr. & chorda arcus 1 gr. cum dimidio, reperies chordam 4 gr. & dimidij, & etiam chordam arcus 175 gr. & dimidij. Et similiter in alijs si alicui arcui habenti notam chordam addatur arcus maior aut minor similiter chordam habens notã, inuenies chordam totius arcus ex his cõpositi. Si verò alicuius arcus notam chordam habentem, dupli arcus chordam reperire volueris, primò est quadranda chorda arcus propositi, & ipsum quadratum dematur de quadrato diametri, & à residuo dematur quadratũ chordę arcus propositi, & residuum per diametrum diuidatur, & exibit chorda residui de semicirculo vltra arcum cõpositum ex duplo arcus propositi, cuius quadratum de quadrato diametri auferatur, & residui radix erit chorda arcus dupli ad arcum propositum. Ita ex chorda arcus 4 g. & dimidij poteris inuenire chordam arcus 9 gr. Cõsimiliter cuiuscunq́ alterius dupli arcus ad aliquem arcum chordam habentem notam poteris chordam inuenire.

Postremò ex sexta propositione, potest haberi qualiter per chordam arcus 1 gr. & dimidij, & per chordam arcus medietatis & quartæ vnius gradus inueniri debeat chorda 1 gr. Si enim haberetur chorda arcus 30 min. qui est tertia

pars

pars arcus 1 gr. & dimidij, omnes chordæ arcuū aliorum veraciter essent notæ. Nam in Tabula Ptolemæi ponuntur arcus secundum augmentū dimidij grad. Vnde si reperiretur chorda arcus medietatis gr. inuenirentur cum ea per præcedentem capitulum, quantitates chordarum reliquorum arcuum, quæ sunt inter chordas notas, quas nominamus secūdum veritatem numerationis linearum, & per hoc compleremus omnes chordas semicirculi secundum superfluū dimidij gr. Hoc autem secundum veritatem non reperitur. Quoniam & si chorda arcus 1 gr. & medij sit nota chorda, tamen eius tertia, scilicet arcus 30 min. sub numeri computo, & secundum veritatem numerationis non est reperta. Eiusdem tamen rei noticia præsenti intentioni est necessaria. Summo igitur studio & industria, quamuis non contineat verè quantitatem omnium chordarū, possibile tamen est, vt per ipsum inueniatur quantitas chordarum paruorum arcuum, ita vt secundum veritatem nihil quod sensibilis sit quantitatis deficiat, inuētus est modus, quo chorda arcus medietatis gr. per chordam arcus 1 gr. & dimidij, & per chordam arcus medietatis & 4 gr. reperta est. Et est talis: Sit circulus a b d g, in quo sint tres chordæ, vna a b subtendatur arcui medietatis & 4 gr. Alia a d subtendatur 1 gradui. Tertia a g subtendatur arcui gr. & dimidij. Quia ergo per sextam huius proportio chordæ a d ad chordam a b, minor est proportione arcus a d ad arcum a b. Arcus autem a d ad arcum a b est sesquitertius. Ostensum est autem ex dictis, quòd chorda a b est o grad. 47 min. & 7 secundi si eius tertia, quæ est 15 min. 42 secund. & 20 tertij sibi superadditur, proueniet 1 grad. 2 min. 49 secund. & 20 tert. & hoc est sesquitertium ad chordam a b. Sed chorda a d minor est ad a b quàm esquitertia, ideo chorda a d minor erit quòd 1 gr. 2 min. 49 secund. & 20 tert. Rursum quia proportio chordæ a g ad chordam a d minor est quàm proportio arcus a g ad arcum a d per sextam. Arcus autem a g sesquialterus est ad arcum a d. Ex dictis autem patet quòd chorda a g est 1 gr. 34 min. 14 secund. & si ab ea subtrahitur eius tertia pars, quæ est 31 min. 24 secund. & 40 tert. residuum erit 1 gr. min 49 sec. & 20 tert. & ad illud chorda a g est sesquialtera. Igitur chorda a d respectu chordæ a g, est maior quàm 1 gr. 2. min, 49 secund. & 20 tert. Est ergo chorda arcus 1 gr. respectu chordæ vnius medietatis & 4 gr, minor quàm 1 gr. 2 min. 49 secund. & 20 tert. Et respectu chordę vnius gradus & medietatis maior est quàm 1 gr. 2 min. 49 sec. & 20 tert. manifestum est, quòd conueniens est vt pro chorda vnius gradus circuli accipiamus 1 gr. 2 min. & 49 secund. de gradibus de quibus semidiameter est 60. Sic enim minus quàm in duabus tertijs vnius tertij erit error, quare multò minus quàm in vno secundo, sed in inquisitione chordarum, quod minus quàm secundum fuerit postponitur. Et ex hoc patet, quæ sit quantitas chordæ arcus dimidij gradus, ipsa enim erit o gr. 31 min. 25 sec. ferè. Et per illius quantitatem complebitur residuum reliquarum chordarum, quæ binatim cadunt inter duas chordas notas. Chordam nanque arcus duorum graduum sciemus per compositionem arcus vnius gr. & dimidij, cum arcu vnius medietatis gr. Sed chordam arcus 2 gr. & dimidij, sciemus per superfluum arcus 3 gr. supra arcum medietatis gradus. Et similiter sciemus quantitates reliquarum chordarum: facilis ergo est secundum præmissorum tenorem chordarum ad suos arcus cognitio.



FECERE maiores nostri sinus & chordarū tabulas, quorū vsus maxime necessarius est, certas aliarum tabularū numerationes reddere volenti. Verùm omnes illi diametrū circuli paucarū admodum partium cōstituerunt, veluti Ptolemæus 120, Arzahel 300, vnamquanq; partium in 60 minuta, minutumq; in 60 secunda distinguentes. In arcu etiam, tantùm per quartam gradus lineam numerū in sinubus auxerūt, propter quod fit, vt cum ex arcu sinum, aut e contrà ex sinu arcū elicere velimus, sæpe necesse sit sumere partes proportionales, itemq; in vsu sinuum, partes in minuta, minutaq; in partes reducere. Quod profectò nedum parum in arte numerandi instituto, sed etiam peritissimis tædium parit. Vt igitur hoc impedimentūm tolleretur, facilisq; fieret sinum inuētio, conatus sum nouas tabulas fabricare, quarum extensio in arcu per singula minuta procederet ipsamq; circuli semidiametrū, quæ sinus totus est, ne amplius aliqua subdiuisione opus esset, 6000000 partium fore supposui. Compositio verò ipsa talem habuit progressum.

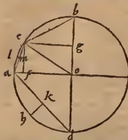
PROPOSITIO I.

Cognito sinu alicuius arcus quarta circuli minoris, notus fiet, & sinus complementi talis arcus.

Nam quadratū semidiametri ęquale est duobus quadratis sinuum duorū arcus & sui cōplementi, vt in quarta a o b, arcus a e sinus sit e f. Arcus autem e b, sinus sit e g, quadratum e o, æquale est duobus quadratis linearum e f & f o, sed f o æqualis est e g &c.

PROPOSITIO II.

Sinus arcuum per Kardagas authorum ostendere.



Kardaga portio arcus 15 gr. appellatur. Pro huius ostensione sit circulus a b c d, super centro o, duabus diametris eius orthogonaliter sese secantibus a c, b d, arcus a e sit 30. grad. eritq; e b, 60 gr. propterea erit e b linea recta latus hexagoni circulo inscriptibilis, ideo æquale semidiametro e o, aut o b. Quare e g perpendicularis super o b, diuidet o b in partes ęquales, sed e f sinus arcus a e, æqualis est & æquedistans o g. Ideo nota o b sinu toto, nota erit e f sinus arcus 30 gr. quia medietas sinus totius: hinc ex priore cognita fiet linea e g, quę sinus est portionis 60 gr. Preterea facta chorda a d, & arcu a h, 45 gr. h k diuidens a d per ęqualia, distinguet a k sinum 45 gr. qui patebit ex hoc quòd quadratum semidiametri duplum sit quadrato lineæ a k. Deniq; ducta chorda a e, diuisaq; per mediū in m, fiet a m sinus arcus 15 gr. qui innotescet ex quadratis a f & f e, ea enim coniuncta faciunt quadratū a e, quod quadruplum est quadrato linee a m. Tandem ex sinu arcus 15 gr. & propositione prima cognitus fiet sinus arcus 75 gr. Sic omnium arcuum per Kardagas authorum sinus patefacti sunt. Præsupposui autem in inuentione horū sinuum propter maiorem præcisionem, semidiametrū circuli partes habere 600000000, & secundum hoc repperi sinus arcuum illorum, vt hîc habes.

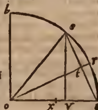
Arcus

Arcus.	Sinus.
90	600000000
30	300000000
60	519615242
45	424264069
15	155291427
75	579555496

PROPOSITIO I.

Cuiuslibet arcus quarta minoris, ſinus rectus, eſt medio loco proportionalis inter medietatem ſemidiametri & ſinum uerſum arcus duplicis.

Vt ſit in quarta circuli arcus c t datus, ad quẽ duplus ſit c s, ductis lineis c s, & o r ſecãte c s in t. Itẽ s v orthogonali ſuper o c, & medietas o c ſit o x. Dico iã c t eſſe medio loco proportionalẽ inter x c & c v. Sunt enim duo triãguli o c t & s c v ſimiles, quia quilibet rectãgulus ſit & vnũ cõmunẽ habeant, ideo proportio o c ad s c, eſt ſicut proportio t c ad c v, ſed o c ad s c, eſt ſicut ſuarũ medietatum, ſcilicet x c ad c t, quare x c ad c t, ſicut c t ad c v, ſic patet propoſitionis intẽtio. Ex hac propoſitione cõcluditur, cuiuſcũque arcus ſinus notus fuerit, cognitus etiã erit ſinus medietatis talis arcus, vt in exẽplo, ſi velis inuenire ſinũ medietatis primę kardagę, habes ex priore ſinũ cõplementi huius kardagę, ſcilicet arcus 75 gr. cuius differẽtia ad ſemidiametrũ eſt ſinus verſus 15 gr. ideo notus. Nã id generale eſt in quarta circuli cuiuslibet arcus ſinus differẽtia ad ſemidiametrũ eſt ſinus verſus cõplemẽti talis arcus de quarta circuli. Sic multiplicatio huius in medietatẽ ſemidiametri eſt nota, quę ęquatur quadrato ſinus recti arcus 7 gr. & 30 min. hinc huius cõplementi ſinus notus fiet. Itẽ ex hoc ſinus verſus arcus 7 gr. & dimidij, inde ſinus rectus portionis 3 gr. & 45 min. ex hoc etiã ſinus cõplementi eius, & ſic de alijs arcubus: quorũ ſinus hic poſui in tabella, quos ſi cum ſuperioribus iunges, fient ſinus omniũ arcuum per 3 gr. & 45 min. authorum. Ex hac etiam propoſitione cõſtat cuiuſcunque arcus ſinus notus eſt, fiet & cognitus ſinus arcus duplicis, quãuis hac via nõ gradiemur.

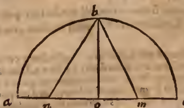


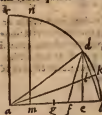
Arcus. G.	m.	Sinus.
7	30	78315715
82	30	594166917
3	45	39241877
86	15	598715354
22	30	229610059
67	30	554327720
11	15	117054193
78	45	588471168
37	30	365256858
52	30	476012004
18	45	192863670
71	15	568159078
41	[illegible]	395607280
48	45	[illegible]
33	45	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
26	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]

PROPOSITIO . IIII.

Latera decagoni atque pentagoni circulo inscriptibiliũ nota facere.

Sit semicirculus a b c, super centro o, semidiametro o b, orthogonaliter super diametro a c stante, punctum m diuidat o c per æqualia, ductæ b m sit ęqualis m o n, si duxeris lineam b n, dico n o latus decagoni, & b n latus pentagoni esse. Est enim c o diuise in m per æqualia adiuncta o n, ideo quod fit ex c n in n o cum quadrato o m, æquale erit quadrato m n seu m b, sed quadratum m b, seu m n æquale est duobus quadratis b o & o m, ergo quod fit ex c n in n o, est æquale quadrato o b seu a c, ideo o c est medio loco proportionalis inter c n & n o. ergo linea c n, diuisa est secũdum proportionem habentẽ medium & duo extrema, & quia eius maior portio c o est semidiameter circuli, sequitur ex hoc vt n o sit latus decagoni talis circuli. Sed quia latus pentagoni potentius est latere hexagoni in potentia lateris decagoni, oportet vt b n sit latus pentagoni, quod est propositum. Ex hac inuenies sinũ arcus 36 grad. sic, quadratũ o b & quadratũ o m faciunt quadratũ m n, ergo m n cognita, ablata o m, manebit o n data, cuius quadratũ iunctum quadrato semidiametri, producet quadratum chordæ arcus 72 gr. Cuius quadrata quarti pars est quadratũ sinus arcus 36 graduũ. Ex hoc sinu secundum doctrinas præcedentes inuenies sinus arcuum hic positorũ, qui cum superioribus iuncti sinus arcuum per 2 gr. & 15 min. authorum efficient. In his vides quòd sinus arcus 54 graduum, ex sinu arcus 30 graduum, & sinu arcus 18. gr. constat, cuius rei causam sic accipe. In quarta a b c super centro a, sit arcus c d 54 gr. eritque d b 36 demissa d e perpendiculari super a b, fiet d e sinus 36 gr. & a e sinus 54 gr. sitque b k arcus 18 gr. ductã chordam d b, secet a k linea in l, & medietas semidiametri sit a g, dico g e æqualem esse b l sinui arcus 18 gr. Fiat enim e f æqualis e b, ducantur a d & d f lineæ, à puncto m mediæ lineę a f orthogonalis m n exeat ad periferiã. Cum angulus d a b sit quinta pars duorum rectorũ ex posito, & anguli supra basim b d sint æquales, oportet angulum a b d esse duas quintas duorũ rectorũ, cui est æqualis angulus d f b, ergo angulus d f a est tres quintę duorum rectorum, ex hoc opus est, vt angulus a d f sit vna quinta duorum rectorũ, ideo ęqualis angulo d a f, ergo a f ęqualis d f, sed d f æqualis est d b, ideo a f æqualis erit d b, quare m f æqualis b l, & quia m e æqualis est g b, quòd vtraque sit medietas semidiametri, ablato communi fiet m g æqualis e b, aut e f, additoque communi g f, habebis m f æqualem g e, ideoque g e æqualis erit b l, quod fuit ostendendum. Ex hoc etiam inferre potes sinũ versum arcus 72 graduum, ex sinu verso arcus 36 graduum, & sinu recto arcus 30 graduum constare. Nam cum a m sit sinus arcus 18 graduum, erit c n t arcus 18 graduũ, & n b arcus 72 graduum, cuius sinus versus est m b, sed m b constat ex m e & e b. m e autem sinus rectus est arcus 30 graduũ, quia medietas semidiametri, e b verò sinus versus est arcus 36 graduum, scilicet arcus b d,





Arcus

Arcus. G.	m̄.	Sinus.
36	0	352671151
54	0	485410197
18	0	185410197
72	0	570633909
9	0	93860679
81	0	592613004
4	30	47075458
85	30	598150400
2	15	23555889
87	45	599537422
27	0	272394297
63	0	534603915
13	30	140067218
76	30	583421952
6	45	70522438
83	15	595841074
40	30	389668829
49	30	456243579
20	15	207670234
69	45	562914802
42	45	407280447
47	15	440593506
31	30	313499140
58	30	511584098
15	45	162864270
74	15	577473142
38	15	371456371
51	45	471190159
24	45	251195842
65	15	544885904
29	15	293172744
60	45	523497605

Arcus. G.	m̄.	Sinus.
12	0	124747015
78	0	586888561
6	0	62717078
84	0	596713137
3	0	31401574
87	0	599177721
1	30	15706169
88	30	599794394
45	0	7853773
89	15	599948596
39	0	377592235
51	0	466287577
19	30	200284116
70	30	565584895
9	45	101609702
80	15	591333635
42	0	401478364
48	0	445886895
21	0	215020770
69	0	560148256
10	30	109341315
79	30	589952945
5	15	54900971
84	45	597482957
43	30	413012745
46	30	435224623
21	45	222334462
68	15	557285732
44	15	418674276
45	45	429781166
25	30	258306658
64	30	541551171
12	45	132418461
77	15	585205392

Arcus. G.	m̄.	Sinus.
35	15	346287114
54	45	489984933
24	0	244041986
66	0	548127275
34	30	339843742
55	30	494475713
17	15	17792 945
72	45	573011967
39	45	383663401
50	15	461305099
23	15	236846314
66	45	551274726
32	15	320168709
57	45	507436663
33	0	326783421
57	0	703202341
16	30	179409207
73	30	575291841
8	15	86095573
81	45	593790832
27	45	279368712
62	15	530992582
28	30	286295256
61	30	527290268
14	15	147691976
75	45	581538546
36	45	358994760
53	15	480752288
30	45	306775852
59	15	515643849

PROPOSITIO V.

Latus quindecagoni circulo inſcriptibilis notum reddere.

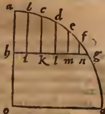
Sit in quarta circuli a b ſuper centro c, arcus a d 30 graduum. Item a e 54 graduum, ductis d f & e g perpendicularibus ſuper a c. Item d h & e k perpendicularibus ſuper b c, erunt e g ſinus portionis 54 graduum, & e k ſeu h i ſinus portionis 36 graduum. Item d f ſeu i g ſinus 30 graduum, & d h ſinus arcus 60 graduum, quę ex ſuperioribus nota ſunt. Igitur ei ſcilicet exceſſus ſinus arcus 54 graduum ſupra ſinum arcus 30 graduum notus. Similiter id nota fiet ſcilicet exceſſus ſinus arcus 60 graduum ſupra ſinum arcus 36 grad. Sed ducta chorda e d, eſt chorda arcus 24 graduū, ſcilicet latus quindecagoni, cuius quadratum æquale eſt duobus quadratis linearum e i & i d, ſic linea e d nota fiet, quod eſt propoſitum. Secūdum autem ſimile ingenium quorumcunq; duorum arcuum ſinus noti fuerint, poteris inueſtigare ſinum dimidij differentiæ eorum. Ex hac cognoſces ſinum arcus 12 graduum, ex quo per doctrinas ſuperiores inuenies multorum arcuum ſinus, adeò vt ſi proceſſeris, quoad potueris in arcu tamen minutum gradus non ſecando, reperies arcuum hic poſitorum ſinus, qui ſuperioribus iuncti ſinus arcum per 45 minuta augmentum ſuſcipientium conſtituent.

PROPOSITIO VI.

In quarta circuli ſumptis arcubus æqualibus inæqualiter à capite quartæ diſtantibus, ab eorum terminis perpendiculares ad baſim demiſſæ inæquales baſis partes intercipient, maiorq; pars erit, cuius arcus capiti uicinior fuerit.

Vt in quarta à q, cuius caput a, baſis o q, datis arcubus b c & c d æqualibus, quorum b c vicinior ſit ad a quàm c d. Demiſſæ perpendiculares ſint b e, c f, d g, dico e f maiorem eſſe f g. Tractis enim chordis b c & c d, quæ æquales erunt, fiant trianguli orthogonij c h b & d k c, quibus intelligas circulos eſſe circumſcriptos, quos neceſſe eſt æquales eſſe, quòd eorum diametri b c & c d ſint æquales. Sed angulus c b h maior eſt angulo d c k, quòd arcus c m maior ſit arcu d l, ideo oportet neceſſariò in circulis circumſcribentibus trigonos arcum anguli c b h maiorem eſſe arcu anguli d c k, hinc & chordam primi ſcilicet c h, maiorem eſſe chorda ſecundi ſcilicet d k, ſed e f eſt æqualis c h, & f g eſt æqualis k d, igitur e f eſt maior f g, quod fuit oſtendendum. Ex hac propoſitione elicies ſinum arcus vnius gradus inter duo conſtare. Sit enim in quarta circuli arcus a d 45 minutorum vnius gradus, & arcus g ſit vnus gradus cum dimidio, cuius ſinus ſit h g. Item a e ſit vnus gradus, productis d l & e m orthogonalibus ſuper h g, erit h l ſinus arcus

arcus 45 graduum. h m verò ſinus arcus vnius gradus quem quærimus. Subdiuido arcum a d in tres æquales a b, b c, c d, & e g in duos æquales, ſcilicet e f & f g. eritq́; quilibet horum quarta vnius gradus, ſicut d e, cadant quoq́; b i, c k & f n perpendiculariter ſuper h g. Quia verò h l ex prioribus habetur 7853773, huius tertia pars eſt 2617924, quæ neceſſariò maior eſt vtraq́; linea tam i k quàm k l, prout ex propoſitione concluditur, igitur multo magis maior quàm l m, quare iuncta cum h l producet 10471697, maiorem quàm ſit h m, ideo 10471697, maior eſt quàm ſinus vnius gradus. Item h g eſt ex prioribus 15706169, ſed h l eſt 7853773, ideo l g fiet 7852396, huius tertia pars eſt 2617465, quam vtiq́; conſtat minorem eſſe l m. Cum verò ſuper h l addideris 2617465, prodibunt 10471238, quæ neceſſariò minus ſunt h m, ſcilicet ſinu vnius gradus: habes itaq́; ſinum vnius gradus concluſum inter hos duos numeros, ſcilicet 10471697, & hunc 10471238. Ex maiore horum ſi proceſſeris ſecundum doctrinam primæ & tertiæ propoſitionum, inuenies ſinum 89 graduum maiorem eſſe quàm 599908613. Inde reſiduum de ſemidiametro, ſcilicet 91387, maius eſt ſinu verſo vnius gradus, quod ductum in 300000000 ſcilicet dimidium ſemidiametri, vt nunc ſupponimus, faciet quadratum, cuius radix 5236044, quæ neceſſariò plus eſt quàm ſinus dimidij gradus, ex quo etiam inuenies 599977152, minus eſſe ſinu 89 graduum & dimidij. Ex minore autem, ſi proceſſeris ſecundum eaſdem doctrinas, inuenies ſinum 89 graduum, minorem eſſe quàm 599908621, inde 91379 minus eſſe ſinu uerſo vnius gradus, hinc & 5235818, minus ſinu dimidij gradus, ex quo etiam habes 599977155 plus eſſe ſinu 89 graduum & dimidij. Ex his modo illud accipe, licet in inuentione ſinuum per augmentum 45 minutorum in arcu procedendo ſuppoſuerimus ſinum totum eſſe 600000000 propter præciſionem inuentionis, in tabulando tamen ſupponemus eum eſſe niſi 6000000, quod id ſuficiat, ſic ſinum arcus dimidij gradus inuenimus plus eſſe quàm 52358 & minus quàm 52360, conueniens eſt igitur vt ipſum inter hæc duo ſtatuamus, ſcilicet 52359, dum totus fuerit 6000000, nec vnquam aliquid erroris in opere ſenties. Hinc ſinum arcus 15 minut. reperies 26180. Item vnius gradus 104715, & ſinum arcus 89 gradum 5999086, item 89 grad. & 45 min. 5999943. Ex his igitur ſecundum doctrinas ſuperiores, ſi libet, poteris omnium arcuum per quartam gradus augmentum ſuſcipientium ſinus complere. Nam iuxta ingenium dictum in quinta ex ſinu arcus 30 minutorum ſinuq́; ſui complementi, item ſinu arcus 52 graduum & 30 minutorũ, ſinuq́; ſui complementi reperies chordam arcus 52 graduum, inde ſinus arcus 26 graduum notus fiet, ex hoc ſinus ſui complementi, ſcilicet 64 graduum, & ſic de alijs vſquequo habueris omnium arcuum per 15 minuta augmentatarum ſinus. Verùm id tibi non opus eſſe reor, cum alia via idem reperibile ſit. Habes antea omnium arcuũ per tres quartas gradus vnius creſcentium ſinus, eos ordinabis, vt debet, differentiasq́; omnium ſibi proximorum nota, quarũ quælibet 43 minutis medijs correſpondebit, quamlibet earum, quemadmodum ab initio ad finem continuè decreſcunt, ita ſecabis in partes tres, quòd ipſæ ſectæ quoq́; vniformitatem in decreſcendo ſeruent, quod facile fiet dum mediam earum ſemper adæquatã differentiæ tertiam conſtitues. Ex his perficies ſinus arcuum authorum per quindecim minuta. Hinc iterum omnium horum ſinuum differentias notabis, quæ-



libet enim earum 15 minutis medijs correſpondebit, quarum etiam quamlibet quemadmodum à principio verſus finem decreſcunt, ita ſecabis in partes tres, ut ipſæ quoq; in decreſcendo ſeruent regulam: & ex his complebis omnium arcuum per quinq; minuta creſcentium ſinus. Simili via ſupplebis tabulam ſinus per ſingula minuta in arcu creſcentem. Quòd ſi diligens differentiarũ notator atq; iuxta proportionem decremento earum ſector fueris, tanta præciſione tibi ſinus conſtitues, quanta fierent, ſi iuxta doctrinas propoſitionum ſuperiorum ad vnguem ſingula proſequeris. Atq; vt huic rei fidem maiorem faceremus, in pleriſq; locis vtrunq; modum tentauimus, neq; quicquàm in illis diſcordiæ ceciderat. Sic igitur in noſtra tabula ſinus id cõmodi eſt, vt ſingulis minutis gradus ſuos habeas ſinus correſpondentes, idq; certitudinis, vt non ſicut in alijs, quæ per quartam partem gradus tantum augmentatæ ſunt, quòd vni quartæ gradus intermediæ reſpondet, æqualiter per quartam eandem extenſum ſit, ſed ſecundum differentiarum decrementum proportionabiliter per minuta intermedia eſt diſtributum. Habes quoq; ſinum totum hic poſitum 6000000 partium, per quam exteſionem, ad ſecunda minutorum in arcu cum neceſſe ſit, deuenire cum certitudine poteris. Si verò in minutis arcus ſtãdum tibi fuerit, ages per ſinus eoſdem, primas verſus dextram duas figuras omittendo, & tunc ſinus totus 60000 partium ſupponetur.

PROPOSITIO VII.

Ex hac tabula ſinum arcus cuiuſcunq; reperire.

Gradus arcus quæres in ſuperiore parte tabulæ, numerum verò minutorum in ſiniſtra: quòd ſi non fuerint in arcu ſecunda cum minutis, habes in angulo communi ſinum quæſitum. Si verò in arcu etiam ſecunda fuerint, uide quantum in ea parte tabulæ vni ſecundo reſpondeat, quod in numerum ſecundorum ductum, adde ſinui in angulo communi poſito, & exibit quod quæris. Sic inueniſti ſinum, prout totus eſt 6000000, quòd ſi uoles eundem habere, prout totus eſt 60000, abijcies ex eo primas duas figuras verſus dextram, & ſic de alijs, facile eſt econtrà ex ſinu arcum cognoſcere &c.

SEQVITVR TABVLA SINVVM AD 6000000 PARTES PER IOANNEM DE Regiomonte computata.

G. Min.	0 Sinus	portio unius 2 10	1 Sinus	portio unius 2 10	2 Sinus	portio unius 2 10	3 Sinus	portio unius 2 10	4 Sinus	portio unius 2. 10
0	0	29 1	104715	29 1	209397	29 1	314016	29 0	418540	29 0
1	1745		106460		211141		315759		420281	
2	3491		108205		212885		317502		422022	
3	5336		109950		214630		319244		423563	
4	6982		111695		216374		320987		425504	
5	8727		113440		218118		322730		427245	
6	10472		115185		219873		324473		428986	
7	12218		116930		221606		326216		430727	
8	13963		118675		223351		327958		432467	
9	15709		120420		225905		329701		434208	
10	17454		122165		226839		331444		435949	
11	19199		123910		228583		333187		437690	
12	20944		125655		230327		334929		439430	
13	22690		127400		232071		336672		441171	
14	24435		129145		233815		338414		442911	
15	26180		130890		235559		340157		444652	
16	27925		132635		237303		341899		446392	
17	29671		134380		239047		343742		448133	
18	31416		136124		240791		345384		449873	
19	33162		137869		242535		347187		451614	
20	34907		139614		244279		348869		453354	
21	36652		141359		246023		350611		455094	
22	38397		143104		247767		352354		456734	
23	40143		144848		249510		354096		458575	
24	41888		146593		251254		355838		460315	
25	43633		148338		251998		357580		462055	
26	45378		150083		254742		359322		463795	
27	47123		151828		256485		361064		465535	
28	48869		153572		258129		362807		467275	
29	50614		155315		259972		364549		469015	
30	52359		157062		261716		365291		470755	
31	54104		158807		263460		368033		472495	
32	55850		160551		265203		369775		474235	
33	57595		162196		266947		371517		475974	
34	59341		164040		268690		373259		477714	
35	61086		165785		270434		375001		479454	
36	62831		167530		272178		376743		481194	
37	64576		169274		273921		378485		482933	
38	66322		171019		275668		380226		484673	
39	68067		172763		277408		381968		486412	
40	69812		174508		279152		383710		488152	
41	71557		176253		280895		385452		489871	
42	73302		177997		281639		387194		491631	
43	75048		179742		284382		388935		493370	
44	76793		181486		286126		390677		495110	
45	78538		183231		287869		392419		496849	
46	80283		184975		289612		394161		498588	
47	82028		186720		291355		395602		500327	
48	83774		188464		293009		397644		501067	
49	85519		190209		294842		399385		503806	
50	87264		191953		296585		401127		505545	
51	89009		193697		298328		401868		507284	
52	90754		195442		300071		404610		509023	
53	91500		197186		301815		406351		510761	
54	94245		198931		303558		408093		512501	
55	95990		200675		305301		409834		514140	
56	97735		202419		307044		411575		515979	
57	99480		204164		308787		413316		517718	
58	101225		205908		310530		415058		519454	
59	102970		207653		312273	29 1	416799		221195	
60	104715		209397		314016	29 0	418540		522934	

G. / m.	5 Sinus	portio unius 2 10	6 Sinus	portio unius 2 10	7 Sinus	portio unius 1 10	8 Sinus	portio unius 2 10	9 Sinus	portio unius 2 10
0	522934	19 0	627171	28 9	731215	28 9	855040	28 8	938607	28 7
1	524674		628907		732947		836768		940331	
2	526411		630642		734679		838496		942954	
3	528150		632378		736412		840225		943778	
4	529888		634113		738144		841953		945501	
5	531627		635849		739876		843681		947225	
6	533365		637584		741608		845409		948948	
7	535104		639320		743340		847137		950671	
8	536842		641055		745071		848864		952395	
9	538581		642791		746803		850592		954118	
10	540319		644526		748535		852328		955841	
11	541057		646261		750267		854047		957564	
12	543795		647996		751998		855775		959287	
13	545534		649731		753730		857501		961009	
14	547272		651466		755461		859230		962732	
15	549010		653201		757193		860957		964455	
16	550748		654936		758923		861684		966177	
17	552486		656671		760655		864411		967900	
18	554224		658405		762387		866139		969622	
19	555962		660140		764118		867886		971345	
20	557700		661875		765849		869593		973067	
21	559438		663609		767580		871320		974789	
22	561175		665344		769311		873047		976511	
23	561973		667078		771042		874773		978223	
24	564650		668813		772773		876500		979955	
25	566388		670547		774504	28 8	878227		981677	
26	568125		672281		776235		879953		983399	
27	569863		674015		777965		881679		985120	
28	571600		675750		779696		883406		986842	
29	573338		677484		781426		885132		998563	
30	575075		679218		783157		886858		990285	
31	576812		680952		784887		888584		992006	
32	578549		682686		786617		890310		993727	
33	580287		684410		788348		892036		995449	
34	581024		686154		790078		893762		997170	
35	583761		687888		791808		895488		998891	
36	585498		689622		793538		897214		100612	
37	587235		691355		795168		898939		1002333	
38	588972		693009		796998		900665		1004055	
39	590709		694822		798728		902390		1005774	
40	591446	28 9	696556		800458		904116		1007495	
41	594183		698289		802188		905841		1009215	
42	595919		700023		803917		907566		1000936	
43	597656		701756		805647		909291		1012656	
44	599392		703489		807376		911016		1014377	
45	601129		705213		809106		912741	28 7	1016097	
46	602865		706956		810835		914466		1017817	
47	604602		708689		812564		916191		1019537	
48	606338		710423		814294		917915		1021257	
49	608075		712175		816023		919640		1022977	
50	609811		713887		817752		921365		1014697	
51	611547		715620		819481		923089		1026416	
52	613283		717353		811219		924814		1028136	
53	615020		719085		822939		926538		1029815	
54	616756		720810		824668		928263		1031575	
55	618942		722553		826397		929987		1033294	
56	620228		724885		818126		931711		1035013	
57	621964		726018		829854		933435		1036732	
58	623699		727750		831583		935159		1038451	
59	625435		729483		833311		936883		1040170	
60	627171		731215		835040		938607		1041899	

G.	10		11		12		13		14	
m	Sinus	portio unius 1 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10
0	1041889	28 6	1144854	28 6	1247470	28 5	1349707	28 3	1451531	28 2
1	1043606		1146567		1249177		1351407		1443124	
2	1045326		1148280		1250884		1353108		1454917	
3	1047045		1149993		1252590		1354808		1456611	
4	1048763		1151706		1254295		1356509		1458304	
5	1050482		1153419	28 5	1256004	28 4	1358209		1459997	
6	1052200		1155132		1257710		1359909		1461690	
7	1053918		1156844		1259417		1361608		1443382	
8	1055637		1158557		1261123		1363308		1465075	
9	1057355		1160269		1262830		1365007		1466767	
10	1059073		1161982		1264536		1366707		1468460	
11	1060791		1163694		126142		1368406		1470152	
12	1062508		1165406		1267948		1370105		1471844	
13	1064226		1167118		1209655		1371805		1473536	
14	1065943		1168830		1271359		1373504		1475228	
15	1067661		1170542		1273065		1375203		1476920	
16	1069378		1171254		1274770		1376902		1478611	
17	1071095		1173965		1276476		1378600		1480303	
18	1072813		1175677		127818		1380299		1481994	
19	1074530		1177388		1179887		1381997		1483686	
20	1076247		1179100		1281591		1383696		1485377	
21	1077964		1180811		1283297		1385394		1487068	
22	1079681		1182522		1285002		1387092		1488759	
23	1081397		1184233		1286706		1388790		1490449	
24	1083114		1185944		1288411		1390488		1492140	
25	1084831		1187655		1290116		1392186		149383	
26	1086547		1189366		1291820		1393883		149552	
27	1088264		1191076		1293524		1395580		1497211	
28	1089980		1192787		1295229		1397278		1498901	
29	1091697		1194497		1296933		1398975		1500591	
30	1093413		1196208		1208637		1400672		1501281	
31	1095129		1197918		1300341		1402569		1503970	
32	1096845		1199618		1302045		1404061		1505660	
33	1098560		1201338		1303748		1405762		1507349	
34	1100276		1203048		1305452		1407459		1509035	
35	1101992		1204758		1307156		1409156		1510728	
36	1103707		1206468		1308859		1410852		1512417	
37	1105423		1208177		1310562		1412548		1514106	
38	1107139		1209887		1312166		1414245		1515794	
39	1108154		1211596		1313969		1415941		1517483	
40	1110569		1213306		1315672		1417657		1519172	28 1
41	1112284		1215015		1317375		1419353		1520860	
42	1113990		1216724		1319077		1421028		1522548	
43	1115714		1218433		1320780		1422724		1524236	
44	1117429		1220142		1322482		1424419		1525924	
45	1119144		1221851		1324185		1426115		1527612	
46	1120858		1223559		1325887		1427810		1529198	
47	1122573		1225268		1327589		1429505		1530987	
48	1124287		1226976		1329291		1431200		1532674	
49	1126002		1228685		1320993		1432895	28 2	1534362	
50	1127716		1230393		1332695		1434590		1536049	
51	1129430		1232101		1334396		1436284		1537736	
52	1131144		1233809		1336098		1437879		1539423	
53	1132858		1235517		1337799		1439673		1541109	
54	1134572		1237225		1339501		1431368		1542796	
55	1136286		1238933		1341202		1443062		1544483	
56	1138000		1240640		1342903		1444756		1546 69	
57	1139713		1242348		1344604		1449449		1547855	
58	1141427		1243055		1346305		1448143		1549542	
59	1143140		1245763		1348006		1449837		1551228	
60	1144854		1247470		1349707		1451531		1552914	

G.	15		16		17		18		19	
Min.	Sinus	portio uoius 1 10	Sinus	portio unius 1 20	Sinus	portio unius 1 10	Sinus	portio unius 1 10	Sinus	portio unius 2 10
0	1552914	28 1	1653825	28 0	1754229	27 8	1854102	27 7	1953409	27 5
1	1554600		1655502		1755898		1855762		1955059	
2	2556285		1657180		1757567		2857421		1956709	
3	1557970		1658857		1759235		1859081		1958359	
4	1559656		2660335		1760904		1860740		1960009	
5	1561341		1662212	27 9	1763573		1862400		1961659	
6	1563027		1663889		1764241		1864059		1963308	
7	1564712		1665595		1765909		1865718		1964957	
8	1566396		1667242		1767577		1867376		1966606	
9	1568081		1668918		1769245		1869035		1968255	
10	1569766		1670565		1770913		1870694	27 6	1969904	
11	1571450		1672271		1772580		1872352		1971552	
12	1573134		1673947		1744247		1874010		1973200	
13	1574819		1675623		1775915		1875667		1974848	
14	1576503		1677299		1777582		1877315		1976496	
15	1578187		1678975		1779249		1878983		1978144	
16	1579871		1680650		1780915		1880640		1979791	
17	2581554		1682325		1782582		1882297		1981438	
18	1583238		1684001		1784248		1883954		2983086	
19	1584921		1685676		1785915		1885621		1984733	
20	1586605		2687351		1787581		1887263		1986380	27 4
21	1588288		1619025		1789247		1888924		1988026	
22	1589971	28 0	1690700		1790913		1890581		1989673	
23	1591653		1692374		1792578		1891237		1991319	
24	1593336		1694049		1794244		1893894		1992966	
25	1595019		1695723		1795910		1895550		1994612	
26	1596701		1697397		1797575		1897206		1996258	
27	1598383		1699071		2799140		1898861		1997904	
28	1600066		1700744		1800905		1900518		1999549	
29	1601748		1702418		1802570		1902172		2001193	
30	1603430		1704092		1804235	27 7	1903808		2002841	
31	1605112		2705765		1808599		1905483		2004486	
32	1606793		1707438		1807563		1907138		2006131	
33	1608475		1709111		1809222		1908792		2007775	
34	1610156		1710784		1810892		1910447		2009420	
35	1611838		1712457		1812556		1912102		2011065	
36	1613519		2714129		1814219		1913756		2012709	
37	1615200		1715802		1815883		1915410		2014353	
38	1616880		1717474		1817546		1917064		2015997	
39	1618581		1719147		1819210		1918217		2017641	
40	1620242		1720819		1820873		1920372		2019285	
41	1621922		1722491		1822536		1922025		2020928	
42	1623601		1724162		1824198		1913678		2022571	
43	1625283		1725834		1825861		1925331		2024214	
44	1626963		1727505		1827523		1926984		2025857	
45	1628643		1729177		1829186		1928637	27 5	2017500	
46	2630312		1730848		1830848		1930289		2029142	
47	1632002		2732519		1832510		1931941		2030784	
48	1633681		1738189		1834178		1933594		2032426	
49	2635361		1737860		1835833		1935146		2034068	
50	1637040		1737531	27 8	1837495		1936898		2035718	
51	1638719		1739201		1839156		1938549		2037351	
52	1640398		1740871		1840817		2940201		2038993	
53	1642076		1741542		1842478		1941852		2040634	
54	1643755		1744212		1844139		1943504		2042276	
55	1645434		1745882		1845800		1945156		2043917	
56	1647112		1747551		1847460		1946806		2045558	
57	1648790		1749221		1849121		1948457		2047198	
58	1650460		1750890		1850781		1950107		2048839	
59	1651447		1752560		1852442		1951758		2050479	
60	2653825		1754219		1854102		1953499		2052120	

G.	20		21		22		23		24	
m.	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10
0	2052120	27 3	2150208	27 2	2247640	27 0	2344387	26 8	2440420	26 6
1	2053760		2151837		2249258		2345994		2442014	
2	2055400		2153466		2259876		2347600		2443608	
3	2057039		2155095		2252494		2349106		2445202	
4	2058679		2156714		2254112		2350812		2446796	
5	2060319		2158353	27 1	2255729		2352418		2448390	
6	2061958		2159981		2257346		2354013		2449983	
7	2063597		2161609		2258963		2355628		2451576	
8	2065235		2163237		2260580		2357223		2453169	
9	2066874		2164865		2262197	26 9	2358838		2454762	26 5
10	2068513		2166493		2263813		2360443	26 7	2456354	
11	2070151		2168121		2265429		2361047		2457946	
12	2071789		2169748		2267045		2363651		2459538	
13	2073426		2161735		2268661		2365155		2461130	
14	2075064		2173002		2270277		2366859		2462722	
15	2076702		2174629		2271892		2368463		2464313	
16	2078339		2176256		2273507		2370066		2465904	
17	2079976		2177882		2275122		2371369		2467495	
18	2081613		2179588		2276737		2373272		2469086	
19	2083250		2181134		2278352		2374875		2470677	
20	2084887		2182760		2279966		2376478		2472267	
21	2080523		2184386		2281580		2378080		2473857	
22	2088159		2186011		2283194		2379681		1475447	
23	2089795		2187636		2284808		2381184		2477037	
24	2091431		2189261		2286412		2382886		2478627	
25	2093167		2190886		2288036		2384488		2480215	
26	2094703		2192511		2289649		2386090		2481805	
27	2096338		2194136		2291262		2387691		2483394	
28	2097973		2195760		2292875		2289291		2484983	
29	2099609		2197384		2294488		2390893		2486571	
30	2101244		2199008		2296101		2392494		2488159	
31	2102879		2200632		2297713		2394095		2489747	
32	2104514	27 2	2202256		2299329		2395695		2491335	
33	2106148		2203879		2300937		2397295		2492923	
34	2107781		2205502		2302549		2398895		2494510	
35	2109416		2207105		2304161		2400495		2496097	
36	2111050		2208748		2305772		2402094		2497684	
37	2112684		2210377	27 0	2307383		2403693		2499271	
38	2114317		2211993		2308994		2405292		2500858	26 4
39	2115950		2213615		2310609		2406891		2502444	
40	2117583		2215137		2312216	26 8	2408490	26 6	2504030	
41	2119216		2216859		2313826		2410088		2505616	
42	2120849		2218481		2315436		2411686		2507202	
43	2122482		2220109		2317046		2413224		2508788	
44	2124114		2221724		2218656		2414881		2510373	
45	2125746		2223345		2320266		2416480		2511958	
46	2127378		2224966		2321875		1418077		2513543	
47	2129010		2226587		2323484		2419674		2515128	
48	2130642		2228208		2325093		2421271		2516712	
49	2132273		2229828		2326702		2422868		2518296	
50	2133904		2231448		2328311		2424465		2519880	
51	2135535		2233068		2329919		2426061		2521464	
52	2137166		2234688		2331527		2427657		2523048	
53	2138797		2236308		2333135		2429253		2524631	
54	2140428		2237927		2334743		2430849		2526214	
55	2142058		2239546		2336351		2432445		2527797	
56	2143688		2241165		2337959		2434040		2519380	
57	2245318		2242784		2339566		2435635		2530963	
58	2146948		2244403		2341173		2437230		2532545	
59	2148578		2246022		2342780		2438825		2534127	
60	2150208		2247640		2343387		2440420		2535709	

G m.	25 Sinus	portio unius 10	26 Sinus	portio unius 20	27 Sinus	portio unius 10	28 Sinus	portio unius 10	29 Sinus	portio unius 10
0	2535709	16 4	2630227	26 1	2723943	25 9	2816830	25 7	2908858	25 4
1	2537291		2631796		2725498		2818372		2910384	
2	2538872		2633364		2727053		2819912		2911910	
3	2540453		2634932		2728607		2821453		2913436	
4	2542034		2636500		2730161		2822993		2914962	
5	2543615		2638068		2731715		2824533		2916487	
6	2545196	26 3	2639635		2733269		2826073		2918012	
7	2546776		2641202		2734823		2827612		2919537	
8	2548356		2642769		2736376		2829151		2921062	
9	2549936		2644336		2737929		2830690		2922586	
10	2551516		2645903		2739482		2832229	25 6	2924110	
11	2553096		2647469		2741035		2833767		2925634	
12	2554675		2649035		2742587		2835305		2927158	
13	2556254		2650601		2744139		2836843		2928681	
14	2557832		2652167		2745691		2838381		2930204	
15	2559412		2653732		2747243		2839919		2931727	
16	2560990		2655297		2748794		2841456		2933250	
17	2562568		2656862		2750345		2842993		2934772	
18	2564146		2658427		2751896		2844530		2936294	
19	2565724		2659992		2753447		2846067		2937816	
20	2567302		2661556		2754998	25 8	2847603		2939338	
21	2568879		2663120		2756548		2849139		2940859	
22	2570456		2664684		2758098		2850675		2942380	
23	2572033		2666248		2759648		2852211		2943901	
24	2573610		2667811		2761198		2853746		2945422	
25	2575187		2669374		2762747		2855281		2946943	25 3
26	2576763		2670937		2764296		2856816		2948463	
27	2578339		2672500		2765845		2858351		2949983	
28	2579915		2674063	26 0	2767394		2859885		2951503	
29	2581491		2675625		2768943		2861419		2953022	
30	2583067		2677187		2770491		2862953		2954541	
31	2584642		2678749		2772039		2864487		2956060	
32	2586217		2680311		2773587		2866020		2957579	
33	2587792		2681872		2775135		2867553		2959097	
34	2589367	26 2	2683433		2776682		2869086		2960615	
35	2590941		2684994		2778229		2870619	25 5	2962133	
36	2592515		2686555		2779776		2872151		2963651	
37	2594089		2688115		2781323		2873683		2965168	
38	2595663		2689675		2782869		2875215		2966685	
39	2597236		2691235		2784015		2876747		2968202	
40	2598809		2692795		2785961		2878279		2969719	
41	2600382		2694355		2787507		2879810		2971235	
42	2601955		2695914		2789052		2881341		2972751	
43	2603528		2697473		2790597		2882872		2974267	
44	2605100		2699032		2792142		2884403		2975783	
45	2606672		2700591		2793687	25 7	2885833		2977299	
46	2608244		2702149		2795231		2887463		2978814	
47	2609816		2703707		2796775		2888993		2980329	
48	2611387		2705265		2798319		2890523		2981844	25 2
49	2612958		2706823		2799863		2892052		2983358	
50	2614529		2708381		2801407		2803581		2984872	
51	2616100		2709938		2802950		2895110		2986386	
52	2617671		2711495		2804493		2896638		2987900	
53	2619241		2713052		2806036		2898166		2989413	
54	2620811		2714609	25 9	2807579		2899694		2990926	
55	2622381		2716165		2809121		2901222		2992439	
56	2623951		2717721		2810663		2902750		2993952	
57	2625520		2719277		2812205		2904277		2995464	
58	2627089		2720833		2813747		2905805		2996976	
59	2628658		2722388		2815289		2907331		2998488	
60	2630227		2723943		2816830		2908858		3000000	

G. m.	30 Sious	portio unius 2 10	31 Sinos	portio uoius 2 10	32 Sinos	portio uoius 2 10	33 Sious	portio ooius 2 10	34 Sinus	portio u-nius 2. 10
0	3000000	25 2	3090229	24 9	3179515	24 7	3267834	24 4	3355158	24 1
2	3001511		3091725		3180995		3269297		3356604	
2	3003022		3093221		3182475		3270760		3358050	
3	3004533		3094716		3183954		3272223		3359496	
4	3006044		3096211		3185433		3273686		3360942	
5	3007554		3097706		3186912		3275149		3362388	
6	3009064		3099200		3188391	24 6	3276611		3363833	
7	3010574		3100694		3189869		3278073		3365278	
8	3012084		3102188		3191347		3279535		3366725	
9	3013593		3103682		3192825		3280996		3366168	
10	3015102		3105176		3194303		3282457		3369612	
11	3016611		3106669		3195780		3283918		3361056	
22	3018120	25 1	3108162		3197257		3285379	24 3	3372500	
13	3019628		3109655		3198734		3286839		3373944	
14	3021136		3111148		3200211		3288299		3375387	
15	3022644		3112640		3201687		3289759		3376830	24 0
26	3024151		3114132		3203163		3291218		3378272	
27	3025658		3115624		3204639		3292677		3379714	
18	3027165		3117115		3106114		3294136		3381156	
19	3028672		3118606		3207589		3295595		3382598	
20	3030179		3120097	24 8	3209064		3297053		3384040	
21	3031685		3121587		3210538		3298511		3385481	
22	3033191		3123077		3212012		3299969		3386922	
23	3034697		3124567		3213486		3301426		3388362	
24	3036203		3126057		3214960		3302883		3389802	
25	3037708		3127547		3216434		3304340		3391242	
26	3039213		3129036		3217907		3305797		3392681	
27	3040718		3230525		3219380		3307253		3394120	
28	3042222		3132014		3220853		3308709		3395559	
29	3043726		3133503		3222326	24 5	3310165		3396998	
30	3045230		3134991		3223798		3311621		3398437	
31	3046734		3136479		3225270		3313076		3599825	
32	3048237		3137967		3226742		3314531		3401313	
33	3049740		3139454		3228213		3315986		3402751	
34	3051243		3140941		3229684		3317441	24 2	3404189	
35	3052746	25 0	3142418		3231155		3318895		3405626	
36	3054248		3143915		3232625		3320349		3407063	23 9
37	3055750		3145401		3234095		3321803		3408499	
38	3057252		3146887		3235565		3323256		3409935	
39	3058754		3148373		3237035		3324709		3411371	
40	3060256		3149859		3238505		3326162		3412807	
41	3061757		3151344		3239974		3327614		3414242	
42	3063258		3152829		3241443		3329066		3415677	
43	3064759		3154314	24 7	3242911		3330518		3417112	
44	3066259		3155799		3244329		3331970		3418546	
45	3067759		3157283		3245847		3333421		3419980	
46	3069259		3158767		3247315		3334872		3421414	
47	3070759		3160251		3248782		3336323		3422847	
48	3072258		3161734		3250249		3337774		3424280	
49	3073757		3163217		3251716		3339224		3425713	
50	3078256		3164700		3253183	24 4	3340674		3427146	
51	3076754		3166183		3254649		3342124		3428578	
52	3078252		3167665		3256115		3343573		3430010	
53	3079750		3169147		3257581		3345022		3431442	
54	3081248		3170629		3259047		3346471		3432874	
55	3082746		3172111		3260512		3347920	24 2	3434305	
56	3084243		3173592		3261977		3349368		3435736	
57	3085740		3175073		3263442		3350816		3437167	
58	3087237		3176554		3264906		3352264		3438598	
59	3088733		3178035		3266370		3353711		3440028	
60	3090229		3179515		3267834		3355158		3441458	

G. m.	35 Sinus	portio uoius 2 10	36 Sinus	portio unius 2 10	37 Sinus	portio unius 2 10	38 Sinus	portio unius 2 10	39 Sinus	portio uoius 2 10
0	3441458	23 1	3526712	13 5	3610890	13 2	3693969	22 9	3775922	22 6
1	3442887		3528124		3612283		3695344		3777278	
2	3444316		3529535		3613676		3696719		3778634	
3	3445745		3530946		3615069		3698094		3779990	
4	3447174		3532357		3616462		3699468		3781345	
5	3448603		3533768		3617855		3700842		3782700	
6	3450031		3535178		3619247		3702215		3784054	
7	3451459		3536588		3620639		3703588		3785408	
8	3452887		3537998		3622031		3704961		3786762	
9	3454314		3539408		3623422		3706334		3788116	
10	3455741		3540817		3624813		3707707		3789470	
11	3457167		3542226		3626204		3709079		3790823	
11	3458593		3543635		3627594		3710451		3792176	22 5
13	3460019		3545043		3628984		3711822		3793528	
14	3461445		3546451		3630374		3713193		3794880	
15	3562871		3547859		3631764		3714564	22 8	3796232	
16	3464296		3549266		3633153		3715934		3797583	
17	3465721		3550673		3634542		3717304		3798934	
18	3467146	13 7	3552080		3635931		3718674		3800285	
19	3468570		3553487	13 4	3637319		3720044		3801636	
20	3469994		3554893		3638707	23 1	3721413		3802986	
21	3471418		3556299		3640094		3722782		3804336	
22	3472841		3557704		3641481		3724150		3805685	
23	3474264		3559109		3642868		3725518		3807034	
24	3475687		3560514		3644255		3726886		3808383	
25	3477110		3561919		3645642		3728254		3809732	
26	3478532		3563323		3647028		3729621		3811080	
27	3479954		3564727		3648414		3730988		3812428	
28	3481376		3566131		3649790		3732355		3813775	
29	3482797		3567535		3651184		3733722		3815122	
30	3484218		3568938		3652569		3735088		3816469	22 4
31	3485638		3570341		3653953		3736454		3817815	
32	3487058		3571743		3655337		3737819		3819161	
33	3488478		3573145		3656721		3739184		3820507	
34	3489898		3574547		3658105		3740549		3821853	
35	3491318		3575949		3659489		3741914	22 7	3823198	
36	3492737		3577350		3660872		3743278		3824543	
37	3494156		3578751		3662255		3744642		3825888	
38	3495575	23 6	3580152	23 3	3663637		3746006		3827232	
39	3496993		3581552		3665019	23 0	3747369		3828576	
40	3498411		3582952		3666401		3748732		3829920	
41	3499829		3584352		3667782		3750094		3831263	
42	3501247		3585751		3669163		3751456		3832606	
43	3502664		3587150		3670544		3752818		3833949	
44	3504081		3588549		3671924		3754180		3835292	
45	3505498		3589948		3673304		3755541		3836634	
46	3506914		3591346		3674684		3756902		3837976	
47	3508330		3592744		3676063		3758262		3839317	
48	3509746		3594142		3677442		3759622		3840658	
49	3511162		3595539		3678821		3760982		3841999	
50	3512577		3596936		3680200		3762342		3843340	22 3
51	3513992		3598333		3681578		3763701		3844680	
52	3515406		3599729		3682916		3765060		3846020	
53	3516820		3601125		3684334		3766419		3847359	
54	3518234		3602521		3685711		3767778	22 6	3848698	
55	3519648		3603917		3687088		3769136		3850037	
56	3521061		3605312		3688465		3770494		3851375	
57	3521474		3606707		3689841		3771851		3852713	
58	3523887		3608102	23 2	3691217	22 9	3773208		3854052	
59	3525300		3609496		3692593		3774565		3855389	
60	3526712		3610890		3693969		3775922		3856726	

G.	40		41		42		43		44	
m.	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2 10	Sinus	portio unius 2. 10
0	3856796	22 3	3936354	22 0	4014784	21 6	4091990	21 3	4167950	20 9
1	3858063		3937671		4016081		4093266		4169203	
2	3859399		3938988	21 9	4017377		4094542		4170460	
3	3860735		3940304		4018673		4095818		4171719	
4	3862071		3941620		4919969		4097043		4172969	
5	3863407		3942936		4021265		4098368	21 2	4174223	
6	3864742		3944555		4022560		4099642		4175476	
7	3866077		3945566		4023855		4190916		4176729	
8	3867412	22 2	3946881		4025149		4102190		4177982	
9	3868746		3948199		4026443		4103464		4179235	
10	3870080		3949509		4027737		4104737		4180487	
11	3871413		3950823		4029030		4106010		4181738	
12	3872746		3953136		4030323		4107282		4182289	
13	3874079		3952449		4031616		4108554		4184240	
14	3875412		3954762		4032909	21 5	4109826		4185491	
15	3876744		3956075		4034201		4111098		4186742	20 8
16	3878076		3957387		4035492		4112369		4187902	
17	3879407		3958699		4036783		4113640		4189241	
18	3880738		3960010		4038074		4114910		4190490	
19	3882069		3961322		4039365		4116180		4191739	
20	3883400		3962632	21 8	4040656		4117450		4192988	
21	3884730		3963942		4041946		4118719		4194236	
22	3886060		3965252		4043236		4119988		4192484	
23	3887390		3966562		4044525		4121257	21 1	4196732	
24	3888719		3967871		4045818		4122525		4197979	
25	3890048		3969189		4047103		4123793		4199226	
26	3891377	22 1	3870489		4048391		4125060		4200472	
27	3892705		3971797		4049679		4126327		4201718	
28	3894033		3973109		4050967		4127594		4202964	
29	3895361		3974413		4052254		4128861		4204210	
30	3896688		3975721		4053541		4130127		4202459	20 7
31	3898015		3977028		4054828	21 4	4131393		4206699	
31	3899342		3978335		4056114		4132634		4207943	
33	3900668		3979641		4057400		4133923		4209187	
34	3901994		3980947		4058686		4135188		4210431	
35	3903320		3882253		4059971		4136453		4211675	
36	3904645		3983558		4061256		4137717		4212918	
37	3905970		3984863		4062540		4138981		4214160	
38	3907295		3986168	21 7	4063824		4140244		4215402	
39	3908619		3987472		4065108		4141507		4216644	
40	3909943		3888776		4066392		4142770	21 0	4217886	
41	3911266		3990080		4067675		4144032		4219127	
42	3912589		3991383		4068958		4145294		4220368	
43	3913912		3992686		4070240		4146556		4221628	
44	3915235		3993989		4071522		4147817		4222848	
45	3916558	[illegible] 0	3995291		4072804		4144978		4224088	
46	39178[illegible]		3996593		4074086		4150338		4225327	
47	39192[illegible]		3997894		4075367		4151598		4226566	
48	38205[illegible]		3999195		4076648	21 3	4152858		4227805	20 6
49	3921844		4000496		4077928		4154118		4229043	
50	3923165		4001797		4079208		4155377		4230281	
51	3924485		4003097		4080487		4156636		4231518	
52	3925805		4004397		4081766		4157894		4232755	
53	3927125		4005697		4083045		4159152		4233992	
54	3928445		4006996		4084324		4350410		4235229	
55	3929764		4008295		4085603		4161668		4236465	
56	3931083		4009594	21 6	4086881		4162926		4237701	
57	3932401		4010392		4088159		4164182	20 9	4238936	
58	3933719		4012190		4089436		4165438		4240171	
59	3935037		4013488		4090713		4166694		4241406	
60	3936354		4014784		4091990		4167950		4242641	

G. m.	25 Sinus	portio unius 10	26 Sinus	portio unius 10	27 Sinus	portio unius 10	28 Sinus	portio unius 10	29 Sinus	Portio unius 20
0	4242642	20 6	4316039	20 2	4388122	19 8	4458869	19 5	4528258	19 1
1	4243875		4317251		4389312		4460036		4529403	
2	4245109		4318463		4390502		4461203		4530347	
3	4246342		4319674		4391691		4462370		4531691	
4	4247573		4320885		4392880		4463537	19 4	4532535	
5	4248808	20 5	4322096		4394069		4464703		4533978	
6	4250040		4323306		4395237		4465869		4535121	19 0
7	4251272		4324516		4396443		4467034		4536263	
8	4252503		4325716		4397633		4468199		4537403	
9	4253736		4326933		4398820		4469364		4538547	
10	4254963		4328144		4400007		4470528		4539689	
11	4256195		4329353	20 1	4401193		4471692		4540830	
12	4257425		4330361		4402379		4472855		4541970	
13	4258635		4331769		4403565		4474018		4543110	
14	4259854		4332977		4404750		4475181		4544230	
15	4261113		4334184		4405933		4476344		4545290	
16	4262341		4335391		4407120	19 7	4477506		4546529	
17	4263369		4336397		4408304		4478667		4547667	
18	4264797		4337803		4409458		4479818		4548505	
19	4266025		4339009		4410672		4480989		4549943	
20	4267232		4340214		4411854		4482150	19 3	4551081	
21	4268479	20 4	4341419		4413036		4483310		4552218	
22	4269705		4342625		4414218		4484470		4553353	18 9
23	4270931		4343827		4415400		4483629		4554491	
24	4272157		4345031		44165 1		4486788		4555627	
25	4273352		4346233		4417764		4487947		4556763	
26	4274607		4347438	20 0	4418944		4489105		4557898	
27	4275831		4348640		4420124		4490263		4559033	
28	4277053		4349842		4421304		4491420		4560168	
29	4278279		4351044		4422484		4402777		4561302	
30	4279303		4352246		4423664		4493534		4562436	
31	4280726		4353447		4424845	19 6	4494890		4563369	
32	4281949		4354648		4426031		4496046		4564702	
33	4283171		4355848		4427199		4497202		4565835	
34	4284393		4357048		4428377		4498337		4566965	
35	4285615		4358248		4428533		4499512	19 2	4568099	
36	4286836		4359447		4430732		4500666		4569230	
37	4288057		4360646		4431909		4501820		4570361	
38	4289275	20 3	4361845		4433085		4502974		4571492	18 8
39	4290498		4363043		4434261		4504127		4572622	
40	4291718		4364241		4435437		4505280		4573752	
41	4292937		4365439		4436612		4506432		4574881	
42	4294154		4366636		4437787		4507584		4576010	
43	4295375		4367833		4438961		4508736		4577139	
44	4296394		4369030	19 9	4440135		4509888		4578267	
45	4297812		4370226		4441309		4511939		4579395	
46	4299030		4371422		4442482		4512189		4580322	
47	4300247		4372617		4443655		4513339		4581649	
48	4301464		4373812		4444918	19 5	4514489		4582776	
49	4302681		4375007		4446000		4515639		4583903	
50	4303897		4376101		4447172		4516738		4585029	
51	4305113		4377393		4448343		4517937	19 1	4586135	
52	4306328		4378558		4449514		4519085		4587280	
53	4307343		4379781		4450683		4520233		4588405	18 7
54	4308758		4380974		4451855		4521381		4589529	
55	4309973	20 2	4382166		4453025		4522528		4590653	
56	4311287		4383358		4454194		4523675		4591776	
57	4312400		4384549		4455363		4524821		4592899	
58	4313613		4385740		4456532		4525967		4594022	
59	4314826		4386931		4457701		4527113		4595145	
60	4316039		4388122		4457869		4528255		4596267	

G. m.	50 Sinus	portio uniꝰ 2 10	51 Sinus	portio uniꝰ 2 10	52 Sinus	portio uniꝰ 2 10	53 Sinus	portio uniꝰ 2 10	54 Sinus	portio uniꝰ 2 10
0	4596267	28 7	4661876	18 3	4728064	17 9	4791813	17 5	4854102	17 2
1	4597389		4663974		4729138		4792863		4855123	
2	4598510		4665072		4730212		4793913		4856153	
3	4599631		4666169		4731286		4794962		4857178	
4	4600751		4667266		4732350		4796011		4858202	
5	4601871		4668363		4733432		4797060		4859226	
6	4602991		4669459		4734504		4798180		4860250	
7	4604110		4670555		4735576		4799156		4861273	
8	4605229		4671650		4736643		4800203		4862296	17 0
9	4606348	18 6	4672745		4737719		4801250		4863318	
10	4607460		4673840	18 2	4738790	17 8	4802297	27 4	4864340	
11	4608584		4674934		4739860		4803343		4865362	
12	4609701		4676028		4740930		4804189		4866383	
13	4610818		4677122		4741999		4805434		4867404	
14	4611935		4678215		4743068		4806479		4868424	
15	4613031		4679308		4744137		4807523		4869444	
16	4614167		4670500		4746105		4808567		4870463	
17	4615182		4681492		4746273		4809611		4871481	
18	4616397		4682584		4747341		4810654		4872501	
19	4617512		4683675		4748408		4811697		4873519	
20	4618626		4684766		4749475		4812739		4874537	
21	4619740		4685856		4750541		4813781		4875554	
22	4620853		4686946		4751607		4814823		4876571	
23	4621966		4638035		4752623		4815864		4877588	16 9
24	4623079	18 5	4639124		4753738		4816905	17 3	4878604	
25	4624191		4690213	18 1	4754803	27 7	4817945		4879620	
26	4625303		4691301		4755867		4818985		4880635	
27	4626414		4692389		4756931		4820023		4881650	
28	4627525		4693476		4757994		4821064		4882605	
29	4628636		4694563		4759037		4822103		4883679	
30	4629747		4695650		4760120		4823141		4884693	
31	4630857		4696736		4761182		4824179		4885706	
32	4631966		4697822		4762244		4825217		4886719	
33	4633075		4698908		4763306		4826254		4887731	
34	4634184		4699993		4764367		4827291		4888743	
35	4633293		4701078		4765428		4828327		4889755	
36	4636401		4702162		4766488		4829363		4890766	
37	4637509		4703246		4767548		4830398		4891777	16 8
38	4638616		4704329		4768607		4831433		4892787	
39	4639723	18 4	4705412		4769666		4832468	17 2	4893797	
40	4640829		4706495	18 0	4770725	17 6	4833502		4894807	
41	4641935		4707577		4771783		4834536		4895816	
42	4643040		4708659		4772841		4835569		4896825	
43	4644145		4709740		4773898		4836602		4897833	
44	4645250		4710821		4774955		4837635		4898841	
43	4646355		4711902		4776012		4838667		4899849	
46	4647459		4712982		4777068		4839699		4900856	
47	4648563		4714062		4778124		4840730		4901863	
48	4649666		4715141		4779129		4841761		4902869	
49	4650769		4716220		4780234		4842792		4903875	
30	4651872		4717299		4781289		4843822		4904880	
51	4652974		4718377		4782343		4844852		4905885	
32	4654076		4719455		4783397		4845881		4906890	16 7
53	4655177		4720532		4784450		4846910		4907894	
34	4656278		4721609		4785503		4847939	27 1	4908898	
55	4657379	18 3	4722686	17 9	4786556	17 5	4848967		4909901	
56	4658479		4723762		4787608		4849995		4010004	
57	4659579		4724838		4788660		4851022		4911907	
58	4660678		4725914		4789711		4852049		4912909	
59	4661777		4726989		4790762		4853076		4913911	
60	4662876		4728064		4791813		4854102		4914912	

G. m	55 Sinus	portio uni⁹ 2 10	56 Sinus	portio uni⁹ 2 10	57 Sinus	portio uni⁹ 2 10	58 Sinus	portio uni⁹ 2 10	59 Sinus	portio unius 10
0	4014912	16 7	4974226	16 3	5032025	15 8	5088289	15 4	5143003	15 0
1	4915913		4975201		5032973		5089214		5143902	
2	4916913		4976177		5033925		5090138		5144800	
3	4917913		4977152	16 2	5034872		5091062		5145698	
4	4918913		4978126		5035821		5091985		5146595	
5	4919912		4979100		5036770		5092908		5147492	14 9
6	4920911	16 6	4980074		5037718		5093830		5148388	
7	4921909		4981047		5038666		5094752		5149284	
8	4922907		4982020		5039613		5095674		5150180	
9	4923905		4982992		5040560		5096595		5151075	
10	4924902		4983964		5041507		5097516	15 3	5151970	
11	4925899		4984956		5042455		5098436		5152864	
12	4926895		4985907		5043399		5099356		5153758	
13	4927891		4986878		5044344		5100276		5154652	
14	4928886		4987848		5045289		5101195		5155545	
15	4929881		4988818		5046234	15 7	5102114		5156438	
16	4930876		4989787		5047278		5103032		5157330	
17	4931870		4990756		5048122		5103950		5158222	
18	4932864		4991725	16 1	5049065		5104867		5159113	
19	4933857		4992693		5050008		5105784		5160004	
20	4934850		4993661		5050950		5106701		5160895	14 8
21	4935843	16 5	4994628		5051895		5107617		5161785	
22	4936835		4995595		5052833		5108533		5162675	
23	4937827		4996361		5053774		5109448		5163564	
24	4938818		4997527		5054715		5110365	15 2	5164453	
25	4939809		4998493		5055655		5111277		5165341	
26	4940800		4999458		5056595		5112191		5166229	
27	4941790		5000423		5057534		5113104		5167116	
28	4942779		5001387		5058473	15 6	5114017		5168023	
29	4943768		5002351		5059411		5114929		5168839	
30	4944757		5003315		5060349		5115841		5169775	
31	4945745		5004278		5061286		5116753		5170660	
32	4946733		5005241	16 0	5062223		5117664		5171545	
33	4947721		5006203		5063160		5118575		5172430	14 7
34	4948708		5007165		5064096		5119485		5173314	
35	4949695	16 4	5008126		5065032		5120395		5174198	
36	4950681		5009087		5065967		5121504		5175081	
37	4951667		5010008		5066902		5122213		5175964	
38	4952652		5011048		5067837		5123122	15 1	5176847	
39	4953637		5011968		5068771		5124030		5177729	
40	4954622		5012927		5069705		5124938		5178611	
41	4955606		5013886		5070638		5225845		5179492	
42	4956590		5014844		5071571	15 5	5126752		5180373	
43	4957573		5015802		5072503		5127659		5181253	
44	4958556		5016760		5073435		5128565		5182133	
45	4959539		5017717		5074367		5129471		5185013	
46	4960521		5018674	15 9	5075298		5130376		5183892	
47	4961503		5019630		5076229		5131281		5184771	14 6
48	4962484		5020586		5077150		5132185		5185649	
49	4963465	16 3	5021541		5078089		5133089		5186527	
50	4964445		5022496		5079018		5133992		5187404	
51	4965425		5023451		5079947		5134895		5188281	
52	4966405		5024405		5080876		5135798	15 0	5189157	
53	4967384		5025359		5081804		5136700		5190033	
54	4968363		5026312		5082722		5137602		5190909	
55	4969541		5027265		5083659		5138503		5191784	
56	4970319		5028217		5084586	15 4	5139404		5192658	
57	4971296		5029169		5085512		5140304		5193532	
58	4972273		5030121		5086438		5141204		5194406	
59	4973250		5031072		5087364		5142104		5195279	
60	4974226		5032023		5088289		5143003		5196152	

G. m.	60 Sinus	portio uniꝰ 2 10	61 Sinus	portio uniꝰ 2 10	62 Sinus	portio uniꝰ 2 10	63 Sinus	portio uniꝰ 2 10	64 Sinus	portio uniꝰ 2 10
0	5196152	14 5	5247718	14 1	3297686	13 7	5346039	13 2	5393765	12 8
2	5197024		5248564		5298505		5346831		5393330	12 7
2	5197896		5249409		5299324		5347623		5394294	
3	5198768		5250254		5300142	13 6	5348414		5395058	
4	5199639		5251099		5300960		5349205		5395822	
5	5200510		5251943		5301777		5349995		5396585	
6	5201380		5252787		5302594		5350783		5397347	
7	5202350		5253630		5303410		5351574		5398109	
8	5203129		5254473		5303226		5552563		5398871	
9	5203988		5255315	14 0	5305042		5353152	13 1	5399632	
10	5204857		5256157		5305857		5353940		5400393	
12	5205725		5256998		3306672		5354727		5401153	
12	5206393		5237839		5307486		5355514		5401913	
13	5207460		5258680		5308300		5356301		5402672	
14	5208327	14 4	5259520		5300113		5357087		5405431	
15	5209193		5260360		5319926	13 5	3357873		5404190	12 6
16	5210059		5261199		5310738		5358658		5404948	
17	5210924		5262038		5311550		5339445		5405706	
18	3211789		5262876		5312362		3360227		5406463	
19	5212654		5263714		5313173		5361011		5407220	
20	5215518		5264551		5313984		5361795		5407976	
21	5214382		5265388		5314794		5362578		5408732	
22	5215245		5166125		3315604		5363361	30 0	5409487	
13	5216108		5267061	13 9	5315413		5364143		5410242	
24	5216970		5267897		5317221		5364925		5410996	
25	5217832		3268732		5318030		5363706		5411730	
26	5218693		5269565		5518858		5366487		5412503	
27	5219554	14 3	5270401		5319645		5367267		5415256	12 5
28	3220414		5271235		5320452		5368047		5414008	
29	5221274		5272069		5321259	13 4	5368826		5414760	
50	5222134		5171903		5312005		3369605		5415511	
31	5222993		5175736		5322871		5370383		5416265	
32	5223852		5274568		5323676		5371161		5417014	
33	5224710		5275400		5324481		5371939		5417764	
34	5215568		5276231		5525285		5372716		5418514	
35	5226415		5277062		5326089		5373493	12 9	5419263	
36	5227282		5277892	13 8	5326891		5374269		5420012	
37	5228139		5278722		5327695		5375045		5410760	
38	5228995		5179551		5528497		5375810		5411508	
39	5229851		5280380		5329300		5376593		5412156	
40	5230706		5281209		5530102		5377370		5413003	12 4
41	5231361	14 2	5282037		5330903		5378144		5423749	
42	5232415		5282865		5331704	15 3	5378918		5414495	
43	5235260		5283691		5332304		3379691		3425241	
44	5234125		5284519		5333304		5380464		5423986	
43	5234976		5285543		5354103		5381236		5426731	
46	5235829		5286171		5554902		5381008		5427475	
47	5236681		5286996		5335700		5381779		5428219	
48	5237533		5287811		5336498		5383550	12 8	3428962	
49	5238384		5183046	15 7	5537196		5384320		5429705	
50	5239235		5289470		5358093		5385090		5430448	
51	5240085		5190294		5338890		5385859		5431190	
52	5240935		5191117		5339686		5386688		5431931	
53	5241784		5291940		5340482		5387397		5431672	
54	5242633		5291762		5341277		5388165		5433413	12 3
55	5243482	14 1	5293584		5542072	13 2	5388933		5434155	
56	5244350		5294405		5341866		5389700		5434893	
37	5245178		5295226		5343660		5390467		5433631	
58	5146025		5296046		5344455		5391133		5436371	
59	5246872		5296866		5345246		5391999		5437109	
60	5247718		5297686		5346059		5392765		5437847	

G. m.	65 Sinus	portio unius 20	66 Sinus	portio unius 20	67 Sinus	portio unius 10	68 Sinus	portio unius 10	69 Sinus	portio unius 10
0	5417847	12 3	5481273	11 8	5523029	12 4	5563103	10 9	5601483	10 4
1	5418584		5481982		5523712		5565756		5602108	
2	5419321		5482691		5524592		5564409		5602733	
3	5440057		5483400		5525073	11 5	5565062		5603357	
4	5440793		5484108		5525753		5565714		5603981	
5	5441529		5484816		5526433		5566366		5604605	
6	5442264		5485523		5527112		5567017		5605228	
7	5442939	12 2	5486230		5527791		5567668	10 8	5605851	
8	5443733		5486936		5528469		5568318		5606475	
9	5444467		5487642		5529147		5568968		5607094	
10	5445200		5488348		5529825		5569617		5607715	10 3
11	5445933		5489052		5530502		5570266		5608335	
12	5446665		5489758	12 7	5531179		5570914		5608955	
13	5447397		5490462		5531855		5571562		5609574	
14	5448228		5491166		5532552		5572210		5610195	
15	5448859		5491869		5533206		5572857		5610812	
16	5449589		5492572		5533881	11 2	5573503		5611430	
17	5450319		5493274		5534555		5574149		5612048	
18	5451049		5493976		5535229		5574795		5612665	
19	5451778		5494577		5535902		5575440		5613281	
20	5453507	12 1	5495378		5536575		5576035	10 7	5623898	
21	5455235		5496078		5537247		5576729		5614514	
22	5453963		5496778		5537919		5577373		5615129	
23	5454690		5497477		5538590		5578016		5615744	20 2
24	5455417		5498177		5539261		5578659		5616358	
25	5456143		5498375	11 6	5539932		5579301		5616972	
26	5456869		5499573		5540602		5579943		5617585	
27	5457594		5500270		5541271		5580584		5618198	
28	5458319		5500967		5541949		5581225		5618810	
29	5459044		5501664		5542609	11 1	5581865		5619422	
30	5459768		5501360		5543277		5582505		5620034	
31	5450491		5503056		5543945		5583144		5620645	
32	5461214		5503751		5544612		5583785	10 6	5621256	
33	5461937	12 0	5504447		5545279		5584421		5621866	
34	5462659		5505140		5545945		5585059		5622475	
35	5463381		5505834		5546611		5585697		5623084	10 2
36	5464102		5506527		5547276		5586334		3623692	
37	5464825		5507220	21 5	5547941		5586971		5624300	
38	5465543		5507912		5548605		5587607		5624908	
39	5466263		5505604		5549269		5588243		5625515	
40	5466985		5509296		5549933		5588873		5626122	
41	5457702		5509987		5550596		5589513		5626728	
42	5468420		5510678		5551259	11 0	5590147		5627334	
43	5469138		5511368		5551921		5590781		5627939	
44	5469856		5512058		5552582		5591414		5628544	
45	5470573	11 9	5512747		5553243		5592047	10 5	5629148	
46	5471289		5513436		5553903		5592579		5629752	
47	5472005		5514124		5554563		5593312		5630555	
48	5472721		5514812		5555223		5593942		5630958	10 0
49	5473436		5515499		5555882		5594573		5631560	
50	5474151		5516186	11 4	5556341		5595204		5633162	
51	5474865		5516872		5557199		5595834		5632763	
52	5475579		5517558		5557857		5596464		5633564	
53	5476292		5518243		5558514		5597093		5635964	
54	5477005		5518928		5559171		5597721		5634564	
55	5477718		5519613		5559828	20 9	5598349		5635164	
56	5478430		5520297		5560484		5598977		5635763	
57	5479141		5520981		5561140		5599604		5636362	
58	5479852		5521664		5561795		5600231	10 4	5636160	
59	5480563	11 8	5522347		5562449		5600857		5637558	
60	5481273		5525029		5565103		5601483		5638155	

G. m.	70 Sinus	portio uniꝰ 2 20	71 Sinus	portio uniꝰ 2 10	72 Sinus	portio uniꝰ 2 20	73 Sinus	portio uniꝰ 2 20	74 Sinus	portio uniꝰ 2 10
0	5638135	9 9	5673112	9 5	5706339	9 0	5737829	8 5	5767570	8 0
1	3638752		5673680		5706878		5738339		5768051	
2	5639347		5674248		5707417		5738849		5768531	
3	5639944		5674815	9 4	5707935		5739358		5769012	
4	5640539		5675381		5708492		5739866		5769490	
5	5641134		5675947		5709029		5740374		5769969	
6	5641728		5676512		5709566	8 9	5740881		5770447	
7	5642322		5677077		5710102		3741388		5770925	
8	5642915		5677642		5710638		5741895	8 4	5771402	
9	5643508		5678106		5711173		5742401		3771879	
10	5644101		5678770		5711708		5742907		3772356	7 9
11	5644693		5679333		5712242		3743412		5772832	
12	5645284		5679896		5712776		5743917		5773308	
13	5645875	9 8	3680438		5713309		5744421		5773783	
14	5646455		5681020		5713842		5744925		5774257	
15	5647053		5681581		5714375		5745428		5774732	
16	5647644		5682142	9 3	5714907		5745931		5775204	
17	5648233		3682702		3715439		5746433		5775677	
18	5648822		5683262		5715970	8 8	3746935		5776150	
19	3649410		5683821		5716500		5747436		5776622	
20	5649998		3684380		5718030		3747937	8 3	5777094	
21	5650585		5684938		3717559		5748437		5777565	
22	5651272		5685495		5718088		5748937		5778056	7 8
23	5651758		5686053		5718616		5749436		5778506	
24	5652344		5686610		5719144		5749333		3778976	
25	5652929		5687167		5719672		5750414		5779445	
26	3653514	9 7	3687723		5720199		5750932		3779913	
27	5654098		5688279		5720726		5751429		5780381	
28	5654682		5688834	9 2	5721252		5751926		5780849	
29	5655166		5689388		5721777		5752422		5781316	
30	5655849		5689941		5722302	8 7	5752918		5781783	
31	5656431		5690495		5722826		5753413		5782249	
32	5657013		5691048		5723330		5753908	8 2	5782715	
33	5657595		5691601		5723874		5754402		5783180	
34	3658176		5692153		5724397		3754896		5783645	7 7
35	5658757		5692705		5724920		5733390		5784109	
36	5659337		5693256		5725442		5755883		5784573	
37	5659910		5693807		5725974		5736376		3785036	
38	5660495		5694358		5726485		5756875		5785499	
39	5661074	9 6	5694907		5727006		5757359		3785961	
40	5661652		5695456		5727526		5757850		5786423	
41	5662330		5696005	9 1	5728046		5758341		5786884	
42	5662807		5696553		5728565		5758831		5787345	
43	5663384		5697101		5729084	8 6	5759322		5787805	
44	5663960		5697648		5729601		5739810		5788265	
45	5664535		5698193		5730120		5760299	8 2	5788724	
46	5565110		3698741		5730637		3760787		5789183	7 6
47	5665685		5699287		5731154		5761275		5789641	
48	3666259		5699832		3731670		5761762		5780099	
49	3666835		5700377		5732186		5762249		5790556	
50	5667406		5700922		5732702		5762737		5791013	
51	5667979	9 5	3701466		5733217		5763221		3791465	
52	5668551		5702010		5733732		5763706		5791925	
53	5669123		5702553	9 0	5734246		5764191		3792380	
54	5669694		3703095		5734759		5764675		5792835	
55	5670265		5703637		5735272	8 5	5765159		5793290	
56	3670835		5704178		5735784		5765642		5793644	
57	5671405		5704719		5736296		5766125	8 0	5794198	
58	5671974		5705259		5736807		5766607		5794651	7 5
59	5672543		5705799		3737318		5767089		5795103	
60	5673112		5706339		5737829		5767570		5795555	

G. / m.	75 Sinus	portio uni9 2 10	76 Sinus	portio uni9 2 10	77 Sinus	portio uni9 2 10	78 Sinus	portio uni9 2 10	79 Sinus	portio unius 10
0	5795155	7 5	5821774	7 0	5846221	6 5	5868886	6 0	5889764	5 6
1	5795606		5822196		5846615		5869248		5890097	
2	5795457		5822618		5847005		5869610		5890429	
3	5795908		5823039		5847396		5869972		5890761	
4	5797358		5823459		5847787		5870333		5891092	
5	5797808		5823879		5848178		5870694		5891425	
6	5798257		5824298		5848568		5871034		5891753	
7	5798706		5824717		5848957		5871414		5892083	
8	5799154		5825136		5849346		5872773		5892412	
9	5799601		5825554		5849754		5872132		5892741	
10	5800048	7 4	5825972		5850122		5872490		5893069	
11	5800494		5826089		5850509		5872847		5893397	
12	5800940		5826306	6 9	5850896	6 4	5873204		5893724	
13	5801386		5827222		5851282		5873561	5 9	5894051	5 4
14	5801831		5827637		5851668		5873917		5894377	
15	5802276		5828082		5852054		5874273		5894703	
16	5802720		5828466		5852439		5874628		5895028	
17	5803164		5828880		5852821		5874983		5895353	
18	5803607		5829294		5853208		5875337		5895677	
19	5804050		5829707		5853591		5875091		5896001	
20	5804492		5830120		5853974		5876044		5896324	
21	5804933		5830532		5854356		5876396		5896647	
22	5805474		5830944		5854738		5876748		5896969	
23	5805813	7 3	5831355		5855119		5877100		5897291	
24	5806255		5831766	6 8	5855500		5877451		5897612	
25	5806695		5832176		5855881	6 3	5877802	5 8	5897933	5 3
26	5807134		5832586		5856261		5878152		5898253	
27	5807573		5832995		5856641		5878502		5898573	
28	5808011		5833404		5857020		5878851		5898892	
29	5808449		5833812		5857398		5879200		5899211	
30	5808886		5834120		5857776		6879548		5899529	
31	5809323		5834627		5858155		5879896		5899847	
32	5809759		5835034		5858530		5880243		5900164	
33	5810195		5835440		5858507		5880590		5900481	
34	5810630		5835846		5859283		5880936		5900797	
35	5811065	7 2	5836251		5859659		5881282		5901113	
36	5811499		5836656	6 7	5860034		5881627		5901428	
37	5811933		5837060		5860409	6 2	5881972	5 7	5901743	5 2
38	5812366		5837464		5860783		5882316		5902057	
39	5812799		5837867		5861156		5882660		5902371	
40	5813231		5838270		5861529		5885005		5902684	
41	5813665		5838672		5861901		5883346		5902997	
42	5814094		5839074		5862273		5883688		5903309	
43	5814525		5839475		5862645		5884030		5903621	
44	5814655		5839876		5863016		5884371		5903932	
45	5815385		5840276		5863387		5884712		5904243	
46	5815814		5840676		5863757		5885052		5904553	
47	5816243	7 1	5841075		5864127		5885392		5904863	
48	5816671		5841474	6 6	5864496	6 2	5885731		5905172	
49	5817099		5841872		5864865	6 1	5886070	5 7	5905481	5 2
50	5817527		5842270		5865233		5886409	5 6	5905790	5 1
51	5817954		5841661		5865600		5886747		5906098	
52	5818381		5843064		5865967		5887084		5906405	
53	5818807		5843460		5866334		5887421		5906712	
54	5819252		5841856		5866700		5887757		5907018	
55	5819657		5844252		5867066		5888093		5907324	
56	5820081		5844647		5867431		5888428		5907629	
57	5820505		5845041		5867796		5888763		5907934	
58	5820928		5845435		5868160		5889097		5908230	
59	5821351		5845828		5868523		5889431		5908542	
60	5821774		5846221		5868886		5889764		5908845	

G. / m.	80 Sinus	portio uni 2 / 10	81 Sinus	portio uni9 2 / 10	82 Sinus	portio uni9 2 / 10	83 Sinus	portio uni9 2 / 10	84 Sinus	portio uni9 2 / 10
0	5908845	5 1	5916130	4 6	5941608	4 0	5955277	3 5	5967131	3 0
1	5909148	5 0	5926403	4 5	5941850		5955489		5967313	
2	5909450		5926675		5942091		5955701		5967495	
3	5909742		5926947		5942334		5955912		5967676	
4	5910055		5927218		5942575		5956123		5967857	
5	5910354		5927489		5942816		5956334		5968037	
6	5910654		5927759		5942056		5956544		5968216	
7	5910954		5928029		5943296		5956754		5968395	
8	5911253		5928298		5943535		5956963		5968574	
9	5911552		5928567		5943774		5957171		5968752	
10	5911851		5928833		5944012		5957579		5968930	
11	5912149		5929103		5944149		5957586		5969107	
12	5912447		5929370		5944486		5957793	3 4	5969284	2 9
13	5912744	4 9	5929637	4 4	5944723	5 9	5957999		5969460	
14	5913040		5929903		5944959		5958205		5969636	
15	5913336		5930169		5945195		5958411		5969811	
16	5913632		5930434		5945410		5958616		5969985	
17	5913926		5930699		5945665		5958820		5970159	
18	5914220		5930963		5945899		5959024		5970335	
19	5914514		5931227		5946132		5959227		5970506	
20	5914808		5931490		5946365		5959450		5970679	
21	5915101		5931753		5946597		5959652		5970851	
22	5915383		5932015		5946829		5959834		5971025	
23	5915685		5932277		5947061		5960055		5971194	
24	5915976		5932538		5947292		5960236		5971364	2 8
25	5916267	4 8	5932799	4 3	5947525	3 8	5960437	3 3	5971534	
26	5916557		5933059		5947755		5960657		5971703	
27	5916847		5933319		5947983		5960836		5971872	
28	5917136		5953578		5948212		5961055		5972041	
29	5917425		5933835		5948441		5961233		5972209	
30	5917714		5934095		5948669		5961431		5972377	
31	5918002		5934352		5948896		5961628		5972544	
32	5918189		5934609		5949123		5961825		5972711	
33	5918576		5934866		5949350		5962021		5972877	
34	5918862		5935122		5949566		5962217		5973042	
35	5919148		5935378		5949802		5962413		5973207	2 7
36	5919433		5935633		5950027		5962608	5 2	5973371	
57	5919718	4 7	5935888	4 2	5950252	5 7	5962802		5973535	
58	5920002		5936142		5950476		5962996		5973699	
39	5920287		5936396		5950699		5963189		5973862	
40	5920570		5936649		5950922		5963382		5974025	
41	5920853		5936902		5951144		5963574		5974187	
42	5921155		5937154		5951366		5963766		5974349	
43	5921417		5957406		5951588		5965957		5974510	
44	5921698		5937657		5951809		5964148		5974670	
45	5921979		5937908		5952030		5964358		5974850	
46	5922259		5958158		5952258		5964528		5974989	
47	5922539		5938408		5952470		5964717		5975148	2 6
48	5922818		5938657		5952689	3 6	5964906	3 1	5975306	
49	5923095	4 6	5938906	4 1	5952907		5965094		5975464	
50	5923375		5939154		5955125		5965282		5975622	
51	5923653		5939401		5955342		5965469		5975779	
52	5923930		5939648		5953559		5965656		5975936	
55	5924207		5939895		5955775		5965842		5976092	
54	5924483		5940141		5953991		5966028		5976247	
55	5924759		5940387		5954207		5966213		5976402	
56	5925034		5940632		5954422		5966397		5976556	
57	5925309		5940877		5954637		5966581		5976710	
58	5925583		5941121		5954851		5966765		5976863	
59	5925857		5941565		5955064		5966948		5977016	
60	5926130		5941608		5955277		5967152		5977169	

G.	85		86		87		88		89	
m.	Sinus	portio uni9 2 10	Sinus	portio uni9 2 10	Sinus	portio uni9 2 10	Sinus	portio uni9 2 10	Sinus	portio uni9 2 10
0	5977169	2 5	5985384	2 0	5991777	2 5	5996545	1 0	5999086	0 5
1	5977321		5985505		5991868		5996405		5999116	
2	5977472		5985626		5991959		5996465		5999146	
3	5977623		5985747		6992049		5996525		5999175	
4	5977773		5985867		5992138		5996584		5999204	
5	5977923		5985987		5992227		5996643		5999233	
6	5978072		5986106		5992315		5996701		5999260	
7	5978221		5986225		5992403		5996759		5999287	
8	5978369		5986343		5992491		5996816		5999314	0 4
9	5978317		5986450		5992578		5996873	0 9	5996540	
10	5978665		5986577	1 9	5992665	1 4	5996929		5999366	
11	5978812	2 4	5986693		5992751		5996984		5999391	
12	5978958		5986809		5992837		3997039		5999416	
15	5979104		5986924		5992922		5997094		5999440	
14	5979249		5987039		5993006		3997148		5999463	
13	5979394		5987154		5993090		5997202		5999486	
16	5979538		5987268		5993173		3997255		5999508	
17	5979682		5987385		5995256		5997308		5999530	
18	5979825		5987495		5993338		5997360		5999552	
19	5979968		5987607		5995410		5997411		5999573	
20	5980110		5987719		5995502		5997462	0 8	5999594	0 4
21	5980251		5987830		5993583		5997512		5999614	
22	5980392		5987941	1 8	5903664	2 3	5997562	0 8	5999634	
23	5980533	2 3	5988051		5993744		5997611		5999653	
24	5980673		5988161		5993813		5997660		5999671	
25	5980813		5988271		5993902		5997709		5999689	
26	5980952		5988380		5993980		5997757		5999706	
27	5981091		5988488		5994058		5997805		5999723	
28	5981229		5988696		5994135		6457852		5999740	
29	5981367		5988705		5994212		5997898		5999756	
30	5981504		5988810		5994289		5997944		5999772	
31	5981640		5988916		5994365		5997989		5999787	
32	5981776		5989022		5994440		5998034	0 7	5999802	0 2
33	5981912		5989127		5994515		5998078		5999816	
34	5982047		5989132	1 7	5994589	2 2	5998122		5999829	
35	5982181	2 2	5989336		5994663		5998166		5999842	
36	5982316		5989440		5994736		5998209		5999854	
37	5982450		5989543		5994809		5998251		5999866	
38	5982583		5989645		5994881		5998293		5999877	
39	5982716		5989748		5994953		5998334		5999888	
40	5981848		5989850		5995025		5998375		5999899	
41	5981979		5989951		5995096		5998415		5999909	
42	5983110		5090052		5995166		5998455		5999918	
43	5983241		5990152		5995236		5998494		5999917	0 1
44	5983371		5990252		5995305		5998533		5999935	
45	5983501		5990351	1 6	5995374	1 1	5998572	0 6	5999943	
46	5983630		5990440	1 6	5995442		5998610		5999951	
47	5983759	2 2	5990547	1 6	5995510		5998647		5999958	
48	5983887		5990645		5995577		5998684		5999964	
49	5984014		5990742		5995644		5998720		5995970	
50	5984141		5990839		5995710		5998756		5999975	
51	5984267		5990935		5995776		5998791		5999980	
52	5984393		5991031		5995841		6998826		5999984	
53	5984519		5991126		5995906		5998860		5999988	
54	5984644		5991220		5995970		5998894		5999991	
55	5984769		5991314		5996034		5998927		5999994	0 0
56	5984893		5991407		5996094		5998960	0 5	5999996	
57	5985017		5991300		5996160	1 0	5998992		5999998	
58	5985140	2 0	5991593	1 5	5996222		5999024		5999999	
59	5985262		5991685		5996284		5999055		6000000	
60	5985384		5991777		5996345		5999086		6000000	0 0

Sequitur altera Tabula Sinuum ad 10 000000 particulas computata.

G. m.	0 Sinus	portio uni9 2 10	1 Sinus	portio uni9 2 20	2 Sinus	portio uni9 2 10	3 Sinus	portio uni9 2 10	4 Sinus	portio uni9 2 10
0	0		174524	48 5	348995	48 4	523360	48 4	697565	48 4
1	2909	48 5	177433		351902		526265		700467	
2	5818		180341		354809		529170		703369	
3	8727		183250		357716		532075		706270	
4	11636		186158		360623		534980		709172	
5	14544		189066		363530		537884		712073	
6	17453		191975		366437		540789		714973	
7	20362		194883		369344		543694		717876	
8	23271		197791		372251		546598		720777	
9	26180		200700		375158		549503		723678	
10	29088		203608		378064		552407		726579	
11	31997		206517		380971		555312		729480	
12	34906		209425		383878		558216		732381	
13	37815		212333		386785		561120		735281	48 3
14	40724		215241		389692		564024		738183	
15	43632		218149		392598		566928		741084	
16	46541		221057		395505		569832		743985	
17	49450		223965		398411		572736		746886	
18	52359		226873		401318		575640		749787	
19	55268		229781		404225		578544		752688	
20	58177		232689		407131		581448		755588	
21	61086		235597		410038		584352		758489	
22	63995		238505		412944		587256		761389	
23	66904		241413		415851		590160		764290	
24	69813		244321		418757		593064		767180	
25	72721		247229		421663		595967		770090	
26	75630		250137		424570		598871		772991	
27	78539		253045		427476		601775		775891	
28	81448		255953		430382		604678		778792	
29	84357		258861		433288		607582		781691	
30	87265		261769		436194		610485		784591	
31	90174		264677		439100		613389		787491	
32	93083		267585		442006		616292		790391	
33	95992		270493		444912		619196		793291	
34	98901		273401		447818		622099		796191	
35	101809		276308		450724		625002		799090	
36	104718		279216		453630		627905		801990	
37	107627		282124		456536		630808		804889	
38	110536		285031		459441		633711		807789	
39	113445		287940		462348		636614		810688	
40	116353		290847		465253		639517		813587	
41	119262		293755		468159		642420		816486	
42	122171		296663		471065		645323		819385	
43	125079		299570	48 4	473970		648226		822284	
44	127988		302478		476876		651129		825183	
45	130896		305385		479781		654031		828082	
46	133805		308293		482687		656934		830981	
47	136714		311200		485592		659837		833880	
48	139622		314108		488498		662739		836778	
49	142531		317015		491403		665642		839677	
50	145439		319922		494308		668544		842575	
51	148348		322830		497214		671447		845474	
52	151257		325737		500119		674349		848372	
53	154165		328645		503024		677251		851271	
54	157074		331552		505929		680153		854169	
55	159982		334459		508834		683055		857067	
56	162891		337367		511740		685957		859965	
57	165799		340274		514645		688859		862863	
58	168708		343181		517550		691761		865761	
59	171616		346088		520455		694663		868659	
60	174529		348995		523360		697565		871557	

G. m.	5 Sinus	portio uni; 2 10	6 Sinus	portio uni9 2 10	7 Sinus	portio uni9 2 10	8 Sinus	portio uni9 2 10	9 Sinus	portio uni9 2 10
0	871557	48 3	1045285	48 2	1218693	48 2	1391731	48 0	1564345	47 9
1	874455		1048178		1221580		1394612		1567218	
2	877353		1051071		1224467		1397492		1570091	
3	880250		1053964		1227354		1400373		1572964	
4	883143		1056857		1230231		1403253		1575857	
5	886045		1059749		1233228		1406133		1578709	
6	888943		1062642		1236015		1409023		1581581	
7	891840		1065534		1238901		1411893		1584453	
8	894737		1068416		1241788		1414772		1587325	
9	897634		1071318		1244674		1427652		1590197	
10	900531		1074210		1247560		1420531		1593069	
11	903428		1077102		1250446		1423410		1595941	
12	905325		1079994		1253332		1426189		1598812	
13	909222		1082886		1256218		1429168		1601684	
14	912119		1085778		1159104		1432047		1604555	
15	915016		1088669		1261990		1434926		1607426	
16	917913		1091561		1264876		1437805		1610297	47 8
17	920809		1094452		1267791		1440684		1613168	
18	923706		1097144		1270647		1443562		1616038	
19	916602		1100235		1273532		1446441		1618909	
20	929498		1103116		1276417		1449319		1621779	
21	932395		1106017		1279302		1451197		1624649	
22	935291		1103908		1282187		1455075		1627519	
23	938187		1111799		1285072		1457953		1630389	
24	941083		1114690		1287957		1460832		1633259	
25	943979		1117580		1290841		1463708		1636129	
26	946873		1118471		1293726		1466586		1638999	
27	949771		1123361		1296610		1469463		1641868	
28	951667		1126152		1299494		1472340		1644738	
29	955563		1129142		1502378		1475217	47 9	1647607	
30	958458		1132032		1305262		1478094		1650476	
31	961354		1134922		1308146		1480971		1653345	
32	964149		1137812		1311030		1483848		1656214	
33	967144		1140702		1313914		1486724		1659082	
34	970039		1143592		1316798		1489601		1661951	
35	971934		1146482		1319681		1492477		1664819	
36	975829		1149372		2322564		1495353		1667687	
37	978714	48 2	1152261		1325447		1498229		1670555	
38	981619		1155151		1328330		1501105		1673423	
39	984514		1158040		1331213	48 0	1503981		1676291	
40	987408		1160919		1334096		1506857		1679159	
41	990303		1163818		1336979		1509733		1682027	
41	993198		1166707	48 1	1339862		1512608		1684894	
43	996092		1169596		1342744		1515484		1687761	
44	998987		1172485		1345627		1518359		1690628	
45	1001881		2175374		1348509		1321234		4693495	
46	1004775		1178263		1351392		1524109		1696362	
47	1007669		1181151		1354274		1526984		1699229	
48	1010563		1184040		1357156		1529859		1702095	
49	1013457		1186928		1360038		1532734		1704962	
50	1016351		1189816		1362920		1535608		1707828	
51	1019245		1192704		1365802		2538482		1710694	
52	2022139		1195592		1368683		1541356		1713560	
53	1025032		1198480		1371564		1544230		1716426	
54	2027916		1201368		1374446		1547104		1719292	
55	2030819		1204255		1377327		1549978		1722157	
56	2033713		1207143		1380208		1552852		1725022	
57	1036606		1210031		1383089		2555725		1727887	
58	2039499		1211918		1385970		1558599		1730752	47 7
59	1042392		1215806		1388852		1561472		1733617	
60	1045285		1218693		1391731		1564345		2736482	

G. m.	10 Sinus	portio uni° 2 10	11 Sinus	portio uni° 2 10	12 Sinus	portio uni° 2 10	13 Sinus	portio uni° 2 10	14 Sinus	portio uni° 2 10
0	1736481	47 7	1908090	47 6	2079117	47 4	2249511	47 2	2419219	47 0
1	1739347		1910945		2081962		2252345		2422041	
2	1742211		1913800		2084807		1235179		2424863	
3	1745075		1916655		2087652		2258013		2427685	
4	1747939		1919510		2090497		2260847		1430507	
5	1750803		1922363		2093342		2263680		1433329	
6	1753667		1925220		2096180		2266512		2436150	
7	1756531		1928074		2099030		2269346		2438971	
8	1759394		1930928		2101874		2272179		2441792	
9	1762258		1933782		2104718		2275012		2444613	
10	1765121		1936636		2107562		2277844		2447434	
11	1767984		1939490		2110405		2280676		2450254	
12	1770847		1942344		2113148		2283508		2453074	
13	1773710		1943197		2116091		2286340		2453894	
14	1776573		1948050		2118934		2289163		2458714	
15	1779435		1950903		2121777		2292004		1461533	
16	1781298		1953756	47 5	2124620		2294835		2464332	
17	1785160		1956609		2127462		2297666		2467171	
18	1788022		1959462		2130304		2300497		2469990	
19	1790884		1961314		2133146		2303328		2472809	
10	1793746		1965166		2135988		2306159		2475628	
21	1796608		1968018		2138830		2308989		2478446	
22	1799469		1970870		2141671		2311819		1481264	
23	1802331		1973722		2144512		2314649		2484082	
24	1805192		1976574		2147353		1317479		2486900	
25	1808053		1979425		2130194	47 3	2320309		2489717	
16	1810914		1982276		2153033		2323138		2492534	
17	1813774		1985127		2155876		2323967		2495351	46 9
28	1816634		1987978		2138716		2328799	47 1	2498168	
29	1819495		1990829		2161556		2331625		2500984	
30	1822353		1993679		2164396		2334434		2503800	
31	1825215		1996530		2167236		2337282		2506616	
32	1828075		1999380		2170076		2340110		2509432	
33	1830935		2002230		2171916		2341938		2512248	
34	1833795		2005080		2173755		2345766		2313064	
35	1836654		2079030		2178594		2348594		2517879	
36	1839513		2010780		2181433		2351421		2520694	
37	1841372		2013629		2184272		1354148		2323309	
38	1845231	47 6	2016478		2187111		2337075		2526324	
39	1848090		2019327	-	2189949		2359902		2529138	
40	1850949		2022176		2192787		2362729		2531952	
41	1853808		2025025		2193625		2365535		2544766	
42	1856666		2027874		2198463		2368381		2547580	
43	1859524		2030722		2101300		2371207		2540393	
44	1862382		1033370		2204137		2374033		2543206	
43	1865240		2036418		2206974		2376859		2546019	
46	1868098		2039266		2209811		2379684		2348832	
47	1870956		2042114		2212648		2382309		2551645	
48	1873813		2044962		2215485		2385334		2554458	
49	1876670		2047809		2218322		2388159		2537270	
50	1879527		2030636		2221158		2390983		2360081	
51	1882384		2053503	47 4	2223994		2393808		2562894	
52	1885241		2056350		1226830		2396632		2565706	
53	1888098		2059197		2129666		1399456		2568317	
34	1890954		2061043		2232501		2402280		2571328	
55	1893810		2064889		2235337		2405104		2574139	46 8
36	1896666		2077735		2238172		2407927		2576950	
57	1899322		2070581		2241007	47 2	2410730		2379760	
58	1902378		2073427		2243842		1413573	47 0	2382570	
59	1905234		2076272		2146677		2416396		2585380	
60	1908090		2079117		2249511		2419219		2588190	

G. m.	15 Sinus	portio unius 2 10	16 Sinus	portio unius 2 10	17 Sinus	portio unius 2 10	18 Sinus	portio unius 2 10	19 Sinus	portio unius 2 10
0	2588190	46 8	2756373	46 6	2923717	46 4	3090170	46 1	3255682	45 8
1	2591000		2759169		2926499		3092936		3258432	
2	2593809		2761965		2929280		3095702		3261182	
3	2596618		2764761		2932061		3098468		3263931	
4	2599427		2767556		2934842	46 3	3101234		3266681	
5	2602236		2770351		2937623		3103999		3269430	
6	2605045		2773146		2940403		3106764		3272179	
7	2607853		2773941		2943183		3109529		3274927	
8	2610661		2778735		2945963		3112294		3277675	
9	2613469		2781529		2948743		3115058		3280423	
10	2616277		2784323		2951523		3117822		3283171	
11	2619084		2787117		2954302		3120586		3285918	
12	2621892		2789911		2957081		3123349		3288665	
13	2624698		2792704		2959860		3126112		3291412	
14	2627505		2795497		2962638		3128875	46 0	3294159	
15	2630312		2798290	46 5	2965416		3131638		3296906	
16	2633118		2801082		2968194		3134400		3299652	
17	2635924		2803874		2970972		3137162		3302398	
18	2638730		2806666		2973750		3139924		3305144	
19	2641536		2809458		2976527		3142686		3307889	
20	2644342		2812250		2979304		3145448		3310634	45 7
21	2647147		2815041		2982081		3148209		3313379	
22	2649952		2817832		2984857		3150970		3316123	
23	2652757	46 7	2820623		2987633		3153731		3318867	
24	2655562		2823414		2990409		3156491		3321611	
25	2658366		2826204		2993185		3159251		3324355	
26	2661170		2828994		2995960		3162011		3327098	
27	2663974		2831784		2998735	46 2	3164770		3329841	
28	2666777		2834574		3001510		3167529		3332584	
29	2669580		2837364		3004284		3170288		3335327	
30	2672383		2840153		3007058		3173047		3338069	
31	2675186		2842942		3009832		3175805		3340[illegible]	
32	2677989		2845731		3012606		3178563		3343[illegible]	
33	2680792		2848520		3015380		3181321		3346294	
34	2683595		2851308		3018153		3184079		3349035	
35	2686397		2854096		3020926		3186837		3351776	
36	2689199		2856884		3023699		3189594		3354516	
37	2692001		2859672		3026472		3192351	45 9	3357256	
38	2694802		2862459		3029244		3195108		3359996	
39	2697603		2865246		3032016		3197864		3362735	
40	2700404		2868033	46 4	3034788		3200620		3365475	
41	2703205		2870819		3037559		3203375		3368214	45 6
42	2706005		2873605		3040330		3206130		3370953	
43	2708805		2876391		3043101		3208885		3373691	
44	2711605		2879177		3045872		3211640		3376429	
45	2714405		2881963		3048643		3214395		3379167	
46	2717204		2884748		3051413		3217150		3381905	
47	2720003		2887533		3054183		3219904		3384642	
48	2722802	46 6	2890318		3056953		3222658		3387379	
49	2725601		2893103		3059723		3225412		3390116	
50	2728400		2895888		3062492		3228163		3392852	
51	2731198		2898672		3065261	46 1	3230918		3395588	
52	2733996		2901456		3068030		3233672		3398324	
53	2736794		2904240		3070798		3236423		3401060	
54	2739592		2907023		3073566		3239175		3403795	
55	2742389		2909806		3076334		3241927		3406330	
56	2745186		2912589		3079102		3244679		3409263	
57	2747983		2915371		3081869		3247430		3411999	
58	2750780		2918155		3084636		3250181	45 8	3414733	
59	2753577		2920935		3087403		3252932		3417467	
60	2756373		2923717		3090170		3255682		3420201	

G. m.	20 Sinus	portio unius 20	21 Sinus	portio unius 20	22 Sinus	portio unius 20	23 Sinus	portio unius 20	24 Sinus	portio unius 20
0	3410201	45 6	3583679	45 3	3746066	45 0	3907321	44 6	4067366	44 3
1	3412934		3586393		3748763	44 9	3909989		4070023	
2	3415667		3589110		3751450		3912666		4072680	
3	3428400	45 5	3591825	45 2	3754156		3913343		4075337	
4	3431133		3594540		3736852		3918020		4077993	
5	3433865		3397254		3759348		3920696		4080649	
6	3416397		3599968		3762243		3913372		4083305	
7	3439329		3602682		3764938		5926048		4085960	
8	3442060		3603393		3767633		3928723		4088615	44 2
9	3444791		3608105		3770327		3931398		4091269	
10	3447512		3610822		3773021		3934072		4093923	
11	3450233		3613533		3773715		3936746		4096577	
12	3451983		3616143		3778408		3939420		4099231	
13	3435713		3618957		3782101		3942093		4101884	
14	3458442		3611009		3783794		3944766		4104537	
15	3461171		3624380		3786486		3947439	44 5	4107189	
16	3463900		3627091		5789178		3950112		4109843	
17	3466629		3629802		3791870		3952784		4112493	
18	3469337		3632512		3794362		3955436		4115144	
19	3472085		3635222		3797253		3958128		4127795	
20	3474813		3637932		5799944	44 8	3960799		4120446	
21	3477340		3640642		3802635		3963470		4123096	
22	3480267		3643351	45 1	3803323		3966140		4125746	
23	3482994	43 4	3646060		3808015		3968810		4118395	
24	3483724		3648768		3810704		3971480		4131044	44 1
25	3488447		3631476		3813393		3974149		4133693	
26	3491173		3654184		3816082		3976818		4136341	
27	3493899		3656892		3818771		3979487		4138989	
28	3496624		3659399		3821459		3982135		4141637	
29	3499349		3661306		3824147		3984823		4144285	
30	3502073		3663012		3826834		3987491		4146932	
31	3304799		3667718		3829521		3990159		4149579	
32	3307513		3670424		3832208		3992826		4132226	
33	3510247		3673130		3834893		3993493	44 4	4154872	
34	3312971		3675833		3337581		3998159		4137518	
35	3513694		3678541		3840267		4000825		4160163	
36	3518417		3681246		3841933		4003491		4162808	
37	3521140		3683031		3843638		4006156		4163433	
38	3323862		3686633		3843313	44 7	4008821		4168097	
39	3326584		3689339		3831008		4011486		4170741	
40	3529306		3692062		3833691		4014150		4173385	
41	3332027		5694763	45 0	3836376		4016814		4176028	
42	3534748		3697468		3839060		4019478		4178671	44 0
43	3337469	43 3	3700170		3861743		4022141		4181413	
44	3349190		3702872		3864426		4024804		4183955	
45	3342910		3703374		3867109		4027467		4186397	
46	3345630		3708276		3869791		4030130		4189239	
47	3548330		3710977		3871473		4031792		4191880	
48	3351070		3713678		3875155		4033434		4194521	
49	3553789		3716379		3877837		4038113		4197162	
50	3556308		3719080		3880518		4040776	44 3	4199802	
51	3559227		3721780		3883199		4043437		4202442	
52	3361943		3724450		3885850		4046097		4205081	
53	3564663		3727179		3838560		4048757		4207720	
54	3367380		3729873		3891240		4051416		4210359	
55	3370097		3732577		3893919		4054075		4212997	
56	3572814		3735175		3896598	44 6	4056734		4213635	
57	3373538		3737973		3899277		4059592		4218173	
58	3378247		3740671		3901955		4062050		4220910	
59	3380963		3743369		3904633		4064708		4123547	43 9
60	3383679		3746066		3907321		4067366		4226183	

G. m	25 Sinus	portio unius 2 10	26 Sinus	portio uni 2 10	27 Sinus	portio uni 2 20	28 Sinus	portio uni 2 20	29 Sinus	portio unius 2 10
0	4226183	43 9	4383712	43 6	4539905	43 2	4694716	42 8	4848096	42 4
1	4228819		4386326		4542497		4697284		4850640	
2	4231455		4388940		4545088		4699852		4853184	
3	4234090		4391554		4547679		4702419		4855727	
4	4236725		4394167		4550270		4704986		4858270	
5	4239360		4396780	43 5	4552860		4707553		4860812	
6	4241994		4399392		4555450		4710119		4863354	
7	4244628		4402004		4558039		4712685		4865895	
8	4247262		4404616		4560628	43 1	4715250		4868436	42 3
9	4249895		4407227		4563216		4717815	42 7	4870977	
10	4252528		4409838		4565804		4720380		4873517	
11	4255161		4412449		4568392		4722944		4876057	
12	4257793		4415059		4570979		4725508		4878596	
13	4260425		4417669		4573566		4728071		4881135	
14	4263056		4420278		4576153		4730634		4883674	
15	4265687		4422887		4578739		4733197		4886212	
16	4268318	43 8	4425496		4581325		4735759		4888750	
17	4270949		4428104		4583911		4738321		4891287	
18	4273579		4430712		4586496		4740881		4893824	
19	4276209		4433320		4589081		4743443		4896361	
20	4278838		4435927		4591665		4746004		4898897	
21	4281467		4438534	43 4	4594249		4748564		4901433	
22	4284096		4441140		4596833		4751124		4903968	
23	4286724		4443745		4599416		4753683		4906503	42 2
24	4289352		4446352		4601999	43 0	4756242	42 6	4909037	
25	4291979		4448957		4604581		4758801		4911571	
26	4294606		4451562		4607163		4761359		4914105	
27	4297233		4454167		4609744		4763917		4916638	
28	4299859		4456771		4612325		4766474		4919171	
29	4302485		4459375		4614906		4769031		4921703	
30	4305111		4461978		4617486		4771588		4924235	
31	4307736		4464581		4620066		4774144		4926767	
32	4310361	43 7	4467184		4622646		4776700		4929298	
33	4312986		4469786		4625225		4779255		4931829	
34	4315610		4472388		4627804		4781810		4934359	
35	4318234		4474990		4630382		4784365		4936889	
36	4320857		4477591		4632960		4786919		4939418	
37	4323481		4480192	43 3	4635538		4789473		4941947	42 1
38	4326104		4482792		4638115		4792026		4944476	
39	4328726		4485392		4640692	42 9	4794579	42 5	4947004	
40	4331348		4487992		4643268		4797132		4949532	
41	4333970		4490591		4645844		4799684		4952059	
42	4336591		4493190		4648420		4802236		4954586	
43	4339212		4495788		4650995		4804787		4957113	
44	4341833		4498386		4653570		4807338		4959639	
45	4344453		4500984		4656145		4809888		4962165	
46	4347073		4503582		4658719		4812438		4964690	
47	4349693		4506179		4661293		4814988		4967215	
48	4352312		4508776		4663866		4817537		4969740	
49	4354931	43 6	4511372		4666439		4820086		4972264	
50	4357549		4513968		4669012		4822635		4974788	
51	4360167		4516563		4671584		4825183		4977311	
52	4362785		4519158	43 2	4674156		4827731		4979834	42 0
53	4365402		4521753		4676727		4830278		4982356	
54	4368019		4524347		4679298	42 8	4832825	42 4	4984878	
55	4370635		4526941		4681869		4835371		4987399	
56	4373251		4529535		4684439		4837917		4989920	
57	4375867		4532128		4687009		4840462		4992441	
58	4378482		4534721		4689578		4843007		4994961	
59	4381097		4537313		4692147		4845552		4997481	
60	4383712		4539905		4694716		4848096		5000000	

G.	30	portio	31	portio	32	portio	33	portio	34	portio
m.	Sinus	uniꝰ 2 20	Sinus	uniꝰ 2 16	Sinus	uniꝰ 2 16	Sinus	uniꝰ 2 16	Sinus	unius 2 10
0	5000000	42 0	5150381	41 6	5299192	41 1	5446390	40 7	5591929	40 2
2	5002519		5152874		5301659		5448829		5594340	
2	5005038		5155367	41 5	5304125		5451268	40 6	5596751	
3	5007556		3157859		5306591		5453707		5599161	
4	5010074		5160351		5309056		5456145		5601571	
5	5012591		5162843		5311522		5458583		5603982	
6	5015108	41 9	5165334		5313985		5461020		5606390	40 1
7	5017624		5167825		5316449		5453456		5608798	
8	5020190		5170315		5318913		5455802		5611206	
9	5022656		5172805		5321576		5463328		5613614	
10	5025171		5175294		5323859	41 0	5470763		5616021	
21	5027686		3177783		5326301		5473198		5618427	
42	5030200		5180271		5328765		5475632		5620833	
13	5032714		5182759		5331224		5478066		5623239	
14	5035227		5185246		5333685		5480499		5625644	
15	5037740		5187733	41 4	5336145		5482932	40 5	5628049	
16	5040253		5190220		5338605		5485364		5630453	
17	5041765		5192706		5341065		5487796		5632857	
18	5045277		5195192		5343524		5490228		5635260	
19	5047788	41 8	5197667		5345983		5492659		5637663	40 0
20	5050299		5200162		5348441		5495090		5640066	
21	5052809		5202646		5350898		5497520		5642468	
22	5055319		5205150		5353355	40 9	5499950		5644869	
23	5057829		5207614		5355812		5502379		5647270	
24	5060338		5210097		5358268		5504808		5649670	
25	5062847		5212580		5360714		5507236		5652070	
26	5065355		5215062		5363179		5509664		5654469	
27	5067863		5217544		5365634		5512091		5656868	
28	5070370		5220025		5368088		5514518	40 4	5659266	
29	5072877		5222506	41 3	5370542		5516944		5661664	
30	5075384		5224986		5372996		5519370		5664062	
31	5077890		5227466		5375449		5521795		5666459	
32	5080396		5229946		5377902		5524220		5668856	39 9
33	5082901		5232425		5380354		5526645		5671252	
34	5085406	41 7	5234904		5382806		5529069		5673648	
35	5087911		5237382		5385258		5531493		5676043	
36	5090415		5239860		5387709	40 8	5533916		5678438	
37	5092919		5242337		5390159		5536338		5680832	
38	5095412		5244614		5392609		5538760		5683226	
39	5097925		5247290		5395058		5541182		5685619	
40	5100427		5249766		5397507		5543603		5688012	
41	5102929		5252241		5399855		5546024	40 5	5690404	
42	5105430		5254716	41 2	5402403		5548444		5692796	
43	5107931		5257191		5404851		5550864		5695187	
44	5110431		5259665		5407298		5553283		5697578	39 7
45	5112931		5262139		5409745		5555702		5699968	
46	5115431		5264612		5412191		5558120		5702358	
47	5117930		5267085		5415637		5560538		5704747	
48	5120419	41 6	5269557		5417082		5562956		5707136	
49	5122927		5272019		5419527	40 7	5565373		5709524	
50	5125425		5274501		5421972		5567790		5711912	
54	5127922		5276972		5424416		5570206		5714269	
52	5130419		5279443		5426859		5572622		5716686	
53	5132926		5281913		5429302		5575037		5719072	
54	5135411		5284385		5431745		5577452	40 2	5721458	
55	5137908		5286852		5434187		5579866		5723844	
56	5140403		5299321	41 1	5436629		5582280		5726229	39 7
57	5142898		5291789		5439070		5584693		5728615	
58	5145393		5294257		5441510		5587106		5730997	
59	5147887		5296725		5443959		5589518		5733381	
60	5150381		3299192		5446390		5591929		5735764	

G. m.	35 Sinus	portio uni 2 20	36 Sinus	portio uni 2 10	37 Sinus	portio uni 2 10	38 Sinus	portio uni 2 20	39 Sinus	portio uni 2 20
0	5735764	39 7	5877832	39 2	6018150	38 7	6156615	38 2	6293204	37 7
1	5738147		5880205		6020473		6158907		6295464	
2	5740529		5882558		6022796		6161193		6297723	
3	5742911		5884910		6025118		6163489		6299983	37 6
4	5745292		5887262		6027439		6165781		6302242	
5	5747672		5889613		6029760		6168070		6304501	
6	5750052		5891964		6032080		6170359	38 1	6306759	
7	5752432		5894314		6034400		6172648		6309016	
8	5754811		5896664		6036719		6174936		6311273	
9	5757190	39 6	5899013	39 1	6039038	38 6	6177224		6313529	
10	5759568		5901361		6041357		6179512		6315784	
11	5761946		5903709		6043675		6181799		6318039	
12	5764323		5906056		6045992		6184085		6320293	
13	5766700		5908403		6048309		6186571		6322547	
14	5769076		5910750		6050625		6188656		6324800	
15	5771452		5913096		6052940		6190940		6327053	37 5
16	5773827		5915441		6055255		6193224		6329305	
17	5776202		5917787		6057570		6195508		6331557	
18	5778576		5920132		6059834		6197791		6333808	
19	5780950		5922476		6052193		6200074	38 0	6336059	
20	5783324		5924820		6064511		6202350		6338310	
21	5785691	39 5	5927163	39 0	6066824	38 5	6204538		6340560	
22	5788069		5929505		6069136		6206919		6342809	
23	5790441		5931847		6071448		6209199		6345058	
24	5792812		5934139		6073759		6211479		6347309	
25	5795183		5936330		6076069		6213758		6349553	
26	5797553		5938371		6078379		6216037		6352800	37 4
27	5799923		5941211		6080688		6218315		6354046	
28	5802292		5943551		6082997		6220393		6356292	
29	5804661		5945890		6035306		6222870	37 9	6358537	
30	5807030		5948228		6037614		6225146		6360782	
31	5809398		5950566		6089722		6227422		6363026	
51	5811766		5952904		6092229		6219 98		6365270	
33	5814133	39 4	5955241		6094536	38 4	6231973		6367513	
34	5816499		5957578	38 9	6096842		6234248		6369756	
35	5818885		5959914		6099147		6236522		6371999	
36	5821230		5962250		6091452		6238796		6374241	
37	5823595		5964585		6103756		6241069		6376481	37 3
38	5825959		5966919		6106050		6243342		6378722	
39	5828323		5969253		6108364		6245614		6380962	
40	5830687		5971586		6110667		6247885		6383201	
41	5833050		5973919		6112970		6250156	37 8	6385440	
42	5835412		5976251		6115272		6252416		6387678	
43	5837774		5978583		6117573	38 3	6254696		6389916	
44	5840136		3980915		6119873		6256986		6392152	
45	5841497		5983246		6122173		6259235		6394390	
46	5844858	39 3	5985577	38 8	6124473		6261503		6396626	
47	5847218		5987907		6026772		6263771		6398862	
48	5849578		5990237		6129071		6266038		6401097	
49	5851937		5992566		6131369		6268305		6403332	37 2
50	5854295		5994894		6133667		6270572		6405569	
51	5856653		5997222		6135964		6272838		6407799	
52	5859010		5999549		6138261		6275103		6410032	
53	5861367		6001876		6140537		6277368	37 7	6412264	
54	5863724		6004202		6143853		6279632		6414496	
55	5866080		6006528		6143148	38 2	6281895		6416728	
56	5868436		6008853		6147442		6284158		6418959	
57	5870791	39 2	6011178	38 7	6149746		6286420		6421189	
58	5875245		6015502		6132030		6288682		6423419	
59	5875499		6015826		6154323		6290943		6425648	37 1
60	5877852		6018150		6156613		6293204		6427876	

G rt	40 Sinus	portio uni · 2 10	41 Sinus	portio uni 2 10	42 Sinus	portio uni 2 10	43 Sinus	portio uni 2 10	44 Sinus	portio uni 2 10
0	6427875	37 1	6560590	36 6	6691306	36 0	6819984	35 5	6946584	34 9
1	6430104		6562785		6693468		6822111	35 4	6948676	
2	6432331		6564979		6695619		6824237		6950767	
3	6434553		6567173		6697789		6826363		6952858	
4	6436785		6569367		6699949		6828489		6954949	34
5	6439011		6571560		6702108		6830614		6957039	
6	6441236		6573753	36 5	6704167		6832738		6959128	
7	6443461		6575945		6706425		6834861		6961216	
8	6445685		6578136		6708582		6836984		6963304	
9	6447909		6580326		6710739	35 9	6839107		6965392	
10	6450132		6582516		6712395		6841229		6967479	
11	6452355	37 0	6584705		6715051		6843350		6969565	
12	6454577		6586894		6717205		6845471	35 3	6971652	
13	6456799		6589082		6719361		6847591		6973736	34 7
14	6459020		6591270		6721515		6849711		6975821	
15	6461240		6593458		6723668		6851830		6977905	
16	6463460		6595645	35 4	6725821		6853949		6979988	
17	6465679		6597831		6727973		6856067		6982071	
18	6467898		6600016		6730125		6858184		6984153	
19	6470116		6602201		6732276		6860301		6986235	
20	6472333		6604386		6734427	35 8	6862417		6988316	
21	6474550	35 9	6606570		6736577		6864533		6990596	
22	6476766		6608753		6738726		6866648	35 2	6992476	
23	6478982		6610936		6740875		6868762		6994555	
24	6481198		6613118		6743024		6870876		6996634	34 6
25	6483413		6615300		6745172		6872989		6998712	
26	6485628		6617431	36 3	6747319		6875102		7000789	
27	6487842		6619561		6749465		6877214		7002866	
28	6490056		6621841		6751611		6879325		7004942	
29	6492269		6624021		6753757		6881436		7007018	
30	6494480		6626200		6755902		6883545		7009093	
31	6496692		6628379		6758047	35 7	6885656		7011167	
32	6498903		6630557		6760191		6887765		7013241	
33	6501114	36 8	6632734		6762334		6889974	35 1	7015314	
34	6503324		6634911		6764477		6891982		7017387	34 5
35	6505533		6637087		6766619		6894089		7019459	
36	6507742		6639263		6768760		6895195		7021530	
37	6509950		6641438	36 2	6770901		6898302		7025601	
38	6512158		6643612		6773041		6900408		7025671	
39	6514365		6645786		6775181		6902513		7027741	
40	6516572		6647939		6777520		6904617		7029810	
41	6518778		6650132		6779459	35 6	6906721		7031879	
42	6520984		6652104		6781597		6908824		7033947	
43	6523189		6654476		6783734		6910927	35 0	7036014	
44	6525394	36 7	6656647		6785871		6913019		7038081	34 4
45	6527593		6658817		6788007		6915132		7040147	
46	6529801		6660987		6790143		6917232		7042213	
47	6532004		6663156		6792278		6919332		7044278	
48	6534106		6665325	36 1	6794413		6921432		7046342	
49	6536408		6667493		6796547		6923531		7048406	
50	6538609		6669561		6798681		6925630		7050469	
51	6540809		6671828		6800824	35 5	6927728		7052532	
52	6543009		6673994		6802946		6929825		7054594	
53	6545203		6676160		6805078		6931922	34 9	7056655	
54	6547407	36 6	6678326		6807209		6934018		7058716	34 3
55	6549606		6680491		6809340		6936114		7060776	
56	6551804		6682653		6811470		6938209		7062836	
57	6554001		6684818		6813599		6940303		7064895	
58	6556198		6686981		6815728		6942397		7069638	
59	6558394		6689144	36 0	6817856		6944491		7060911	
60	6560590		6691306		6819984		6946584		7071065	

G. m.	45 Sinus	portio uni 2 10	46 Sinus	portio uni 2 10	47 Sinus	portio uni 2 10	48 Sinus	portio uni 2 10	49 Sinus	portio uni 2 10
0	7071068	34 3	7193398	33 7	7313537	33 1	7431448	32 4	7347096	31 8
1	7073125		7195418		7315521		7433394		7549004	
2	7075181		7197438		7317504	33 0	7435339		7350911	
3	7077236		7199457		7319436		7437284		7552818	
4	7079291	34 2	7201476	33 6	7321468		7439229		7554724	
5	7081345		7203494		7323449		7441173		7556630	
6	7083399		7203511		7325429		7441116		7558535	32 7
7	7085452		7207527		7327409		7445058		7560439	
8	7087504		7209543		7329388		7447000		7562343	
9	7089556		7211559		7331367		7448941		7564246	
10	7091607		7213574		7333345		7450882	32 3	7566147	
11	7093658		7215588		7335322	32 9	7452822		7568050	
12	7095708		7217601		7337298		7454761		7569951	
13	7097757		7219614	33 5	7339274		7456699		7571851	
14	7099806	34 1	7221627		7341250		7458637		7573731	
15	7101854		7223639		7343225		7460574		7575650	32 6
16	7103902		7223651		7345199		7461511		7577548	
17	7105949		7227662		7347173		7464447		7579446	
18	7107993		7229672		7549145		7466382		7581343	
19	7110041		7231681		7351118		7468317	32 2	7583240	
20	7112086		7233539		7353090		7470251		7585136	
21	7114131		7235697		7355061	32 8	7472184		7587031	
22	7116175		7237704		7357051		7474117		7588925	
23	7118218		7239711	33 4	7359001		7476049		7590829	
24	7120261	34 0	7141718		7360970		7477981		7592713	
25	7122503		7241724		7362939		7479912		7594606	31 5
26	7124144		7245729		7364907		7431842		7596498	
27	7126383		7247733		7366874		7483771		7598389	
28	7128423		7249737		7368841		7435700	32 1	7600280	
29	7130465		7251741		7370807		7487629		7602170	
30	7132504		7253744		7372773		7489557		7604060	
31	7134543		7255746		7374738	32 7	7491484		7605949	
32	7136581		7257747		7375702		7493410		7607837	
33	7138618		7259743		7378666		7495336		7609725	
54	7140653	55 9	7161740	33 1	7380629		7497262		7611612	31 4
33	7142691		72?3742		7532592		7499187		7613498	
36	7144727		7265748		7384554		7501112		7615384	
37	7146762		7267746		7386515		7503034		7617269	
38	7148796		7269744		7388475		7504957	32 0	7619153	
39	7150830		7271741		7390455		7506879		7621037	
40	7152863		7273737		7392394		7508301		7622926	
41	7154895		7275733		7394353	32 6	7510722		7624802	
42	7156927		7277725	33 2	7396311		7512642		7626683	
45	7158958		7279722		7398268		7514561		7628564	31 3
44	7160989	33 8	7281716		7400225		7516480		7630445	
45	7163019		7283710		7402181		7518398		7632325	
46	7165049		7285703		7404137		7520316		7634204	
47	7167078		7287695		7406092		7522233	31 9	7636082	
48	7169106		7289687		7408046		7524149		7637960	
42	7171134		7291678		7410000		7526063		7639838	
50	7173161		7293668		7411953	32 5	7327980		7641715	
51	7175187		7295658		7413905		7529894		7643591	
52	7177213		7297647	33 1	7415856		7531808		7645466	
53	7179238		7299635		7417807		7533721		7647341	32 2
54	7181263	33 7	7501623		7419758		7535654		7649215	
55	7183287		7303610		7421708		7537546		7651088	
56	7185310		7305597		7423657		7519457	31 5	7652961	
57	7187333		7307383		7425605		7541367		7654833	
58	7189355		7309368		7427553		7543277		7656704	
59	7391377		7311553		7429501		7545257		7658575	
60	7193398		7313537		7451448	32 4	7547096		7660445	

G. m.	50 Sinus	portio unius 1 20	51 Sinus	portio unius 1 10	52 Sinus	portio unius 1 10	53 Sinus	portio unius 1 10	54 Sinus	portio unius 1 10
0	7660445	32 2	7771460	30 5	7880108	29 8	7986355	29 2	8090170	28 5
1	7662314		7773290		7881898		7988105		8091879	
2	7664185	32 2	7775120		7883688		7989855		8093588	
3	7666052		7776949		7885477		7991604	29 1	8095296	
4	7667919		7778777		7887266		7993332		8097004	
5	7669786		7780603		7889054		7995100		8098711	28 4
6	7671652		7782432	30 4	7890841		7996847		8100417	
7	7673517		7784258		7892627		7998593		8102122	
8	7675382		7786084		7894413		8000339		8104827	
9	7677246		7787909		7896198		8002084		8105531	
10	7679110		7789733		7897983	29 7	8003828		8107234	
11	7680973	32 0	7791557		7899767		8005572		8108936	
12	7682835		7793380		7901550		8007314	29 0	8110638	
13	7684687		7795202		7903333		8009056		8112339	
14	7686559		7797024		7905116		8010797		8114040	28 3
15	7688418		7798845	30 3	7906896		8012538		8115746	
16	7690278		7800665		7908676		8014278		8117439	
17	7692137		7802485		7910456		8016017		8119137	
18	7693995		7804303		7912235		8017756		8120835	
19	6795853		7806123		7914015	29 6	8019494		8122532	
20	7697710	30 9	7809942		7915792		8021232		8124129	
21	7699566		7809758		7917569		8022969	28 9	8125915	
22	7701422		7812574		7919345		8024705		8127620	28 2
23	7703277		7813390		7921121		8026440		8129314	
24	7705132		7813205		7922896		8028175		8131008	
25	7706986		7817020	30 2	7924671		8029909		8132701	
26	7708839		7818834		7926445		8031642		8134393	
27	7710692		7820647		7928118	29 5	8033375		8136084	
28	7712544		7822459		7929990		8035107		9137771	
29	7714395		7824271		7931762		8036838		8139469	
30	7716246	30 8	7826082		7933533		8038569	28 8	8141153	
31	7718096		7827892		7935303		8040299		8142844	28 2
32	7719945		7829762		7937073		8041018		8144532	
33	7721794		7831511		7938842		8043757		8146220	
34	7723642		7833330	30 1	7940611		8045485		8147907	
35	7725490		7835228		7942379		8047212		8149593	
36	7727337		7836955		7944146	29 4	8048938		8151278	
37	7729183		7838741		7945912		8050664		8152965	
38	7731028	30 7	7840547		7947678		8052389		8154647	
39	7732872		7842352		7949443		8054114	28 7	8156330	
40	7734716		7844157		7951208		8055838		8158013	28 0
41	7736559		7845962		7952972		8057561		8159695	
42	7738402		7847764	30 0	7954755		8059283		8161376	
43	7740244		7849566		7956497		8061005		8163057	
44	7742085		7851368		7958259		8062726		8164737	
45	7743926		7853169		7960020	29 3	8064446		8166416	
46	7745766		7854970		7961780		8066166		8168094	
47	7747606		7856770		7963540		8067885	28 6	8169772	
48	7749445	30 6	7858569		7965299		8069603		8171449	
49	7751283		7860368		7967057		8071321		8173126	27 9
50	7753121		7861166		7968815		8073038		8174802	
51	7754958		7863963	29 9	7970572		8074754		8176477	
52	7756794		7865759		7972328		8076470		8178151	
53	7758630		7867555		7974084		8078185		8179825	
54	7760465		7869350		7975838	29 2	8079899		8181408	
55	7762299		7871145		7977593		8081623		8183170	
56	7764132		7872939		7979347		8083326	28 5	8184841	
57	7763965	30 5	7874752		7981100		8085038		8186512	27 8
58	7767797		7876525		7982852		8086749		8188182	
59	7769629		7878317		7984604		8089460		8189852	
60	7771460		7880108	29 8	7986355		8090170		8192520	

G. m.	55 Sinus	portio unius 2 10	56 Sinus	portio unius 2 10	57 Sinus	portio unius 2 10	58 Sinus	portio unius 2 10	59 Sinus	portio unius 2 10
0	8191510	27 8	8290376	27 1	8386706	26 4	8480481	25 7	8571673	25 0
1	8193188		8291002		8388190		8482022		8573171	
2	8194855		8293628		8389873		8483562		8574668	24 9
3	8196522		8295255		8301456		8485102		8576164	
4	8198188		8296877		8393938		8486641		8577760	
5	8199854		8298501		8394619	26 3	8488180	25 6	8579155	
6	8201519	27 7	8300124	27 0	8396199		8489718		8580649	
7	8203183		8301746		8397778		8491255		8582142	
8	8204846		8303367		8399357		8492791		8583633	
9	8206508		8304987		8400935		8494326		8585127	
10	8208170		8306607		8402513		8495860		8586619	
11	8209832		8308226		8404090		8497394		8588110	24 8
12	8211491		8309844		8405666		8498927	25 5	8589600	
13	8213151		8311462		8407241		8500439		8591089	
14	8214810		8313079		8418816	26 2	8501991		8592977	
15	8216469	27 6	8314696	26 9	8410390		8503512		8594064	
16	8219127		8316312		8411963		8503052		8595351	
17	8219784		8317927		8413336		8506382		8597037	
18	8221440		8319541		8415108		8508212		8598523	
19	8223096		8321135		8416679		8509639		8600008	24 7
20	8224751		8322768		8418250		8511167		8601492	
21	8226405		8324380		8419820		8512694	25 4	8602975	
22	8228058		8325991		8421389	26 1	8514220		8604457	
23	8229711	27 3	8327602	26 8	8422957		8515745		8605939	
24	8231363		8329212		8424523		8517270		8607420	
25	8233015		8330822		8426092		8513794		8608901	
26	8234666		8332431		8427658		8520317		8610382	
27	8236316		8334039		8429223		8521839		8611860	24 6
28	8237965		8335646		8430783		8523361		8613358	
29	8239614		8337252		8452352		8524882	25 3	8624815	
30	8241262		8338838		8433925	26 0	8526402		8626292	
31	8242909		8340463	26 7	8433477		8527921		8617768	
32	8244556	27 4	8342067		8437039		8529440		8619243	
33	8245202		8343672		8438600		8530938		8620718	
34	8247847		8345274		8440161		8532476		7622192	
35	8249492		8346877		8441721		8533993		8623665	24 5
36	8231156		8348479		8443280		8533309		8627137	
37	8252779		8350080		8444838		8537024	25 2	8626608	
38	8254421		8351580		8446396		8538538		8628079	
39	8236062		8333279		8447953	25 9	8540052		8629549	
40	8237703	27 3	8334878	26 6	8449509		8541365		8631019	
41	8249543		8336476		8451064		8543077		8732488	
42	8260982		8338073		8432618		8544388		8633956	
43	8262621		8359670		8434172		8546096		8637423	24 4
44	8264259		8361266		8433725		8547609		8636889	
45	8265897		8362862		8437273		8549119		8638553	
46	8267534		8364457		8458830		8550628	25 1	8639810	
47	8269170		8366051		8460381		8552136		8641284	
48	8270806		8367644	26 5	8461932	25 8	8553643		8642748	
49	8272441	27 2	8369236		8463482		8555149		8644211	
50	8274073		8370828		8465031		8556655		8645675	
51	8275703		8372419		8466579		8558160		8647134	
52	8277340		8374009		8468126		8559664		8648595	34 3
53	8278972		8375599		8469673		8561163		8650055	
54	8280603		8377188		8472219		8562671	25 0	8651514	
55	8282234		8378756		8471765		8564173		8652973	
56	8283864		8380363		8474310	25 7	8565675		8654432	
57	8285493	27 1	8381950	26 4	8475854		8567176		8655888	
58	8287122		8383536		8477297		8568676		8657344	
59	8288749		8385121		8478939		8570175		8658793	
50	8290376		8386706		8480481		8571673		8660254	24' 2

G. m.	60 Sinus	portio unius 20	61 Sinus	portio unius 20	62 Sinus	portio unius 10	63 Sinus	portio unius 10	64 Sinus	portio unius 20
0	8660254	24 2	8746197	23 5	8829476	22 8	8910065	22 0	8987940	21 3
1	8662708		8747607		8830341	22 7	8911385		8989215	21 2
2	8663162		8749016		8852205		8912704		8990489	
3	8664615		8750425		8833569		8914023		8991762	
4	8666067		8751833		8834932		8915341		8993035	
5	8667518		8753240	23 4	8856295		8916659		8994307	
6	8668968		8754645		8837657		8917976	22 9	8995578	
7	8670417		8756051		8839018		8919292		8996848	
8	8671866	24 2	8757456		8840378		8920607		8998117	
9	8673314		8758360		8841737	22 6	8921921		8999586	21 2
10	8674762		8760263		8843095		8923234		9000654	
11	8676209		8761665		8844452		8924546		9001921	
12	8677655		8763068		8845809		8925858		9003287	
13	8679100		8764468	23 5	8847165		8927169	21 8	9004455	
14	8680544		8765863		8848521		8928479		9005718	
15	8681988		8767267		8849876		8929789		9006982	
16	8683431		8768667		8851230		8931098		9008245	
17	8684875	24 0	8670065		8852583		8932406		9009508	21 0
18	8686516		8771462		8352936	22 5	8933714		9010770	
19	8687757		8772859		8355288		8935021		9012052	
20	8689197		8774255		8356539		8936327		9013292	
21	8690636		8775650	23 2	8357939		8937632	21 7	9014552	
22	8692074		8777044		8359333		8958936		9015811	
23	8693512		8778437		3360637		8940240		9017069	
24	8694949		8789330		8362035		8941543		9018326	20 9
25	8696386	23 9	8781222		3363383		8942845		9019582	
26	8697822		8782613		8364730	22 4	8944146		9020838	
27	8699257		8784003		8366076		8945446		9022093	
28	8700691		8785895		8367421		8945745		9023347	
29	8702124		8786782		8363765		8948045		9024600	
30	8703557		8788171	23 1	8370108		8949344	21 6	9025853	
31	8704989		8789559		8371451		8950642		9027105	
32	8706420		8790945		8372793		8951939		9028336	20 8
33	8707851	23 8	8792332		8874134		8955235		9029606	
34	8709281		8793717		8875475	22 3	8954530		9030856	
35	8710720		8795102		8876815		8955824		9052105	
36	8712138		8796486		8878154		8957117		9053353	
37	8713565		8797869	23 0	8879492		8958410	21 5	9034600	
38	8714792		8799251		8880830		8959702		9035347	
39	8716418		8800633		8882167		8960994		9037093	
40	8717844		8802014		8883503		8962285		9038538	20 7
41	8719269	25 7	8803394		8884858	22 2	8903575		9039582	
42	8720695		8804773		8336172		8964364		9040825	
43	8722116		8306152		8887506		8966152		9042068	
44	8725538		8807530		8888839		8967440		9043310	
45	8724960		8808907	22 9	8890171		8968727	21 4	9044551	
46	8726381		8810284		8891502		8969013		9045791	
47	8727801		8811659		8892833		8971299		9047051	
48	8729221		8813034		8894163		8972584		9048270	20 6
49	8750640	25 6	8814408		8895492		8973868		9049508	
50	8732058		8815783		8896821	22 1	8975151		9050746	
51	8735475		8817155		8898149		8976435		9051983	
52	8734891		8818527		8899476		8977715		9053219	
53	8736307		8319898	22 8	8900802		8978996	21 3	9054454	
54	8737722		8821268		8902127		8980276		9055688	
55	8759137		8822638		8903452		8981555		9056922	
56	8730552		8824007		8904776		8982833		9058155	20 5
57	8741964	23 5	8825375		8906099		8984111		9059387	
58	8743376		8826743		8907422	22 0	8985388		9060618	
59	8744787		8828110		8908744		8986664		9061848	
60	8746197		8829476		8910065		8987940		9063078	

G. m.	65 Sinus	portio unius 2 10	66 Sinus	portio unius 2 10	67 Sinus	portio unius 2 20	68 Sinus	portio unius 2 10	69 Sinus	portio unius 2 10
0	9053075	20 5	9133455	19 7	9205049	18 9	9271839	18 2	9335804	17 4
1	9064307		9136638		9206185		9272928	18 1	9336846	
2	9065535		9137820		9207321		9274017		9337887	
3	9066763		9139001		9208456		9275105		9338928	17 3
4	9067990	20 4	9140181		9209390		9276191		9339968	
5	9069216		9141361		9210723		9277278		9341007	
6	9070441		9142540	19 6	9211853		9278363		9342045	
7	9071665		9143718		9212986		9279448		9343082	
8	9072889		9144893		9214117	18 8	9280532		9344119	
9	9074112		9146072		9215247		9281615	18 0	9345155	
19	9075334		9147248		9216376		9282697		9346190	17 2
11	6076555	10 3	9148423		9217504		9283778		9347224	
12	9077775		9149597		9218631		9284859		9348357	
13	9078995		9150770		9219758		9285939		9349289	
14	9080214		9151943	19 3	9220884		9287018		9350321	
15	9081432		9153115		9222010		9288096		9351352	
16	9082649		9134286		9223135	18 7	9289173		9352382	
17	9083866		9155457		9224259		9290250	17 9	9353411	
18	9085082		9156627		9225382		9291316		9354440	17 1
19	9086297		9157796		9226504		9292401		9355468	
20	9087312	20 2	9158964		9227625		9293476		9356495	
21	9088726		9160131	19 4	9228746		9294550		9357522	
22	9089939		9161297		9229866		9295623		9358546	
23	9091131		9162463		9230985	18 6	9296695		9359571	
24	9092362		9163628		9232103		9297766	17 8	9360595	
25	9093572		9164792		9233220		9298836		9362618	17 0
26	9094781		9165955		9234337		9299905		9362640	
27	9095990	20 1	9167117		9235451		9300974		9363662	
28	9097198		9168279		9236568		9302042		9364683	
29	9098405		9169440		9237682		9303109		9365703	
30	9099618		9170601	19 5	9238795		9304176		9366722	
31	9100819		9171761		9239903	18 5	9305242		9367740	
32	9102024		9172920		9241020		9306307	17 7	9368758	
33	9103228		9174078		9242131		9307371		9369775	16 9
34	9134432		9175235		9243242		9308434		9370791	
55	9105635	20 0	9176391		9244352		9309497		9371806	
36	9106837		9177547		9243461		9310559		9372820	
37	9103058		9178701	19 2	9246569		9311620		9373834	
38	9109238		9179856		9147676	18 4	9312680		9374847	
39	9110438		9181009		9148782		9313739		9375859	
40	9111637		9182161		9249888		9314798	17 6	9376870	16 8
41	9112835		9183313		9250993		9315856		9377880	
42	9114022		9184464		9252097		9316913		9378889	
43	9115229	19 9	9185614		9353200		9317969		9379898	
44	9116423		9186763		9254303		9319024		9380906	
45	9117620		9187912	19 1	9255405		9320079		9381913	
45	9118814		9189060		9256306	18 3	9321133		9382919	
47	9120007		9190207		9257606		9322186	17 5	9383925	
48	9121200		9191353		9258706		9323238		9384930	16 7
49	9122392		9192499		9259805		9324290		9385934	
50	9123584		9193644		9260903		9325342		9386937	
51	9124775	19 8	9194788		9262000		9326391		9387939	
52	9125965		9195931	19 0	9263096		9327440		9388941	
53	9127154		9197073		9264191		9328488		9389942	
54	9128342		9198215		9265287	18 1	9329535		9390942	
55	9129529		9199356		9266381		9330582	17 4	9391941	
56	6130716		9200496		9267474		9331628		9391940	16 6
57	9131902		9201635		9268566		9332673		9393638	
58	9133087	19 7	9202774		9269658		9333717		9394935	
59	9134271		9203912		9270749		9334761		9395931	
60	9135455		9205049	18 9	9271839		9335804		9396926	

G. m.	70 Sinus	portio uni9 2 10	71 Sinus	portio uni9 2 10	72 Sinus	portio uni9 2 10	73 Sinus	portio uni9 2 10	74 Sinus	portio unius 2 10
0	9396926	16 6	9455186	15 8	9510565	15 0	9563048	14 2	9612617	13 4
1	9397921		9456133		9511464		9563898		9613418	
2	9398913		9457079		9512362		9564747		9614219	13 3
3	9399908	16 5	9458024	15 7	9513259	14 9	9565596	14 1	9615019	
4	9400900		9458968		9514155		9566444		9615818	
5	9401891		9459911		9515050		9567291		9616616	
6	9402882		9460854		9515944		9568137		9617413	
7	9403872		9461796		9516838		9568982		9618209	
8	9404861		9462737		9517731		9569826		9619005	
9	9405849		9463677		9518623		9570670		9619800	13 2
10	9406836	16 4	9464616		9519514	14 8	9571513	14 0	9620094	
11	9407822		9465555	15 6	9520404		9572355		9621387	
12	9408808		9466493		9521294		9573196		9622179	
13	9409793		9467430		9522183		9574036		9622971	
14	9410777		9468366		9523071		9574875		9623762	
15	9411760		9469301		9523958		9575714		9624552	
16	9412742		9470236		9524844		9576552		9625341	13 1
17	9413724		9471170		9525730		9577389	13 9	9626129	
18	9414705	16 3	9472103	15 5	9526615	14 7	9578225		9626917	
19	9415683		9473035		9527499		9579061		9627704	
20	9416665		9473967		9528382		9579896		9628490	
21	9417644		9474898		9529264		9580730		9629275	
22	9418622		9475828		9530146		9581563		9630059	
23	9419599		9476757		9531027		9582395		9630843	
24	9420575		9477685		9531907		9583226		9631626	13 0
25	9421550		9478612		9532786	14 6	9584057	13 8	9632408	
26	9422525	16 2	9479539	15 4	9533664		9584887		9633189	
27	9423499		9480465		9534541		9585716		9633969	
28	9424472		9481390		9535418		9586544		9634748	
29	9425444		9482314		9536294		9587371		9635527	
30	9426415		9483237		9537169		9588197		9636305	
31	9427386		9484160		9538043		9589023		9637082	12 9
32	9428356		9485082		9538917		9589848	13 7	9637858	
33	9429325	16 1	9486003	15 3	9539790	14 5	9590672		9638633	
34	9430293		9486923		9540662		9591495		9639408	
35	9431260		9487842		9541533		9592318		9640182	
36	9432227		9488761		9542403		9593140		9640955	
37	9433193		9489679		9543272		9593961		9641727	
38	9434159		9490596		9544141		9594781		9642498	12 8
39	9435122		9491512		9545009		9595600		9643268	
40	9436085		9492427	15 2	9545876	14 4	9596419	13 6	9644038	
41	9437048	16 0	9493341		9546742		9597237		9644807	
42	9438010		9494255		9547607		9598054		9645375	
43	9438971		9495168		9548472		9598870		9646341	
44	9439931		9496080		9549336		9599685		9647108	
45	9440890		9496991		9550199		9600499		9647873	
46	9441849		9497902		9551061		9601313		9648638	12 7
47	9442807		9498812		9551922		9602126	13 5	9649402	
48	9443764	15 9	9499721	15 1	9552783	14 3	9602939		9650165	
49	9444720		9500629		9553643		9603749		9650927	
50	9445676		9501536		9554502		9604559		9651689	
51	9446631		9502443		9555360		9605368		9652450	
52	9447585		9503349		9556217		9606177		9653210	
53	9448538		9504254		9557074		9606985		9653969	12 6
54	9449490		9505158		9557930		9607792	13 4	9654727	
55	9450441		9506061	15 0	9558785	14 2	9608598		9655484	
56	9451392	15 8	9506963		9559639		9609403		9656240	
57	9452342		9507865		9560492		9610208		9656996	
58	9453291		9508766		9561345		9611012		9657751	
59	9454239		9509666		9562197		9611815		9658505	
60	9455186		9510565		9563048		9612617		9659268	

G. m.	75 Sinus	portio unius 10	76 Sinus	portio unius 10	77 Sinus	portio unius 10	78 Sinus	portio unius 10	79 Sinus	portio unius 10
0	9659258	12 6	9702957	11 7	9743700	10 9	9781476	10 2	9816272	9 3
1	9660011	12 5	9703660		9744355		9782080		9816827	9 2
2	9660763		9704363		9745008		9782684		9817381	
3	9661514		9705065		9745660		9783287	10 0	9817934	
4	9662264		9705766		9746312		9783889		9818486	
5	9663013		9706466		9746963	10 8	9784490		9819037	
6	9663761		9707165	11 6	9747613		9785090		9819587	
7	9664508		9707863		9748262		9785689		9820137	
8	9665255	12 4	9708561		9748910		9786288		9820686	9
9	9666001		9709258		9749557		9786886		9821234	
10	9666746		9709954		9750203		9787483	9 9	9821781	
11	9667490		9710649		9750849		9788079		9822327	
12	9668233		9711343		9751494	10 7	9788674		9822872	
13	9668976		9712036		9752138		9789268		9823417	
14	9669718		9712729	11 5	9752781		9789861		9823961	
15	9670459	12 3	9713421		9753423		9790453		9824504	9 6
16	9671199		9714112		9754065		9791045		9825046	
17	9671938		9714802		9754706		9791638	9 8	9825587	
18	9672677		9715492		9755346		9792228		9826128	
19	9673415		9716180		9755985	10 6	9792818		9826668	
20	9674152		9716868		9756623		9793407		9827207	
21	9674888		9717555	11 4	9757260		9793995		9827745	
22	9675623	12 2	9718241		9757897		9794582		9828282	8 9
23	9676357		9718926		9758533		9795168		9828818	
24	9677091		9719610		9759168		9795753	9 7	9829354	
25	9677824		9720294		9759801		9796337		9829889	
26	9678556		9720977		9760435	10 5	9796921		9830423	
27	9679287		9721659		9761067		9797504		9830956	
28	9680017		9722340	11 3	9761699		9798086		9831488	
29	9680747		9723020		9762330		9798667		9832019	8 8
30	9681476	12 1	9723699		9762960		9799247		9832549	
31	9682204		9724378		9763589		9799827		9833079	
32	9682931		9725056		9764217		9800406	9 6	9833608	
33	9683657		9725733		9764845		9800984		9834136	
34	9684383		9726409		9765472	10 4	9801561		9834663	
35	9685108		9727085		9766098		9802137		9835189	
36	9685832		9727760	11 2	9766723		9802712		9835714	
37	9686555	12 0	9728434		9767347		9803287		9836239	8 7
38	9687277		9729107		9767970		9803861		9836763	
39	9687998		9729779		9768593		9804434	9 5	9837286	
40	9688719		9730450		9769215		9805006		9837808	
41	9689439		9731120		9769836	10 3	9805577		9838329	
42	9690158		9731789		9770456		9806147		9838850	
43	9690876		9732458	11 1	9771075		9806716		9839370	
44	9691593	11 9	9733126		9771693		9807285		9839889	8 6
45	9692309		9733793		9772311		9807853		9840407	
46	9693025		9734459		9772928		9808420	9 4	9840924	
47	9693740		9735124		9773544		9808986		9841440	
48	9694454		9735789		9774159	10 2	9809551		9841956	
49	9695167		9736453		9774773		9810116		9842471	
50	9695879		9737116	11 0	9775387		9810680		9842985	
51	9696590		9737778		9776000		9811243		9843498	8 5
52	9697301	11 8	9738439		9776612		9811805		9844010	
53	9698011		9739099		9777223		9812366	9 3	9844522	
54	9698720		9739759		9777833		9812926		9845032	
55	9699428		9740418		9778442	10 1	9813486		9845541	
56	9700135		9741076		9779050		9814045		9846051	
57	9700842		9741733	10 9	9779658		9814603		9846559	
58	9701548		9742389		9780265		9815160		9847066	8 4
59	9702253	11 7	9743045		9780871		9815716		9847572	
60	9702957		9743700		9781476		9816272		9848078	

G. m.	80 Sinus	portio unis 2 10	81 Sinus	portio unis 2 10	82 Sinus	portio unis 2 10	83 Sinus	portio unis 2 10	84 Sinus	portio unis 2 10
0	9848078	8 4	9876383	7 6	9902681	6 7	9925461	5 9	9945219	5 2
1	9848583		9877338		9903085		9925816		9945523	
2	9849087		9877791		9903489		9926169		9945826	5 0
3	9849590		9878245	7 5	9903892		9926521		9946128	
4	9850091		9876978		9904194		9926873		9946429	
5	9850593	4 3	9879148		9904695		9927214	5 8	9946729	
6	9851093		9879598		9905095		9927574		9947028	
7	9851593		9380048		9905494	6 6	9927923		9947327	
8	9852091		9880497		9905893		9928171		9947625	
9	9852590		9880945		9906291		9628618		9947912	4 9
10	9853087		9881391	7 4	9906683		9928965		9948118	
11	9853583		9881838		9907084		9929311		9948513	
12	9854079		9882283		9907479		9929656	5 7	9948807	
13	9854574	9 1	9882728		9907873		9930000		9949100	
14	9855068		9883172		9908266		9930343		9949393	
15	9855561		9883615		9908659	6 5	9930683		9949685	
16	9856053		9884057		9909051		9931026		9949976	4 8
17	9856544		9884498	7 3	9909442		9931367		9950266	
18	9857035		9884938		9909831		9931707		9950555	
19	9857525		9885373		9910221		9932046	5 6	9950844	
20	9858014	8 1	9885817		9910610		9032384		9951132	
21	9858502		9886255		9910998		9932721		9951419	
22	9858989		9886692		9911385	6 4	9933057		9951705	
23	9859475		9887128		9911771		9933393		9951990	4 7
24	9859961		9887564		0912156		9933728		9952274	
25	9860446		9887999	7 2	9912540		9934062		9952557	
26	9860930		9888433		9912923		9934395	5 5	9952840	
27	9861413	8 0	9888866		9913306		9934727		9953122	
28	9861895		9889298		9913688		9935058		9953403	
29	9862376		9889729		9914069	6 3	9935389		9953683	
30	9862856		9890159		9914449		9635719		9953962	4 6
31	9863336		9890588		9914828		9936048		9954240	
32	9863815		9891017	7 1	9915206		9936376		9954518	
33	9864293		9891445		9915584		9936703	5 4	9954795	
34	9864770	7 9	9891872		9915961		9937029		9955071	
35	9865246		9892298		9916337		9937355		9955346	
36	9865722		9892723		9916712	6 2	9937680		9955610	
37	9866197		9893147		9917086		9938004		9955893	4 5
38	9866671		9893571		9917459		9938327		9956165	
39	9867144		9893994	7 0	9917832		9938649		9956437	
40	9867616		9894416		9918204		9938970	5 3	9956708	
41	9868087	7 8	9894837		9918575		9939190		9956978	
42	9868557		9895257		9918945		9939509		9957147	
43	9869017		9895677		9919314	6 1	9939918		9957515	
44	9869496		9896096		9919682		9940246		9957782	
45	9869964		9896514		9920049		9940563		9958049	4 4
46	9870431		9896931	6 9	9910416		9940879		9958315	
47	9870897		9897347		9920781		9941194		9958580	
48	9871362	7 7	9897762		9925147	6 0	9941509	5 1	9958844	
49	9871827		9898177		9921511		9941823		9959107	
50	9872291		9898501		9921874		9942136		9959370	
51	9872754		9899004		9022236		9942448		9959631	
52	9873216		9899416		9922598		9942759		9959893	4 3
53	9873677		9899817	6 8	9922959		9943069		9960153	
54	9874137		9900137		9923319		9943379		9960411	
55	9874597		9000646		9923678		9943688	5 1	9960670	
56	9875036	7 6	9901055		9924036		9941996		9960927	
57	9875514		9901463		9924393		9943303		9961183	
58	9875971		9901870		9924750	5 9	9943609		9961438	
59	9876427		9902276		9925106		9944914		9961693	4 2
60	9876883		9902681	6 7	9925461		9945219		9961947	

G. m.	85 Sinus	portio unius 10	86 Sinus	portio unius 10	87 Sinus	portio unius 10	88 Sinus	portio unius 10	89 Sinus	portio unius 10
0	9961947	4 2	9975040	3 4	9980495	2 5	9993908	2 7	9998477	0 8
1	9962200		9975843		9986447		9994009		9998527	
2	9962452		9976045		9986598		9994109		9998576	
3	9962703		9976246	3 3	9986748		9994208		9998625	
4	9962954		9976446		9986897		9994307	1 6	9998673	
5	9963204		9976643		9987945		9994405		9998720	
6	9963453	4 1	9976841		9987193		9994502		9998766	
7	9963701		9977040		9987340	2 4	9994598		9998811	0 7
8	9963948		9977237		9987486		9994693		9998855	
9	9964194		9977433		9987631		9994787		9998899	
10	9964440		9977628	3 2	9987775		9994881		9998942	
11	9964685		9977822		9987918		9994974	1 5	9998984	
12	9964929		9978015		9988061		9995066		9999025	
13	9965172	4 0	9978207		9988203		9995157		9999065	
14	9965414		9978398		9988344	2 3	9995247		9999104	
15	9965653		9978589		9988484		9995336		9999143	0 6
16	9965895		9978779		9988623		9995424		9999181	
17	9966135		9978968	3 2	9988761		9995512		9999218	
18	9966374		9979156		9988899		9995599	1 4	9999254	
19	9966612		9979343		9989036		9995685		9999289	
20	9966849	3 9	9979530		9989172		9995770		9999323	
21	9967085		9979716		9989307	2 2	9995854		9999356	
22	9967320		9979901		9989441		9995937		9999389	0 5
23	9967555		9980085		9989574		9996019		9999421	
24	9967789		9980268	3 0	9989706		9996101		9999452	
25	9968022		9980450		9989837		9996182	2 3	9999482	
26	9968254		9980631		9989968		9996262		9999511	
27	9968485	3 8	9980811		9990098		9996341		9999539	
28	9968715		9980991		9990227	2 2	9996419		9999566	
29	9968944		9981170		9990355		9996496		9999593	0 4
30	9969173		9981348		9990482		9996573		9999619	
31	9969401		9981525	2 9	9990608		9996649		9999644	
32	9969628		9981701		9990732		9996724	1 1	9999668	
33	9969854		9981877		9990859		9996798		9999691	
34	9970079		9982052		9990983		9996872		9999713	
35	9970304	3 7	9982226		9991106	2 0	9996945		9999735	
36	9970528		9982399		9991228		9997014		9999756	0 3
37	9970751		9982571		9991349		9997085		9999776	
38	9970973		9982742	2 8	9991470		9997155		9999795	
39	9971194		9982912		9991590		9997224	1 1	9999813	
40	9971414		9983082		9991770		9997292		9999830	
41	9971633	3 6	9983251		9991827		9997359		9999846	
42	9971851		9983419		9991944	1 9	9997425		9999862	
43	9972069		9983586		9992060		9997491		9999877	0 2
44	9972286		9983752		9992175		9997556		9999891	
45	9972502		9983917	2 7	9992290		9997620		9999904	
46	9972717		9984081		9992404		9997683	1 0	9999916	
47	9972931		9984245		9992517		9997745		9999927	
48	9973145		9984408		9992629		9997806		9999938	
49	9973358	3 5	9984570		9992740	1 8	9997867		9999948	
50	9973570		9984731		9992850		9997927		9999957	0 2
51	9973781		9984891		9992960		9997986		9999965	
52	9973991		9985050		9993069		9998044		9999972	
53	9974200		9985209	2 6	9993177		9998101	0 9	9999978	
54	9974408		9985367		9993284		9998157		9999984	
55	9974615		9985524		9993390		9998212		9999989	
56	9974822	3 4	9985680		9993495	1 7	9998267		9999993	
57	9975028		9985835		9993599		9998321		9999996	0 [illegible]
58	9975233		9985989		9993703		9998374		9999998	
59	9975437		9986141		9993806		9998426		9999999	
60	9975640		9986295	2 5	9993908		9998477	0 8	10000000	0 [illegible]

FINIS.



PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM ET GEOMETRICORVM SECTIONES SEPTEM,

IN QVIBVS EVIdentissimis demonstrationibus explicatur, qua ratione tota μετεωροσκοπικῆς disciplina intelligi & vsus præstantissimus in explorandis omnibus apparentiis, quæ in cœlesti regione mundi quocunque tempore conspiciuntur, qui ab artificibus antehac per fabrefacta maximis sumptibus ac difficillima organa absoluebatur, nunc solius Quadrantis Geometrici officio & expeditiùs & eadem certitudine perfici possit: Item quomodo iuxta opticam rationem exquisitæ variarum ac multiplicium magnitudinum dimensiones, vel citra omnem calculi vsum facillimè expediri queant: Præterea quæ sint rationes librationum in ducendis aquis ex suis fontibus etiam per plures montes interpositos in inferiora quæuis constituta loca: Totum insuper artificium eiaculandi sphæras è tormentis ex quocunque situ in præfixos scopos ex primis fundamentis extructum: Denique multiplices Geographicarum obseruationum modi proponuntur, quorum immensus ac certissimus est vsus, tam peregrinantibus per ignota regionum loca, quàm nauigantibus in Oceano.

Omnia nunc recens conscripta in communem gratiam studiosorum Matheseos, & in lucem edita.

Autore

DANIELE SANTBECH NOVIOMAGO.

BASILEAE,

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM. M. D. LXI.

CLARISSIMO VIRO NOBILITATE STEMMATIS ET VIRTVTE PRAESTANTI, DOmino Ioanni Ludouico à Vvindeck, Domino in Ortenavv, Biel, veteri & nouo Vvindeck Mecœnati suo obseruando, Daniel Santbech S. D.



IN HAC *turbulenta & furiosa mundi senecta, ut ardens odio Dei hostis diabolus atrocius grassatur in genere humano, quàm ullo unquam tempore ab orbe condito, ita multiplicatis corruptelis atq; crescentibus petulantia & quiduis audendi libidine, languidiores fiunt animorum inclinationes & motus ad uirtutis ac sapientiæ studium, atq; maioribus quotidie incrementis stabilitur perniciosus contemptus optimarum rerum, quas Deus in usum facultatum humanæ naturæ condidit, ut nimirum ex uigilanti contemplatione, quæ sunt in opificio mundi, dispositionis & ornatus una cum intelligentia causarum opificis sapientiam ac bonitatem ratiocinantes gratis & pijs mentibus ipsum reuereamur. Nec sanè finem hominis alium licet constituere, cum Deus imaginem suam in mente humana expresserit, quàm ut diuinæ particeps intelligentiæ reuerenter aspiciat operum ipsius ordinatam constitutionem, pulchritudinem & effectus, atq; congruentem ad operationes secundum exquisitam iustitiæ normam absoluendas, habitum sibi comparet, ut sic ipsi opifici, quãtum fieri potest, assimiletur ac uniatur. Huiuscemodi mentis constitutio illustrior & efficacior erat in primis parentibus ante lapsum: in quibus splendebant euidentius diuinæ sapientiæ σφραγῖδες. At postquàm diabolus ἐπιχαιρεκακίᾳ inflammatus genus humanum à tam illustri statu seductum in præcipitium malorum omnium & extremæ perniciei deuoluit, ingressa est in mentes turbida caligo & cæca rerum optimarum ignorantia, secuti sunt motus affectuum à rectæ rationis iudicio abhorrentium, per quos extincta lux est dilectionis Dei & uoluntariæ obedientiæ. Itaq; factum est, ut tanquam laxatis frenis mentes cæco impetu in quoduis malum ruentes ab omni actione diuinæ ordinationi congruenti abhorrerent. Ac nisi opifex naturæ misertus humanæ calamitatis in qualemcunq; integritatem rationis iudicium restituisset, tota lux diuinæ sapientiæ in homine sepulta & extincta perijsset. Hanc tantam corruptelam & horribilem perturbationem imaginis Dei ab uno homine tanquàm exitiali fonte in totam posteritatem deriuatam ac transfusam esse, tum Sacræ literæ testantur, tum omnium temporum experimenta, præcipuè uerò huius calamitosæ mundi senectæ nimis euidenter loquuntur. Et si enim omnibus temporibus horribili furore & atra mendacium opinionum caligine mentes humanas infatuatas & excæcatas ad turbulentos motus excitandos impulerit diabolus, tamen nunc res ipsa apertißimè loquitur, rerum humanarum statũ multò miserabilius in extremam ruinam inclinare. Contra tam pestiferam humano generi calamitatem, quæ furioso impetu ab intelligentia diuinæ mentis abstractos & auulsos in extremam perniciem præcipitat, cum Sapientißimus opifex sui operis destructionem & interitum non uelit, & iudicium rationis in aliquam lucem restituit, & illustria testimonia in Ecclesia patefecit, quæ non solùm cõmunis & generalis miseriæ fontem ostendunt: uerumetiam quomodo ex infimis & densißimis tenebris emergere atq; ex diaboli uinculis, quibus etsi excæcatus φιλαυτίᾳ totus mundus sese minimè implicatum sentiat, tamen arctißimè constrictus in medijs sordibus iacet, expeditè solutos euadere liceat, euidenter nobis ante oculos constituunt. Igitur in prima quidem mundi ætate & ærumnæ fuerunt, & organa sua instruxit diabolus ad disturbandum rerum ordinem diuinitus constitutum, sed tamen in calamitosum statum, qualis in hac effœta senecta cernitur, res humanæ nondum erant deuolutæ. Cum enim Deus promißione salutis mentes primorum parentum ad sese ac suam lucem reuocasset, plurimorum obedientia factum est, ut discussa diabolicarum præstigiarum caligine in agnitionem impressæ diuinitus sibi imaginis restituti, facultates sibi insitas in contemplatione dispositionis ac ornatus rerum conditarum promptius & facilius explicarent. Itaq; primùm diligentia summa ac industria notabant umbrarum metas ac interualla, Solis, Lunæ, stellarumq; inerrantium ortus & occasus, dierum item incrementorũ & defectuum uarietatem. Atq; sic intentis oculis mundi opificium perlustrantes, cum ordinatione summa & congruentißima harmonia singulas partes inter se connexas & extructas obseruarent, ueritatis inde agnitionis ac sensum diuinæ intelligentiæ percipientes, ad normam iustitiæ accommodatiores edebant operationes. Cuius rei sanè illustria sunt testimonia, quòd scientia de motibus corporum cœlestium in Aegypto circiter duo milia annorum à Ioseph usq; ad Ptolemæum propagata sit. Crescente mundi ætate, præsertim legis tempore multiplicatæ sunt molitionibus diabolicis tetriores in genere humano corruptelæ, paulatim extincta est omnino in plurium animis tot ingruentibus falsarum opinionum tenebris, nata linguarum multitudine & dispersis per totum orbem nationibus, si aliqua saltem remanserat scintilla intelligentiæ de uero Deo. Quanquam igitur horribili turpitudine deformata tunc esset imago Dei in maxima multitudine generis humani, tamen*

nondum erant motus tam pestilentes, nec tanta res omnes mendacijs inuoluendi licentia diabolo, quanta est in hac stulta & furiosa mundi senecta. Certum est enim plurimorum animos legis Deo autore constitutæ ui ac terrore à furiosa peccandi licentia absterritos, præsertim pœnis atrocissimè ante oculos præfixis, & magis iudicio rationis obtemperasse, & euidentius qualemcunq; diuinæ sapientiæ lucem aspexisse, nec paucos fuisse qui abstersa diabolicaruum opinionum caligine, illustriore intelligentiæ Dei ac operum ipsius splendore illuminati, & aliorum emendarent errores, & uitæ actiones ad regulam iustitiæ exquisitius flecterent, ac temperarent. Huiuscemodi morum gubernationem ac operum cõstitutionem aliquo modo floruisse in populo, quem Deus sibi peculiariter elegit, Sacræ literæ nobis attestantur. Cæterùm si ueritatis simplicissimæ normam secuti etiam aliarum gentium mores & res gestas examinemus, insuper quales de Deo & natura notiones ac sententias habuerint exclusis cæcorum affectuum tenebris expendamus, certò certius constabit, nondum rationis iudicium in tanta parte generis humani diabolicis furoribus tam miserabiliter excæcatum, nec ita uiolenter auulsum & abstractũ ab intelligentia iustitiæ & rectarum actionum obedientia, ut in hac turpi & insana mundi senecta fieri uidemus. Præterquàm enim quòd in mentibus omnium inscripta esset lex naturæ, etsi hanc in plurimis obnubilaret, & cæcæ caligini inuolueret peccati & affectuum corruptelis hostis diabolus, cuius intelligentia quænam actiones iustitiæ congruerent, & quæ à rectitudine abhorrerent, non difficulter iudicare potuerint, multa præstantissima Deus excitauit ingenia, in quibus præter communes notiones legis natæ splendidiorem accendit lucem, quæ non solùm cognitionem uirtutis in externis moribus & operationibus ac politica rerum gubernatione procrearet, uerumetiam secretiores naturæ proprietates ac facultates, præsertim elementorum, animantium, stirpium, & plantarũ: deinde opificij mundi, ac stellarum patefaceret. Quarum pulcherrimarum rerum uigilanti consideratione & admirandi ordinis intelligentia non difficulter ratiocinati sunt, sapientissimũ ac optimum quendam opificem esse, cuius nutu ac prouidentia ordinati rerum omnium ortus, incrementa, progressiones, status & uicissitudines gubernẽtur. Hac ratione consecuti sunt non tantùm, ut facilius & exquisitius rectæ rationis imperio, uoluntatis inclinationem ad corruptorum affectuum prauitatem refrenandam & operationes uirtuti congruentes efficiendas subijcerent, uerumetiam illustriorem de Deo & prouidentia cognitionem perciperent quàm plurimi illorum, qui longo tempore surdis auribus externam legis promulgationem hauserunt; id quod non inficiaturos mihi existimo, qui sincero ueritatis studio Socratis, Platonis, Mercurij Trismegisti, Plotini, & aliorum de Deo & uirtute sententias expenderint. In gubernatione rerum publicarum, & iudicijs, non solùm intelligentia ueritatis illustrior erat, & iusti ordinis constitutio firmior, obseruatioq; strictior, uerumetiam atrociores pœnæ, quarum perterrefacti metu, qui publicæ utilitatis conditiones labefactare, ac neruos bonarum constitutionum inciderent, aut mores uitæ priuatæ in summam dissolutionem & petulantiam effundere conarentur, tanquam uinculis constricti à perniciosis molitionibus abstinebant. Vt interim taceam, quanto excellentior ingeniorum uis fuerit in omni maximarum rerum administratione, uidelicet eloquentiæ & strategematum: quanto maior fortitudo in repellendis patriæ periculis, cum pro aris & focis alacrius ac ardentius cum hoste confligerent, & extrema discrimina subirent, quàm in hac mundi senecta fieri posset. Nec dubium est, quin rationis imperium magis præualuerit cæcis affectibus & stultis cupiditatibus, etsi ueri ignorantia Dei plurimorum animos occuparet, quàm in hac uitiosissima senecta mundi. At nunc, ut tandem ueniamus ad calamitosum, decrepitum, delirum & corruptissimum hoc mundi senium, in quo sanè quoquò te uertas, præter turbulentam mendacium opinionum caliginem, præter cæcos ac furiosos impetus, quibus non solùm singularum uniuscuiusq; actionum (ut ex effectis luce clarius conspicitur) consilia corrumpuntur, uerumetiam in rebus ad publicam gubernationem pertinentibus totum de ueritate iudicium, & iusti ordinis constitutio planè inuertitur, ac disturbatur: an non quicquid unquam in genere humano ab orbe condito natum est corruptelæ, quicquid uitiosissimæ & pestilentis consuetudinis inuectum est, quicquid deliriorum, somniorum, phantasmatum, & execrabilium mendaciorum autore diabolo procreatum, & longè lateq; sparsum ac dissipatum est, in hæc postrema temporũ, tanquàm ab exhausto fonte simul præcipitatum ac profusum sit, diligentius expendant mecum ueritatis amantes. Certo certius est, in quibus uel minima luceat ueritatis scintilla, confessuros omnes imaginem Dei, tam tetra & horribili turpitudine in mentibus plurimorum hominum, nunc temporis esse deformatam & destructam, ut quemadmodum ueritatis quidam insignis testis conqueritur, ipsi homines non solùm à Deo & creatore suo multis periurijs, & intolerabili perfidia uariè implicati, sed etiam à seipsis penitus, omniq; rationis compote natura defecerint, adeò ut nec quicquam (si dicere fas est) amplius hominis præter externam corporis speciem, eamq; ipsorum culpa plurimum deformatam, multisq; membris captam, & inutilem redditam obtineant. Hîc uerò nobis furioso clamore obstrepent laruati ueritatis testes & doctores, hanc tam atrocem accusationem, nũc temporis iniquè institui, cum diuino auspicio patefactis diaboli præstigijs, & detecto falsarum opinionum prætextu, lucidissima Euangelij flamma sparsa sit per totum ferè orbem, adeò ut maxima multitudo generis humani pestilentibus liberata erroribus, non solùm ueritatem agnoscat, uerumetiam in

certam

certam salutis uiam restituta sit, quinetiam ingenuarum artium, ac totius Philosophiæ fontes à barbariei & deliriorum sordibus, quibus inuoluti multis retro seculis erant, repurgati, & in integrum restituti sint, ut sane nunc appareat ueritatis lumen euidentius quàm ullo unquam tempore ab orbe condito. At si nobis uerum fateri licet, id quod experientia quotidiana luce clarius nobis ante oculos ostendit usq; adeo, ut ferè tactus sensum non fallat, certè euidentius est quàm ut negari possit: & si multiplices corruptelæ, & præstigiosæ execrandorum cultuum operationes diaboli instinctu sub religionis prætextu introductæ, plurimis in locis, Deo uicißitudines & successus rerum ita ordinante, sint è medio sublatæ: quinetiam superstitiosa deliramenta de fucatæ religionis opinionibus in mentibus plurimorum hominum extincta externi uerbi denunciatione: tamen res ipsa manifestißimè loquitur, interiorem fontem malorum omnium, qui est in mente sincerè ab omni uiciositate, turpitudine, præstigiosa caligine & cupiditate deliriorum, superstitionum, & horribilium mendaciorum: præterea corruptißimorum & execrandorum affectuum, quibus tanquam frenis in transuersum aguntur furiosi animi, ac rapiuntur in exitialem uoraginem omnium scelerum & abominandarum operationum, nondum quod in primis fieri necessarium erat, si locus aliquis ueritati admitteretur, purgatum esse & ablutum, ac in integrum restitutum. Certè si quis ueritatis flagret studio, & mentis aciem rectè huc intenderit, protinus agnoscet illud Ezechielis, ruinosum parietem extrinsecus inutili cæmento, non expletis eius internis, quas egit, rimis, ab illis nunc temporis oblimiri, qui currunt antequam uocati sint diuinitus. Ex huiuscemodi fonte tam pestilenti & exitiali, quid in uitæ priuatæ mores & institutionem, quid in omnia rerum agendarum consilia, quid in maximarum rerum gubernationem defluat, expendant illi, in quibus iudicium rationis tenebricosis præualet, & imperat affectibus. Itaq; mirum uideri non debet, quòd nunc infinita multitudo furiosorum hominum, stultis & fanaticis opinionibus corrupta, Deum, honestas de uita humana institutiones, doctrinarum studia, & omnia Christianæ societatis uincula Cyclopico contemptu aspernentur. Multos nimis anxia cura uictus, multos perniciosæ uoluptates, & plus me Sardanapali, multos auaritiæ sordes, multos ambitiosa imperandi libido, & πολυπραγμοσύνη ab agnitione sui, & inquisitione optimarum rerum, quarum nobis considerationem Deus cõmendauit, auulsos & abstractos in exitium præcipitant. At hæc etsi non mediocri dolore Christianum pectus afficiant, & reuera sint exitiosæ pestes humanæ salutis: tamen atrociores sunt hostes, qui cum rerum ueritatem instructi auctoritate profiteri uideantur, tamen excæcati, & mente corrupti, sanctimoniæ prætextu etiam simpliciores, qui aliquo ueritatis tanguntur studio, & emicantem lucem è longinquo aspiciunt, à recto itinere longißimè seductos in præcipitium malorum omnium, & extremæ perniciei unà secum deuoluunt. Etsi autem tam horrendo furore grassetur in genere humano hostis diabolus, tamen mirabili Dei prouidentia & auxilio inter hos motus & fluctus tam turbulentos, quassata fluctuat & uoluitur uera Ecclesiæ cymba, tãquàm in sæuissima tempestate. Quòd autem in hac extrema & languida senecta tanto cũ splendore & admiratione omnium Deus ex infimis quasi tenebris doctrinarum omnium, hoc est, totius Philosophiæ fontes multis retro seculis, tot spinis, tot deliriis, tot mendaciis, tam monstrosa & præstigiosa perturbatione obrutos, inuolutos & sepultos in tam claram lucem restituerit, ut non mediocris multitudo præstantißimorum ingeniorum magno ad discendum ardore accensa, incredibile dictu quanta breui tempore sapientia rerum omnium instructa floruerit, ac etiamnum floreat, maximum certè Dei beneficium agnoscendum, & gratitudine commemorationis celebrandum est. Voluit enim Deus mirabili consilio non dico languentes & sopitos humanarum mentium sensus, sed planè suffocatos, sepultos & extinctos, tam ignoratione sui, quàm fœda & multiplici diuturni temporis barbarie, & fanaticorum deliriorum portentis, partim gloriæ, partim ueritatis stimulis excitatos ad inuestigationem rerum & sapientiæ acrius impellere, non tantum ut in genuinũ usum humanæ naturæ facultates aliquo modo restitueret, sed etiam, ut apertis oculis luce clarius intuerentur homines, quanta cum turpitudine à rationis participe natura ad deformitatem brutam & beluinam defecerint ac degenerarint: utq; ostenderet rerum humanarum euentus, non à cæca & bruta fortuna aut casu uolui & iactari, sed à mente intelligente, iusta & potenti, constituto ordine gubernari, quæ aliquando iusto iudicio monstrosas deliriorum & mendaciorum corruptelas à constantis & immotæ ueritatis integritate & splendore secernere, & secretas abolere flammis constituerit. Magna sunt profectò diuinæ prouidentiæ testimonia, & reuera [illegible], hanc rerum naturam non ex Democriti atomis temerè conflatam, nec miserabilem rerum omnium deprauationem perpetuò duraturam, sed aliquando diabolicæ licentiæ iniectis frenis secuturam tranquillitatem, & restitutionem naturæ in facultatem earum operationum, quæ diuinæ congruunt ordinationi, admirandæ uicißitudines multiplicium euentuum, quæ inciderunt in hæc postrema tempora. Sed hæc non considerant aut expendunt diabolicis phantasmatis obstupefactæ mentes. Cum igitur in summa & tenebricosa barbarie, qua occupatus erat totus mundus, non multo ante hæc tempora paulatim melioris eruditionis lux emicaret, non tam rationis iudicium secuti, quàm admiratione rerum incognitarum perculsi & stupefacti, qui doctos fouere possent uiri principes & locupletes, ac spe gloriæ accensi, ut nominis sui celeberrimam & immortalem cõmendationem orbi & posteritati testatam re-

linquerent, multorum studia liberalissimè aluerunt. Itaq; factum est, ut excitata spe melioris fortunæ, iuxta illud, τιμὰ δὲ τὰ πράγματα ἀρίστα ποιεῖ, plurimorum ingenia, cum neruos omnes certatim intenderent in rerum optimarum, hoc est, Philosophiæ studijs, dictu mirum quanto cum successu perscrutantes omnes humanæ sapientiæ fontes, & sese & principes illustrarint. Nihil tam arduum & difficile inuentu est, quod tanto ardore accensa ingenia intentatum reliquerint, quod non summa industria, & Herculeis sudoribus peruestigatum, perlustratum, ad unguem excussum & examinatum in lucem emiserint. Pulcherrima ueterum autorum monumenta partim uetustate diuturni temporis, quo cum blattis & tineis rixabantur, partim describentium ignoratione & fœda negligentia plurimis in locis turpissimè corrupta & mutilata, deniq; barbarorum hominum delirijs & sordibus contaminata, quæ statim uel melioris indolis ingenia inexplicabili difficultate confusa & perturbata, à lectione tanquam ab inaccesso scopulo absterruissent, tanta uigilantia peruestigata, tanta iudicij acrimonia examinata, & singula ferè in integrũ restituta sunt, ut quid desiderari posset amplius, uix inuenias. Quid dicam de nouis & admirandis difficillimarum & pulcherrimarum rerum inuentionibus, quibus hæc tempora non minimo cum splendore floruerunt? Singula hic commemorare & percensere, non est huius temporis aut instituti. Quid est ergo, dicat aliquis, cur tanta atrocitate, quicquid unquam fuerit diabolicis molitionibus excitatum turbulentiæ, quicquid stabilitum deprauatissimæ consuetudinis, quicquid sparsum calumniarum & infinitorum mendaciorũ, quicquid stultorum affectuum rationis iudicium in rebus omnibus corruperit ac disturbarit, deniq; non solùm fontem, sed terrificum chaos malorum omnium nos in hæc postrema tempora delirantis mundi senectæ quasi conuolutum in eandem massam & conglobatum præcipitemus. Equidem, ut rem ipsam intelligant bonæ mentes, ita sentimus congruenter uaticinijs prophetarum, & infallibili ac sanè nimium euidenti experientiæ, cum in primis statim temporibus à statu eius facultatis, cuius participatione & ἐνεργείᾳ ad similitudinem Dei, quæ perfectam cum eo cõmunionem efficit, continuis incrementis proficeret, diaboli astu præcipitatus sit homo, etsi rationis iudicium non prorsus obrui & extingui passus sit Deus, tamen multiplicatas esse diuturnitate temporis miserabiliores in genere humano corruptelas & calamitates, quibus in his extremis temporibus tanquam aggrauata malorum omnium concurrente multitudine effœta senectute, natura non solùm imbecilliores aduersus furiosos impetus stultorum affectuum pugnandi inclinationes & uires obtineat, uerumetiam perplexa & fœda falsarum opinionum cæcitate perturbata, & blandientis irretita uinculis peccati ab omni sana recordatione opificis & liberatoris Dei, & eiusdem operum inspectione uigilantiore abstracta, atq; in tetram seruitutem diabolicarum molitionum redacta, in extremam ruinam iamiam inclinet. Quum enim fons ipse in mentibus plurimorum hominum continuato & irremisso influxu diabolicorum instinctuum, corruptissimorũ affectuum, & abhorrentium à rectæ rationis sinceritate cupiditatum tam tetra & horribili μεταμορφώσει, omni genuina facultate exhausta perturbatus, & ad summum uiciatus sit, ut non opificium aliquod naturæ, sed monstrosum potius & portentosum quoddam diaboli chaos confusum aspicias: cur mirum uideretur, quicquid inde consiliorum, quicquid operationum in tota uita profundatur, quin per se turbulentum, & stultum sit, ac penitus ab ordinata diuinæ prouidentiæ constitutione abhorreat? Videamus igitur quidnam lux illa tam splendida omnis generis eruditionis, Deo autore, in his postremis temporibus accensa, & per totum ferè orbem sparsa, in maxima multitudine generis humani effecerit, quomodo natiuam & imis infixam medullis pestem uitiorum omnium expurgarit, ac sustulerit. Certè, si licet ex congruentissimis & maximè euidentibus effectis certas causas ratiocinari, exclamabunt omnes, qui non prorsus deploratæ mentis sunt, id reuera hic contigisse, quod sæpenumero in lethalibus morbis accidere solet, nimirum ut etiam efficacissima & præstantissima pharmaca, ab imperitis & stolidis medicis infusa ægrotantibus, non solùm laborantis naturæ uires non refocillent, iisq; succurrant, uerumetiam præualente morbi malignitate deuicta, corrupta & in uenenum conuersa, si quæ supersint in corpore facultates, obrutas & suffocatas funditus extinguant. An non experientia nobis clarissimè attestatur, si modò oculis ad uidendum instructi sumus, non paucos ex his, qui excellenti doctrina fuerũt exculti, omnino abhorrentes à patefactæ ueritatis splendore corruptelas defendisse ac disseminasse, atq; prorsus alienas, distortas & deprauatas non solùm ab omni immotæ iusticiæ rectitudine, uerùmetiam à cõmunis sensus coarguente integritate operationes edidisse. Quàm sit igitur periculosa possessio literarum & sapientiæ, si non ex imo pectore innatum & incoctum uirus diabolicæ pestilentiæ, & uitiorum omnium colluuiei radicitus expurgatum, præcipitatum & contritum fuerit, si non flagret in mente perpetuò ardentissimum constantis & immotæ ueritatis studium facilè intelligunt omnes, qui non sunt prorsus excæcati. Nunc si uigilantiore mente exploremus illorum consilia, & integriore iudicio ad normam iusticiæ expendamus, qui his temporibus aliquorum studia priuatis sumptibus iuuerunt, aut eruditis præmia laborum, non uirtutis largiti sunt, certè ferè quotquot sunt, omnes non tam eruditionis amore huc extimulatos, quàm inexplebili quadam inanis, & mox perituræ gloriæ siti tortos esse, res ipsa loquetur apertissimè. Quàm solidum ergo fructum sapientiæ hinc perceperint, euidentissimè testantur, plurimorum stultæ, turbulentæ & perniciosæ

rebus

rebus publicis, & toti hominum generi molitiones, quibus non tantum libertatis ius in locis non paucis sublatum & extinctum est, uerumetiam præter attritas & euacuatas subditorum facultates non parum innoxij sanguinis est effusum, & constitutiones rerumpublicarum stabilitæ non tam seruiles quàm sordidæ, & pijs hominibus periculosæ, atq; pugnantes ex diametro cum legitimo iustitiæ ordine, & priuatorum moribus pestiferæ. Qualis autem fuerit in plerisq;, qui erga doctos liberalitatem exercuerunt, uirtutis & literarum admiratio, quibus tamen ne pilo quidem meliores facti sunt, ostendit illa fluctuans, & ad quamuis auram mobilis opinionum uanitas, quibus factum est, ut quantum gloriæ & splendoris antea eruditioni accreuerat, in tam calamitosum & miserabilem statum, ne dicam in extremum contemptum, nunc deuoluta sit. Tanta est rerum humanarum constantia, ut quæ paulo antè in summum fastigium stulta mortalium admiratione ex infimis tenebris sublatæ & euectæ erant literæ, nunc iisdem fastidiosa satietate & tædio correptis, cum paulatim, quo illæ sustentarentur, fundamentum labasceret, quasi leuißimo occurrentis uenti impulsu excussæ statim à culmine in præcipitium extremæ calamitatis sternantur. Itaq; fit, ut nunc temopris unaquæq; pars Philosophiæ, quo diuinior, quo magis abstrusa & remota sit à craßis illis sensibus, qui nobis cum brutis animãtibus sunt cõmunes, quo secretiores naturæ facultates ratione diuinitus insita nostris mentibus inuestiget, euidentiùs explicet & sub aspectũ constituat, quo illustriorem de prouidentia Dei certitudinem in animis nostris accendat, quo in splendidiorem nostri cognitionem nosmetipsos è medijs sordibus paulisper seuocatos inducat, eò certè neglectior imò magis aspernabilis reddatur, & cultores sui non solùm in contemptiorem, sed etiam in sordidiorem uitæ statum, quàm sit cerdonum aut tonsorum, tanquam ab equis ad asinos præcipitet. Illa duntaxat eruditionis particula, ex qua dolosi spes affulget nummi, ut lucri bonus est odor ex re qualibet, qualemcunq; apud tetram illam bestiam multorum capitum & eusdem gubernatores existimationem retinet, ac proinde plurium ad se discentium conatus allicit. Etenim si uerum liceat citra periculum fateri, quàm nunc sint frigidi & languentes in maxima multitudine nostri temporis gubernatorum conatus in conseruatione rerum optimarum, quarum diuinitus sibi curam esse commendatam stultitia intolerabili uitiati non agnoscunt, & quàm ignaui incorruptæ sint executores iustitiæ cum multiplicibus experimentis exempla quotidie apertißimè loquuntur, tum ueris gemitibus id deplorant omnes pij. Maximis nunc temporis stipendijs & incredibili sumptu aluntur, in summo pretio habentur, in sinu fouentur, tanquam catelli Melitæi, mimi scurræ, & reuera asini ad lyram. Quid si nunc uiuat Democritus, qui perpetuo risu pulmonem agitare solebat, in quos cachinnos solutum iri existimamus? Quid si execrandas & planè detestabiles nostræ senectæ corruptelas intueatur Heraclitus, unde ille oculis sufficeret humor? Cur ergo mirum uideatur, si aliquæ bonæ mentes præsagiant, tam deplorato rerum humanarum statu persistente imò quotidie rem in deterius labente breui futurum, ut in pristinas tenebras reuoluatur totus mundus, hoc est, ut exoriatur iterum Barbarica uastitas & Cyclopicus literarum omnium contemptus? Brutum & insanum uulgus hominum iam olim ex toto pectore, si aliqua saltem illuxerat in eo melioris rationis scintilla, omnium rerum ueritatis amorem radicitus exturbauit, totum submersum in medijs sordibus beluinæ uoluptatis & libidinis iacet, adeò ut nunc ferè conclamatum sit. Igitur in quantis periculis deploratißimo huius furiosæ mundi senectæ tempore uersentur etiam melioris notæ homines, ne præstigiosa falsarum opinionum caligine inuoluti & circumuenti incommune exitium ab ijs, etiam quibuscum necessariò uiuendum est, uiolenter abstracti præcipites, unà cum omni organis diaboli irruant, quæ dispensationis rerum & humanorum euentuum obseruatione, & intelligentia Dei operum assequendorum collustratæ & instructæ sunt mentes, tanquàm in clara luce perspicacißimè intuentur. Et si autem per me facilè intelligam dementatas & infatuatas Cyclopicis furoribus naturas, quarum aures, instar aspidis incantatoris uocem audientis, ad omnem de ueritatis explicatione cõmemorationem obsurdescunt, nec Deo opifice, nec operum ipsius consideratione moueri, quin potius ita præfractas in atris mendaciorum sordibus & tenebris persistere, ut nullam ueritatis scintillam intueri uelint, nec nostra querela, & certò certius iamiam imminentis ceruicibus omnium periculi aperta testificatione, uel minimũ ab innata & in immensum crescente in imo pectore cæcitate deflecti posse, tamen ingenia non prorsus deplorata & mentes non omnino distortas, deprauatas & inutiles omni ueritatis intelligentiæ nostra admonitione ad qualemcunq; sui agnitionem trahi posse arbitramur. Hæ igitur primum cogitent, in quantis periculis uersentur, quæ singulis ferè momẽtis diabolicis molitionibus per organa ad hoc instructa toti humano generi intentantur, (Hac profectò eò formidabiliora esse, quò difficilius præsenti tempore intelligi & minus sentiri possunt facilè agnoscunt omnes sapientes) ac sese erigant in sanam recordationem liberatoris Dei, qui & lenire mala, & in ueram sui agnitionem abstersa diabolicarum præstigiarum caligine, ne cum maxima furiosorum hominum multitudine in perpetuum corruant exitiũ, ipsum toto pectore sitientes inducere uult & potest. Atq; hic in primis necesse est, ut horribilem turpitudinem diabolicis furoribus stultis cupiditatibus & mendacium opinionum tenebris deprauatæ & ferè extinctæ imaginis Dei in se quisq; agnoscens, ac pœnitudine ductus toto & ardenti pectore ad intelligentiam ueri-

tatis, iustitiæ, ipsumq́; harum inhaustum fontem Deum summum bonum & absolutæ potentiæ mentem omnes animi sui facultates conuertat, & tanquam in certißimum scopum & unicum salutis portum dirigat. Etenim stultus, est inutilis, & nosmetipsos in extremam perniciem præcipitans, tam humanæ mentis facultatum in studijs doctrinarum & consilijs instituendis quàm corporis uirium & actionum in omnibus totius uitæ negocijs usus, si non excusso diabolicæ seruitutis iugo, & exclusis mendaciorum tenebris, animi nostri absoluta incolumitas, & certißima salus inde consequatur. Cum ergo non sint in eum finem humanæ naturæ facultates à Deo opifice extructæ ut inutili, fœdo & turpi ocio debilitatæ elanguescant & quasi intereant, nec ut abhorrentibus à diuinæ prouidentiæ ordinatione actionibus inseruiant & incumbant, sed ut eum fructum adferant, ad quem in prima statim creatione destinatæ sunt, facilè intelligent illustratæ mentes, ueritatis & sapientiæ Dei radiante lumine, duplicem in sese uim & motum esse, cuius una pars in ratione & cognitione, altera in appetitu & actione sit constituta. Itaq; legitimum Diuinæ iustitiæ ordinem exposcere, ut quantum fieri potest, utranq; uim in breuißimo huius mortalis uitæ curriculo explicent, atq; in apertum proferant. Meminerint igitur, quicunq; sese in eam integritatem restitutos esse sentiunt, quam Deus in hac uita concedere dignatur, ut suæ uocationis summam rationem habentes, pulcherrimam rerum conditarum constitutionem, dispositionem, & ornatum non cæcis oculis aspectantes, ueritatis inde agnitionis atq; diuinæ sensum intelligentiæ haurientes ordinatam quoq; uniuersi designationem & gubernationem imitantes congruentium diuinæ iustitiæ operationum motum & habitum firmum in sese deriuent, minimeq́; cum belua plurimorum capitum corruptißimarum opinionum uanitatem sequantur. Nos certè uarios & multiplices consiliorum actionumq́; euentus expendentes, cum ueritatis incorruptum studium ac testimonium, quantum à Deo nobis quidem concessum est, scienter, beneuolè, syncerè & intrepidè profiteri conemur, hanc querelam de cõmuni & generali humanæ naturæ corruptela, quæ in dies Diabolicis molitionibus crescens in immensum diffunditur, contexuimus, ut eius agnitione & recta intelligentia, qui non sunt omnino exitiali cæcitate corrupti, in rectam uiam restituantur, & facultates in se à Diuina mente architectatrice conditas & à sordibus mendaciorum expurgatas in certum, genuinum & legitimum usum, qui congruat ordinationi opificis, summa cum uigilantia referre studeant. Vtq́; nostram hac in re uoluntatem & synceram ueritatis professionem certiori argumento deprehendant omnes, nunc amicorum quorundam & sapientiæ studiosorum hominum auctoritate, ac precibus impulsi nostras qualescunq; lucubrationes partim experimentis obseruationum partim ratiocinatione, quantum fieri potuit in breuißimo temporis spatio studiosè collectas in cõmunem gratiam amantium eius disciplinæ, quæ rationes inuestigat opificij mundi, ueram intelligentiam diuinorum operum, & secretiores quorundam in rebus humanis euentuum causas non facilè à quolibet intellectas clarißimè non ignauis consideratoribus ante oculos constituit, in lucem emittimus. Atq; ut rem ipsam penitius introspiciant harum rerum studiosi homines, altius hic quædam repetenda uidentur de generali constitutione & usu disciplinarum, potißimum uerò Mathematicarum, de quibus in præsenti opere tractationem instituimus, ut recto ueroq; iudicio quidnam sentiendum sit de his, quem fructum hinc expectare, & in quem scopum neruos suos intendere debeant, euidenter constituere, rationemq́; expeditè & sapienter reddere poßint. Igitur cum omnes conatus, omniaq́; in tota uita bene constitutæ mentis studia in eum finem tendere debeant, ut indè legitimi & constantis alicuius boni certa effectio ueraq; constitutio exoriatur, certum est cum communi intelligentia anticipataq; notione etiam consentiente Platonis sententia, quod in artibus grata de Deo fama sparsa sit, earum studium & usum tum utilißimum tum omnibus ueritatem amantibus maximopere & reuerenter cõmendatum esse debere. Itaq; certo certius id statuant, id ratum firmumq́; habeant, quotquot sunt legitimi ueritatis studiosi, artes esse præstantißima Dei dona, & illustria rerum optimarum ornamenta, quæ humano generi & utilißimæ sunt & necessariæ, quæ à brutis animantibus secretam rationis participem naturam ad absolutionem integritatis, qua diuinæ intelligentiæ capaces efficimur, plurimum iuuant ac promouent, quæ suffultam solido & immoto fundamento certitudinem de Deo & prouidentia in animis hominum stabiliunt, easq́; propterea toto pectore amplectendas. Nunc autem reliquis omißis, de ijs quæ potißimum ad præsens institutum pertinent, nimirum Mathematicis, quæ numerorum, proportionis, Geometricorum schematum proprietates, & pulcherrimam de mundi opificio ac corporum cœlestium motu considerationem complectuntur, paucis agamus. In confesso est apud omnes legitimè Philosophantes attestante etiam Claudio Ptolemæo in nulla cognitione ac institutione rerum, quæ sub humanum intellectum cadunt, maiorem, firmiorem, ac euidentiorem ueritatis certitudinem quàm in sola Mathesi inueniri posse. Etenim, ut eruditè loquitur Ptolemæus, hæc sola considerat res perpetuas & semper eodem modo se habentes. hæc & certò comprehendi potest sine confusione & quod proprium est scientiæ, semper eadem ratione constituta est. Itaq; sapienter hinc ratiocinatur quòd hæc & alijs Philosophiæ partibus, uidelicet Theologiæ & Physicæ conducat: illi quidem, quia de immota & secreta ui æterna facilius coniecturis ratiocinari potest ex uicinitate accidentium, nempe ex cõtinuatis motibus, quibus perpetuò uoluuntur orbes cœlestes ab omni corruptione alieni.

Huic

Huic uerò, quia eius substantiæ, quæ ex materia conflata est, proprietas generaliter ex motu locali exploratur, ita res illæ quæ sub corruptione cadunt, & eiusdem sunt expertes hinc deprehenduntur, quòd illarum motus sit rectus, harum uerò circularis. Sic grauitatis & leuitatis, actionis item & paßionis differentiæ ex hoc colliguntur, quòd corpus uel ad medium, uel à medio moueatur. Quantum præterea momenti adferat ad mores ritè formandos hinc agnosci potest, quia cum ex similitudine, quæ apparet in rebus diuinis, recta constitutione, congruentia, & sine contumacia obedientia perspicaciores nos reddat, etiam amorem accendit sequendæ huius diuinæ pulchritudinis, assuefaciens & tanquam inflans ad similem animæ constitutionem amplectendam. Hæc est sententia summi artificis Ptolemæi, quam nos hic paulò copiosius & explicatius euoluemus, ut singularum partium Diuinæ Matheseos usum ac pulchritudinem euidentiùs perspicientes studiosi ardentiori ad discendum amore inflammentur. Quanta sit præstantia & quàm immensus usus numerorum scientiæ in tota humana uel nobis tacentibus experientia quotidiana loquitur apertißimè, ut facilè norunt mercatores, rei metallicæ, & bellicæ gubernatores, œconomi & alij multi. Inter omnes rerum cognitiones nulla est humanæ menti magis insita, innata & propria quàm subtilior hæc de numeris doctrina, quæ fons est & inchoatio ratiocinationis uniuersæ, quæ primum distinguit unum & multum, eaq; discernit qua luce potißimum differunt homines à brutis animantibus. Multum hac utimur in Physicis, multum in Historijs. Qualis esset confusio rerum humanarũ, quanta perturbatio si non præterita annorum spacia, quorum series numerorum adminiculo collecta est & annotata, mente complecteremur. Primus est ingressus ad præclarißimam Philosophiæ partem, quæ est de motibus corporum cœlestium numerorum intelligentia. Hæc discrimina proportionum, quæ sunt in concentibus Musicis, in ponderibus & mensuris euidentißimè antè oculos explicata constituit. Hæc ita certa sunt & indubitata, ut nemo qui rationis participe facultate sit instructus, negare ausit. At de usu & utilitate, quæ nascitur ex intelligentia proprietatis schematum Geometricorum plurimorum corruptißimas opiniones, easq; ex rerum ignorantia aut stulta iudicandi temeritate ortas & profectas esse uidemus. Ita enim fieri solet, ut qui ueram causarum inuestigationem stolidè aspernantur, tam abhorrentia à rerum ueritate deliramenta sibi imaginentur, & impudentißimæ cæcitatis ignorantiæq; suæ mendacia in apertum proferre non dubitent. Quotusquisq; enim inuenitur nunc temporis, qui non cum erecto supercilio & ridiculo stolidorum hominum applausu de rebus sibi ignotißimis iudicium uendicet, & tanquam asinus Cumanus prominentibus auribus sub Leonis exuuio in publicum prosiliat. Vt igitur intelligant omnes ueritatis studiosi, quomodo legitimè de constitutione rerum sentiendum sit, neq; cum cæcis perpetuò tãquam in tenebris palpitent, nouerint de figuris Geometricis reuera id statuendum esse, quod uulgò iactatum prouerbium de Sileno Alcibiadis habet. Nam si quis illotis pedibus huc irrumpens figuras Geometricas prima fronte intueatur, nihil aliud profectò existimabit, quàm picturas esse ex somnijs anilibus conflatas: at si apertis oculis & in lucem ueritatis intentis demonstrationum stupendam certitudinem inuestiget, incredibilem earundem usum, qui ex ratiocinationibus multipliciter contextis colligitur & secretißimarum in rebus tam naturalibus quàm artificiosis causarũ intelligentiam percipiet. Quid inutilius magisq; despicabile Triangulorum tam multiplici textura, quid puerilius quàm tot circulorum præstigiosa difficillimarum ἀποδείξεων, ut quidam somniant, structura, si duntaxat in cortice & exteriore superficie hæreas, nec ad interiorem lucem usus, qui in rebus cœlestibus & publicis sese profert ingenij acumine penetres! Ratiocinationes quæ in texendis demonstrationibus usurpantur, ex primis cõmunibus ac euidentißimis cõmuni sensui notionibus fundamentum iaciunt, sed paulatim continuato progressu cum tam abstrusam & remotam à sensibus rerum scientiam ascendunt, ut non assuefactas laboriosæ ueritatis inuestigationi mentes perplexas difficultate & perturbatas omnino à lectione repellant, & abijciant, eas uerò quæ flagranti intelligentiæ amore labores non refugiunt, sed neruos omnes certatim intendunt sensum deuictis molestijs in optatam metam constituunt. Necessarius est usus scientiæ mensurarum in Architectonica, in librationibus ponderum & aquarum & in dimensionibus uasorum, quæ sanè nisi Geometricorum elementorum certitudine perspecta & constituta inuoluisset, nihil quod tutò sequereris extaret. Præstantißima Philosophiæ pars est, quæ de motibus corporum cœlestium infallibilium scientiam extruxit, quæ ratos & admirandos stellarum cursus obseruationibus instrumentorum explorantos ingeniosis hominibus patefecit. Vulgus hominum, ut stupidum, rerum omnium ignarum & exiguo discrimine differens à brutis animantibus, quæ uentri duntaxat inseruiunt, miratur Eclipsium prædictiones, quæ artificum industria factæ etiam post remotißima temporum spacia summa cum omnium admiratione congruunt experientiæ, non solum in magnitudine obscurationis, sed etiam in designatis scrupulorum temporis momentis, duratione & certo locorum situ. Ad pulcherrimam harum rerum scientiam omnino exclusus erat aditus, nisi schematum Geometricorum esset perspecta proprietas & intellectus usus. Primum instrumentorum nulla esset certa structura aut compositio, quibus [illegible] uocatæ ab artificibus absoluuntur, si non explorata esset exquisitis demonstrationibus sphærici corporis dispositio, proprietas, ac reuera admirandum artificium, de primi motus ratione non extaret certa cognitio, quæ tamen simplicißima

uideri posset. Qualis esset intelligentia de uaria ac multiplici ortus, occasus, & progreßionis stellarum ratione in diuersis sphæræ inclinationibus? Quænam extaret certitudo eorum temporum, quibus singuli planetarum non solùm sui cursus periodum absoluunt, sed etiam quibus solis radios ingrediuntur, alij duntaxat in occidente, alij tam in oriente quàm occidente, quibus item exeunt, quibus consistere, quibus retrogredi, quibus celeriore motu progredi solent? Sublato fundamento Geometricarũ ἀποδείξεων tota corruet Astronomices scientia, nulla erit exquisita totius terræ situs nedum particularium regionum descriptio, nullæ certæ dimensiones agrorum, superficierum, longitudinum, latitudinum, aut quorumuis locorum profunditatum. Omnia si enarrare conemur, in immensum sese nostra effundet oratio. Quare diligentiùs secum expendant studiosi iuuenes quàm sit immensus & incredibilis usus Geometriæ, cum Plato attestetur duas alas numerorum & figurarum scientias adnexas esse humanæ menti, quæ eam in cœlum usq; subuehant. Nos sanè his rationibus permoti & impulsi id potißimum operam dedimus in nostris lucubrationibus, ut aliquanto explicatius & euidentiùs ante oculos constitutas haberent studiosi demonstrationes Geometricas atq; earundem multiplicem usum in rebus cœlestibus, publicis & priuatis. At nunc de ipsa Astronomice potißimum quædam dicenda uidentur, in qua sanè maximè sunt illustria diuinæ prouidentiæ testimonia, quæ apertè loquuntur hoc mundi opificium, ac totam rerum naturam summo planeq; stupendo artificio à conditore sapiente, iusto, benefico, & potenti, quiq; legitimum in administratione ordinem exequatur, extructum esse. Cur igitur pigeat oculos nostros, quos Plato nobis in eum finem potißimum ab opifice datos esse uult ad tanti opificij uigilantem contemplationem & autoris Dei gratam recordationem attollere? Sapienter & eleganter hac de re cecinit reuerendus & piæ memoriæ præceptor Philippus Melanchton hoc carmine, quod ideo lubet hic adscribere, ut studiosi quotidie instar oraculi meminerint.

οὐχ᾽ ἄτερ βουλῆς τυφλῇ τύχῃ αἰθέρος αὐγὴ
 καὶ τάξις κόσμου ἥδε πέφυκε καλή,
διαδηλεῖν δὲ σοφὸν γνωρίζειν τέκτονα τέχνη,
 δείκνυσι καὶ κτίστην τὸν προνοοῦντα θεόν,
ἀθρῆσ᾽ οὖν ἐκέλευσεν ἐν οὐρανῷ ἀστερόεντι
 φωστήρων ὁ θεὸς λαμπάδας ἠδὲ δρόμους
καὶ γνῶναι πλάσαντα τὰ αὐτοῦ ἔργα ἰδόντας
 καὶ αὐτὸν τιμᾶν εὐσεβέουσι φρεσίν,
ὃς γένος ἀνθρώπων, ὡς σκηνὴν οἰκοδομήσας
 βάθρον ὑπὲρ γαίας τὸν κύκλον οὐράνιον
τέρματα ἐνθ᾽ ἄστρων ἴτος τ᾽ ἀκίνητα χάραξε,
 καὶ θάλπει γαῖαν φέγγει ζωογόνῳ.
ἔνθα καὶ ἀντέλλων ἀκρονύκτιος ἄγγελος ὄμβρων
 αὐτίκα ἐρχομένου ἦρος ὁ ἀρκτοφύλαξ.
τὸν χειμῶνα δ᾽ ἄγει στιβαρῇ δύσις ὠρίωνος,
 Ἑλλάδι ὃς σοφίην τὴν δ᾽ ἔδειξε πάλαι
ἠδὲ διδασκαλίας αὐτολῆς οὖν ἄξια δῶν
 καὶ καλῆς ἀρετῆς ὠφέλιμος μελέτη.

Quis igitur non sentiat illos ab humana natura conditioneq; sponte sua delapsos longè infra brutam & beluinam deformitatem degenerasse, qui rerum fluxarum & contemptißimarum in hac uita excæcati & obstupefacti amore nulla tam admirandi ornatus rerum omnium à Deo opifice conditarum admiratione excitantur, nullaq; penitus consideratione delectantur? Nos sanè id ratum firmumq; habemus, si quid aliud sit in rerum natura, cuius aspectione mens humana oblectari, oculorum usus recreari & contemplatione ad certiorem opificis agnitionem pertingere poßit, profectò hæc scintillantia in cœlo lumina esse, quorum splendor in oculos ita incurrit, ut suauißima oblectatione intuitus ac considerationis ipsam mentem quasi extra se raptam & uinculis corporeis solutam in cœlum tollere uideatur. Hæc uerò, ut illustria & reuera magna sunt, ita neceßitas & usus huius præstantißimæ disciplinæ diligentiùs etiam considerari debent, quæ tanta certitudine patefacit mirificum ordinem cursuum Solis & Lunæ, distinctã uicißitudinẽ quatuor anni temporum, ad generationem & corruptionem rerum naturalium accõmodatam, item causas & differentias incrementorum dierum & noctium eorundemq; defectuum. Maximus est usus & toti humano generi necessarius exquisitißimæ dimensionis eius temporis, quo Sol in Ecliptica sui cursus periodum absoluit, ut hinc patefacta certa anni quantitate mensium ac dierum discrimina constituantur, ut etiam euidenti Sacræ scripturæ testimonio innotescit: Erunt in signa tempora & annos. Quòd si harum rerum cognitio tota caligine inuoluta & sepulta iaceret, quanta perturbatio temporum in contractibus, & publicis negocijs

gocijs

gocijs exoriretur, quantæ essent tenebræ in omnibus historijs, tum demum certè exclamarent aliqui, ut ille apud Homerum in cœlum suspiciens:

O socij, neq; enim quæ lux eat atq; tenebræ
Scimus, & ignota est nobis uia Solis, ubi ille
Prosterat & terris & ubi sua lumina condat,
Consulite in medium.

Necesse est certò intelligere & statuere terræ molem non esse infinitam, sed certis spacijs & metis quæ comprehendi possunt, inclusam, ut sciamus quibus in locis præcipuè floruerit Ecclesia Dei, ubi diuinæ promissiones, quibus temporibus in qua parte generis humani patefactæ sint, in quibus regionibus mutationes maximæ regnorum & imperiorum mundi factæ sint, quæ ad dijudicationem religionum conducunt. Nulla certè historia lucem habet, si non euolutam & explicatam uideamus ante oculos, quantum fieri potest, exquisitè, terrarum, urbium, montium, fluminum, marium, ac insularum descriptionem, tam secundum uerum situm in partibus mundi, quàm certam congruentiam interuallorum, quibus singula loca inter se distant. Ad exquisitam tantarum rerum inuestigationem, & intelligentiam non tantùm uiam aperuit, sed etiam obseruationibus cœlestium φαινομένων, quæ in diuersis terræ tractibus etiam ijsdem momentis temporum uarietatem aliquam sortiuntur, plurimū adminiculi præstitit ipsa Astronomice. Non mihi si linguæ centum sint oraq; centum enumerare possem multiplicem usum ac utilitatem in omnibus humanæ uitæ negocijs, quas hæc præstantissima Philosophiæ pars adfert. At ut ipsos fontes penitius introspiciant, qui discendi amore flagrant, nouerint quemadmodum Physice ab euidentibus experimentis exorditur, ita Astronomicen ἀπὸ τούτων eorum, quæ τὰ φαινόμενα ab artificibus appellantur, initium ratiocinationis constituere. Obseruationibus per artificiosa instrumenta absolutis, ijs, quæ experientia oblata sunt, φαινομένοις, deinceps accommodat hypotheses exploratis motibus congruentes, ex quibus ratiocinatione Triangulorum sphæricorum & planorum artificiosè extruit canones mediorum motuum, certis tabulis comprehensos, quorum adminiculo ad quæuis præterita & futura tempora ipsis apparentijs consentientia stellarum inerrantium & planetarum loca facillimo calculo licet colligere. Hanc ipsam pulcherrimam & sanè iucundissimam partem Astronomices, quæ tradit rationes explorandi per instrumenta, quorum compositio & structura Geometricis demonstrationibus constituta examinataq; est, apparentes stellarum omnium, etiam exorientium Cometarum, omniumq; quæ in cœlesti regione mundi constituta, quouis tempore conspiciuntur, cursus, uera loca, distantiarum metas, deniq; congruentem omnium in situ adumbrationem, ac quasi uiuentem picturæ designationem ob oculos spectantium constituit, Græci artifices μετεωροσκοπικὴν appellant. At hæc instrumenta, qualia sunt Torquetum, Albion, Armillæ Astrolabicæ Ptolemæi, eiusdem canones, Alpharion & pleraq; alia, quorum nonnulla in inclyta Norimberga munificentia senatus à Regiomontano & Ioanne Schonero extructa conseruātur, ut summo quidem ingenij acumine à præstantissimis artificibus excogitata, & infallibili Geometricarū ἀποδείξεων certitudine confirmata sunt, ita præter non mediocrem difficultatem tantam in extruendo sumptuum magnitudinem efflagitant, ut nullius priuatorum facultates his sufficiant. Nos igitur hanc tantam difficultatem in primis considerantes interea temporis, dum his artibus operam nauarem, quantum industria consequi potuimus, ratiocinatione firma, & experimentis non fallacibus deprehendimus totam hanc μετεωροσκοπικὴν disciplinam exercitationemq; in unum idq; paratu facillimum, simplicissimum ac certissimū instrumentum, nimirum Quadrantem Geometricum artificiosè deriuari ac traduci posse, adeò ut ferè quicquid expediri possit obseruationibus per superius enumerata organa, id multò simpliciori ac faciliori operatione per Quadrantem absolui posse tam demonstrationibus quàm experientia, ijs qui periculum huius rei facere uoluerint, sine dubio innotescat. Ea demum solida est & certa rerum scientia, quæ patefactis causarum fontibus & oculos & mentem hominis ad euidentem ac infallibilem earundem experientiam quasi manuducit, ut illa quæ ex artificum scriptis cognita explicataq; tenet, in sua integritate constitutis sensibus explorans, rata ac indubitata esse deprehendat. Id sanè in nulla rerum operatione fit euidentius & maiore cum animi uoluptate, quàm in hac μετεωροσκοπικῇ in qua profectò quid præstiterint nostri labores, malim eruditis & harum rerum intelligentibus artificibus expendendum relinquere, quàm alijs sinistræ suspicionis occasionem præbere. Illud certè bona fide conati sumus, non tantùm ut submota organorum multitudine, quæ sanè uel melioris indolis ingenia confusa & perturbata à lectione præstantissimæ doctrinæ absterrere possent, tenuioris fortunæ hominibus, sed etiam alijs omnibus, qui recto ueroq; consilio instituendi methodon in his studijs destituuntur, expeditiorem aditum & ingressum patefactum tanquam in clara luce ostenderemus. Cum autem nullam uideremus ab alijs pertractatam institutionē, quæ complecteretur integras & ex primis fundamentis extructas ἀποδείξεις earum dimensionum, quibus iuxta opticam rationem quorumuis apparentium locorum longitudines, latitudines, profunditates & interualla explorantur, nos quoq; hac in parte Quadrantis usum amplificare uoluimus. Præterea in exquisitis obseruationibus librationum, quarum usus est in ducendis aquis ex suis

fontibus in quæuis constituta loca cum certum sit imperitum uulgus opificum demonstrationum certitudine destitutum esse, pro ratione temporis & instituti nostri studiosis harum rerum explicatis aliquot exemplis uiam sternere conati sumus. Quod autem ad tractationem de tormentis attinet, etsi futurum uideam, ut insurgant in me sycophantæ, qui, cum nihil aliud quàm calumniari ac bonorum hominum studia pestilenti lingua insectari didicerint, nostros quoq; labores in perniciem rerumpub. & totius humani generis excogitatos esse clamitent, ac cœlum terræ misceant, tamen apud me tantum ponderis non habent, ut artium & ueritatis amantium industriæ ac studio minus interim consultum esse uelim. Difficile, me hercle, est huic hominum generi omnino os occludere & pestiferam calumniandi licentiam è medio tollere, sed tamen, ut boni ac sapientes studium synceritatis in nobis intelligant, atq; calumniantibus respondeatur, ne temerè aut malitiose rem tantam molitus esse uidear, optarim ut consilij mei rationem diligentiùs secum expendant, priusquam atro calculo nostrum institutum damnent. Ego quidem bono ac simplici ueritatis inuestigandæ studio, cum aliquando accuratius mecum considerassem, utrum eiaculandi illud sphæras è tormentis artificium, quod nostra ætate in usu esse uiderem, fundamentum aliquod ex Geometricis extructum demonstrationibus haberet, uisa est mihi res non indigna ulteriori inuestigatione, ut fontes ipsos & causas experimentorum diligentius perscrutarer. Cum igitur ad structuram ἀποδείξεων animum applicarem, assumptis & ante oculos constitutis, quæ ex obseruationibus artificum occurrebant, experimentis totam eiaculationis rationem, qua sphæræ extorquētur in præfixos scopos, tam per ὑποτείνουσαν simpliciter, quàm per κάθετον siue perpendiculum ex alto in subiecta loca instrumentorum adminiculo & certiùs explorari & commodiùs ubiq; ab illo, qui Elementorum Geometricorum potissimùm uerò Triangulorum cognitione sit instructus, qualiscunq; locorum situs offeratur, constitui posse deprehendi. Cuius considerationis occasione factum est, ut, cum multiplices mihi locorum situs offerrentur, ex quibus eiaculationes fieri contingit, plures demonstrationes, quæ ad absoluendas dimensiones altitudinum, distantiarum, aliarumq; magnitudinum ab alijs nusquam explicatas requiruntur, contexerem ac totum artificium ex primis fundamentis extruerem. Ad huiuscemodi rerum inuestigationem solius accensus ueritatis amore, scriptum in priuatum usum conseruaui: uerùm postea cum amicis & Mathematum non ignaris hominibus id innotesceret, hortari non destiterunt, ut in communem gratiam & usum Matheseos studiorum in lucem emitterem. Quanquàm igitur nos uideremus calumniantium furori, nostros labores obiectum iri, tamen obtemperandum esse sapientibus hominibus in re non inhonesta constitui. Est sanè hominis Philosophi in rebus omnibus quatenus humano id ingenio concessum est à Deo, ueritatem perscrutari & ex effectis causas ratiocinari. Cum igitur opificum uulgus Geometricarum ἀποδείξεων luce destitutum, etsi in instrumentorum usu sit exercitatum sæpius cum successu eiaculationes experiri uiderem, causas experimentorum ratiocinatione demonstrationum à nobis collectas & apertos fontes ueritatis amantibus ante oculos constituere operæpretium putaui. Neq; uerò addubito, quin si perspexerint generosæ mentes Elementorum Geometricorũ disciplinam non tam ociosas ac steriles θεωρίας complecti, quàm rerum maximarum, & quæ ad reipub. multiplicem utilitatem, ad defensionem munitionum & hostium machinas ac molitiones euertendas summa cum dexteritate conuerti ac usurpari possint, consilia gubernare, atq; rationes rerum agendarum ex ueris fundamentis extructas præscribere, alacriori studio in pulcherrimam, stabilem perpetuò & immotam Mathematum scientiam sint incubituræ & nostros conatus boni consulturæ. Quod si fiat laborum fructum me non inanem percepisse putauero. Quantum Archimedes Syracusanus nobilissimus ille Architectus solida Mathematum scientia instructus non dico splendoris & ornamenti toti patriæ attulerit, difficillimarum, & quæ humanum ferè captum excedunt inuentione rerum, structura uitrei organi, in quo summa cum omnium admiratione stupendos illos corporum cœlestium motus ita ob oculos spectantium constituit, ut tanquam extra se rapti in cœlum uiuas & animatas quasi stellarum agitationes ac impulsus, ortus, occasus ac conuersiones multiplices sese intueri uiderentur, non dico quantum utilitatis toti reipub. extruendis instrumentis præstiterit, tanto ingenij acumine excogitatis ac inuentis, ut promptius & facilius ad stuporem usq; in admirationem raperentur aliorum hominum animi, quàm uel minimam fundamenti aut artificij rationem intelligentia apprehenderent, quorum usus erat partim in leuandis faciliori negocio ponderibus & loco tollendis, quæ uel maximarum uirium motum debilitassent, quemadmodum constat de nauigio, quod in terra totius Agrigentinæ multitudinis robore attrahente fixum & immotum perstitit, instrumenti uerò adminiculo unius duntaxat hominis attrahentis manum sequebatur, partim in artificiosis aquarum deductionibus, sicuti certum est agros Aegyptios certis temporibus recurrente inundatione Nili fluminis obrutos ipsius Archimedis machinis aquis deriuatis, ac in alia loca expulsis exiccatos, sed quantis in periculis in quum deplorato reipub. statu aduersus hostiles molitiones & turbulentas incursationes totam patriam diuturno tempore, tam nouis ac admirabilibus strategematis, quàm stupendo instrumentorum bellicorum apparatu & usu summo cum successu tutatus sit, cum inter cætera instrumento parabolæ in mari Adriatico ad satis longinquum interuallum hostium nauigia exusserit, manifestè testatur in historijs dux Romani exercitus

ercitus Marcellus, qui in difficili & periculosa oppugnatione Syracusarum solius industria ac solertia Archimedis subinde conatus suos debilitatos & uires esse fractas conqueritur, attamen cum tanta uirtutis admiratione religioneq́ue, ut parta uictoria tanti duntaxat artificis domum ab omni periculo conseruatam uoluerit. Nunc quoq; si principum & gubernatorum animi non essent omnino stultis cupiditatibus perniciosarum rerum perturbati, & crassa ueritatis ignorantia excaecati, aliquorum saltem industriam excitarent, qui nouis inuentionibus rerum, quibus incolumitas ciuitatum, dominij, ac publicae libertatis, tutius defendi, conseruariq; posset, in periculosis statibus plurimũ praesidij adferrent. Quòd si quis nihilominus insano clamore aut stulta contentione nostrae responsioni obstrepere uoluerit, ut si dicat hasce nostras de tormentis demonstrationes facilius à plurimis ad perniciosas molitiones usurpatum iri, quam ad defensionem aut simplicem ueritatis cognitionem, illi duntaxat respondemus: etsi rerum optimarũ facultas, cognitioq; à distortis ac planè deprauatis naturis in exitium sui ac plurimorum hominũ detorqueri possit, ac plerunq; soleat, tamen illas per se ideo uitiosas atq; culpandas uideri minimè debere. Atq; haec responsa sint sycophantibus: nam de bonis & eruditis artificibus non dubium est, quin nostrae sententiae sint astipulaturi. In postrema parte nostri operis constituimus aliquot ἀποδείξεις Geographicarum obseruationum, quales ab alijs nusquam explicatas esse certum est. In his potissimum operam dedimus, ut studiosos ad ueros fontes duceremus, ex quibus certè, qui non sunt omnino stupido ingenio multiplicem utilitatem percipient. Nam in tota rerum tractatione potissimum in hoc neruos intendimus, ut agnita Geometricarum demonstrationum certitudine, omnes dimensionum rationes & modos, quorum usus esse possit, tam in terrestribus, quàm maritimis locis, ante oculos explicatos haberent studiosi. Itaq; si qui per incognita & nunquam conspecta terrarum loca certo itinere rectaq; uia progredi cupient, si qui in Oceano aut ignoto mari à uero progressu ui tempestatis depulsi fuerint, quomodo consilium instituendum sit, ut certam possint cursu contingere metam, hinc euidentissimè perspicient. Interim tamen non inficiamur, nos (quod certè nemo praestiterit) hic non omnia simul complexos esse, sed qualescunq; occasiones rerum occurrant, exemplar aliquot praescriptum esse, cuius imitatione, qualis instituenda sit ratiocinatio, non difficulter intelligent, qui nostrarum propositionum fundamentis solidè instructi fuerint. Hosce nostros labores speramus & Deo gratos esse & probaturos omnes sapientes. Itaq; non dubito, quin si optimarum rerum utilitatem, uel aliqua ex parte degustarint homines, qui non omnino abhorrent à consideratione diuinorum operum, maiore inflammati amore ad discendam sese applicaturi sint. Sed ita plerunq; fit, ut Poeta inquit,

Ignoti nulla cupido.

Paucis sanè contingit, nisi naturis generosis, quae instinctu Dei ad eius sapientiae inquisitionem, ueluti Naphtha ad ignem rapiuntur, quam abstrusam inter arcana sua, & à conspectu uulgi remotissimam natura abscondit, ut sine praeceptorum opera, qui solida fundamenta iecerint, usum ac pulchritudinem rerum persentiscant. Ego certè sentio cum Democrito, ut ueritatem rerum omnium in altissimo puteo demersam, ita intelligentiam sapientiae, quae à Mathematis proficiscitur, propterea & difficiliorem & obscuriorem uideri, ne uulgi sordibus ac temeritate contaminata splendorem amittat. Hasce iuuenilium lucubrationum primitias, Clarissime uir, tui nominis auspicio in publicum prodire uolui, ut cum inter raros quosdam gubernatores, qui in hac extrema & corruptissima mundi senecta beneficio Dei laboranti ueritati manum porrigere non grauantur, te eum esse uideam, qui pro uirili sapientiae studiosorum hominum industriam ad gloriam Dei & rectam aliorum institutionem promouere conetur, ac strenuam operam hic impendat, me uicissim tuas has uirtutes publicae utilitatis causa agnoscere & quantum fieri potest, celebrare intelligas. Quanquam enim ex aliorum sermone, potissimum uerò optimi iuuenis, Ioannis Geritij, qui tua liberalitate ad uirtutem & literas discendas educatur, tuae uoluntatis studium erga sanam religionis doctrinam, & optimarum rerum professionem, quas Deus in genere humano extare ad certiorem prouidentiae suae testificationem, & earum intelligentium hominum laboribus ad posteritatem tanquàm publicum patrimonium propagari ac transmitti uult, satis intellexerim, tamen certè multo gratius mihi fuit, quòd ipse tuam erga me beneuolentiam ac fauorem non obscuro argumento declarare dignatus sis. Itaq; me uicissim debere publico testimonio tuarum uirtutum ornamenta celebrare & gratitudinem animi erga te mei declarare existimo. Semper ita senserunt homines sani, rerum optimarum gubernatores singulari consilio Dei etiam in maximis confusionibus ad hoc constitui, ut contra plurimorum furores legitimi ordinis iusti defensores ac custodes sint, & exemplo uitae praeluceant alijs, qui ignorantia, aut iudicij imbecillitate impediti minus rerum ueritatem perspiciunt. Quapropter futurum spero, ut alij quoq; rerumpub. administratores tuarum uirtutum exemplis admoniti, de praesenti rerum statu & melioris uitae institutione ad publicam salutem posthac sapientiùs consilia sua instituent. Nostri certè officij est, quos Deus sua gratia ac prouidentia ad testimonium ueritatis, & doctrinae propagationem uocauit, ut non tantùm cognitas nobis rerum corruptelas integritate eius intelligentiae, quae

in mentibus noſtris lucet, coarguamus ac ſeuerius etiam publicè inſectemur, ſed etiam alijs ad ſynceram ipſius Dei agnitionem uiam ſternere conemur, & ſi quæ uirtutes in gubernatoribus emineant, non obſcura teſtificatione comprobemus. Et ſi autem modeſtia animi tui perſpecta mihi ſit, tamen non ingratum tibi fore arbitror, T. Magnificentiæ nomen in hac commemoratione pulcherrimarum rerum celebrari. Quod ſi ex noſtris laboribus, ut ſperamus, aliqua perueniat utilitas ad exteros, ac poſteritatem, non dubium eſt, quin grata & iucunda ſit illis futura tui nominis recordatio, qui tanta beneuolentia ueritatis ſtudioſos complectaris, & inuites ut publicæ utilitatis cauſa optimarum rerum profeſſionem ſequantur. Quis noſtrum aſpiciens pulcherrima ſydera Orionis aut Chironis non grata recordatione tantorum artificum ac optimorum uirorum memoriam celebret, qui ſuis laboribus & monumentis ad euidentiorem diuinorum operum intelligentiam poſteritatem inſtruxerunt? Is demum uerus eſt iuſtitiæ ordo, cùm rerum publ. gubernatores, intelligentium ueritatis ſtudia & labores ſibi utiles ac gratos eſſe reuera declarant. Itaq; T. M. oro, ut propter gloriam Dei & publicam multorum utilitatem Philoſophiæ ſtudia, quæ ſunt uerè neceſſaria rerum adminiſtrandarum inſtrumenta, tueri & fouere pergas, ac noſtras qualeſcunq; lucubrationes boni conſulas, ita futurum ſpero, ut Deo noſtros conatus adiuuante aliâs celebriorem T. M. commendationem inſtituere liceat. Quod ſupereſt, oro Deum æternum Patrem, qui per filium ſuum Dominum noſtrum IESVM CHRISTVM, æternam ſibi Eccleſiam colligit in genere humano, ut te ſeruet incolumem, & conſilia tua regat, ut tua gubernatio ſit fauſta & felix tibi & patriæ. Calendis Iulij, anno ſalutiferi partus 1561.

INDEX

INDEX EARVM PROPOSITIONVM QVAE in hoc opere continentur.

Propositio prima.

Idem

corum inueniatur.

CXLVIII. Si alterius duorum locorum constet longitudo ac latitudo & ab altero distantia cum angulo positionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.

CXLIX. Ratio dimetiendi uerum situm & constitutionem omnium partium cuiuscunq; superficiei terrestris, ad cuius exemplar similis descriptio in alio plano constitui posit.

CL. Quomodo particulares locorum descriptiones generalibus mundi tabulis sint intexendæ.

CLI. Quarumlibet locorum superficies ad libellam metiri.

CLII. Quanta sit differentia altitudinum in diuersis locis respectu summi terræ conuexi, quod inter illa intercipitur.

CLIII. Ratio qua dimetiamur in quibus mundi plagis singula finitoris loca sint constituta.

CLIIII. Qua ratione nauium à littore interualla tam diei tempore quam in densissimis noctis tenebris per faces ardentes exquisitissimè liceat explorare: & uicissim naucleri qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano aut mari apparentium insularum scopulorum, aut littorum distantias à naui ex obseruationibus deprehendere posint.

CLV. Quomodo liceat tam in maritimis, quam terrestribus locis quisnam uentus quolibet momento spiret, obseruare.

CLVI. Quæ sit ratio ingrediundi per subterraneas meatus, ut ubiq; constet, sub quibus terræ locis consistamus.

CLVII. Quibus obseruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra sine numerorum adminiculo liceat deprehendere.

CLVIII. Quomodo uerus situs superficierum in ædificijs aut mœnibus urbis explorandus sit, ut constet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.

CLIX. Quomodo superficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidistent.

FINIS.

SECTIO PRIMA DE OBSERVATIONIBVS ΤΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

PRAEFATIO,

Qua explicatur ratio ordinis ac usus totius operis.



ANTEQVAM explicationem nostrarum propositionum aggrediamur, visum est discentes de ordine ac distributione totius operis (vt ratio nostri consilij euidentius innotescat) breuiter admonere. Primùm igitur explicabimus obseruationes ferè omnium φαινομένων solis, lunæ, & stellarum inerrantium. His subiiciemus præcipuos canones primi motus, quorum structura ex sphæricis Regiomontanis Triangulis intelligitur, vsus verò ex sinuum tabulis potissimùm absoluitur. Ex quibus percipient studiosi exquisitam ac sanè mirabilem congruentiam calculi cum obseruationibus. Deinde sequetur expositio de Vmbris & fundamento sciotericorum instrumentorum, quorum constructionis aliquot exempla (vt ab artificibus sunt descripta) proponemus. Ac euidentibus demonstrationibus aperiemus, qua ratione ex sphæricis Triangulis horaria Verticalis circuli & Horizontis segmenta metiri liceat: vt hinc tanquam ex veris fontibus ad varias poli altitudines tabulæ conficiantur, quarum adminiculo expeditè instrumenta possint absolui. His constitutis, progrediemur ad generales altitudinum, latitudinum & distantiarum dimensiones, quæ optica ratione, siue per radium visiuum expediuntur. Eas omnes rationibus à nobis recens inuentis citra vllum calculi vsum exquisitissimè absoluemus, quibus deinceps annectitur breuis explicatio de Planis superficiebus, vt earum mensuratio ex primo Triangulorum libro manifestè constet. Inde exequemur illas dimensionum obseruationes, quarum vsus ad librationes in ducendis aquis seu per canales, seu riuulos, immensam adfert commoditatem, vt etiam rationes fodiendi in subterraneis meatibus faciliori ratiocinatione colligantur, in quibus opificum vulgus cum maximè hallucinetur, tum iacturam sumptuum non mediocrem subinde facit. Hinc vlterius progressi totum artificium eiaculandi sphæras è tormentis ex quocunque situ in præfixa loca assumptis obseruationibus, quæ necessariæ sunt, ex certis & immotis Elementorum Geometricorum fundamentis extruemus. Tandem multiplicia Geographicarum obseruationum genera patefaciemus, quarum vsus erit non tantùm peregrinantibus per terram ad constitutionem anguli positionis, itinerarij interualli, & exquisitæ conspectarum regionum descriptionis, verumetiam nauigantibus in Oceano, vt omnes Mundi angulos euidentissimè intueantur ac perlustrent: quinetiam distantias littorum, insularum, ac scopulorum apparentium certissimè possint explorare. Quòd autem ad particularem singulorũ expositionem attinet, hanc viam ingrediemur, vt abstersa obscuritatis caligine primò copiosius & explicatius propositionis sententiam euoluamus, deinde præter exempla ἀποδείξεις Mathematicas, ubi res postulabit, contexamus.

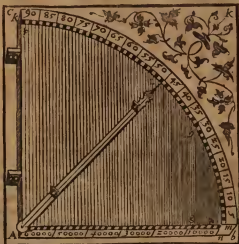
De structura instrumenti, cuius usus ad obseruationes multiplicium φαινομένων, quæ in hoc opere explicantur, necessarius est.

PRisci Mathematum professores, multiplicibus vsi sunt instrumentis, non tantùm ad obseruationes τῶν φαινομένων, verumetiam loco tabularum primi & secundi motus, vt sine scrupuloso calculo celerius stellarum loca ipsis apparentijs congruentia certis temporibus constituerent. Astronomi ad explorandos illarum cursus cõstruunt Armillas Astrolabicas (ut apud Ptolemæum libro quinto μεγάλης συντάξεως, & Regiomontanum in Epitome, & Copernicum lib. 2. cap. 14. videre licet) Torquetum, instrumẽtum Parallaticum, quod fit ex tribus regulis in Trianguli figuram connexis, & quadrantem Geometricum, qui sumitur ex Planisphærio. Hipparchus per Dioptram, cuius structura in Astronomicis hypothesibus à Proclo eruditè explicatur, apparentes solis & lunæ diametros obseruabat. Geographi ad inuestigandas longitudinum ac latitudinum in diuersis regionibus differentias, vtuntur Horoscopijs & Meteoroscopijs. In aquis ducendis adhibentur Hydroscopia & Chorobates, de quo Vitruuius, vt suo loco dicemus. Et his pauimenta exquisitè ad planiciem Horizontis strata explorantur. Inter hæc omnia instrumentorum genera nul-

lum accommodatius ad omnes apparentiarum obseruationes, quæ in opere sequenti exponuntur, & paratu facilius præter quadrantem Planisphęrij inuenire licet. Quare cum eius vsus præ cæteris semper mihi placuerit, structuram eiusdem nostris congruentem propositionibus, breuiter hic discentibus ante oculos constituere operæpretium fuerit. Primùm igitur ex metallo, nempe cu pro, aut orichalco tabulam iustæ magnitudinis fabricabimus, cuius vtraq; superficies exquisitè complanata quatuor lateribus includatur. Sed qui metallum elaborare non possunt solidissimum lignum, quale fit ex buxo, nuce, & fa go in locum illius substituent. Hac ita præparata, propè aliquem angulorum, vbi nimirum est concursus duorum laterum loco centri punctū aliquod constituemus, in quod extractæ ab aduersis partibus lineæ ad rectum angulum exactè conueniant. Super hoc centro secundum eam magnitudinem, quam superficiei longitudo admittit, tres circumferentias circino designabimus, quarum vnaquæq; necessario sui circuli quadrantem complectitur. Hoc operis absoluto, vtramq; interiorem in nonaginta æqualia segmenta partiemur, & ex illius sectionibus quæ centro vicinior est, in aduersas alterius sectiones rectas extendemus, ea ratione vt hæ limbum constituant, qui referat eandem nonaginta segmentorum distributionem. Singulas deinceps huius limbi partes, si tam exiguæ diuisionis capaces fuerint, in 60 scrupulos more Astronomico distribuemus. Vt autem conspectior ac euidentior appareat segmentorum distinctio, vicissim alia ab alijs atro colore discernentur. Cæterum vt numerus partium vbiq; sit in conspectu ex singulis limbi sectionibus, quæ intra se comprehendunt quinarum segmentorum numerum, in exteriorem quadrantem, sumpto à basi initio, rectas lineas educemus. Intra primum spacium duabus inclusum lineis constituemus numerum 5, intra secundum 10 & sic deinceps æqualibus incrementis progressi integrum quadrantem absoluemus. His ita constitutis, inscriptionem sinuum perficiemus in hunc modum. Alteram quadrantis lineam, quæ basis vicem sustineat, si congruentem huic distributioni magnitudinem sortiatur, iuxta numerum sinus maximi à Regiomontano in tabulis constitutum in 60000 æqualis diuidemus portiunculas, quibus ad latus, prout vbiq; commodum fuerit à circumferentia exorsi versus centrum progrediendo numeros suos adscribemus. Ex singulis deinde interioris circumferentiæ segmentis in basin πρὸς ὀρθὰς rectæ lineæ, quę supplebunt locum sinuum rectorum, extendentur. Vt autem hoc euidentiùs intelligant discẽtes vniuscuiusq; circumferentiæ, quæ ascendit à basi vsq; ad constituti finem segmenti sinum rectum in tabulis Regiomontani inuestigabimus, & secūdum occurrentem numerum in basin Quadrãtis, cuius exquisita iam sit absoluta distinctio, circini pedes expandemus. Hinc patefiet magnitudo sinus recti, qui præfixam Quadrantis περιφέρειαν subtendet. Quare, vt hic in superficie instrumenti designetur, cōstituentes vnam circini cuspidem, in finem segmenti, experiemur qua in parte ipsam basin altera πρὸς ὀρθὰς contingat. Reliquorū omnium sinuum est eadem constitutionis ratio. Ac quidem hic scire licet, nobis ideo huiuscemodi sinuum descriptionem vtilem videri, vt vsum tabularum in obseruationibus præstent. Sed tamen siue placuerit vti numeris tabularū, siue hac designatione, id tuo, studiose lector, permittimus arbitrio. In hūc modum absoluto Quadrante commodum fuerit exquisitè ipsum ex tabula excindere, resectis nimirum partibus, quæ totam ambiunt superficiem. Alteri deinde lateri impingemus pinnacidia, in quibus excauata foramina exactè eundem situm occupent, siue, vt alij loquuntur, in directum constituantur, quorum vsus erit inter obseruandum vt radios solares aut visiuos, vt exploremus stellarum, aut aliorum corporum eleuationes, transmittant. Ad eandem cōmoditatem

fabricare

fabricare licebit tenuiorem regulam, quæ quadrantis cētro ſtyli cuſpide infixa per totam eius planiciem circumuolui poſsit, & per ſimilia pinnacidia ſignorū apparentium radios excipiat. Hac ratione ad omnes vſus abſolutam habebimus inſtrumenti ſtructuram, cui tamen interdum adhibendum erit perpendiculum. Hoc autem conſtat tenuiſsimo filo, cui appenſum ſit κατάζιον, ſiue plumbea ſphærula, vt eius adminiculo centrum & polus Horizontis vbiq; locorum innoteſcant. Tandem vt hæc ab omnibus euidentiſsimè intelligantur, totius inſtrumenti picturam oculis intuentium exponemus. Sit igitur tabella quatuor lateribus cōpre-
henſa a c k b. In hac
conſtituatur centrum
a, in quod concurrunt
rectæ c a & b a an-
gulum c a b rectum
conſtituentis. In recta
a c infra c deſignata
ſunt ſigna k & p. Et
ex his tribus deſcri-
ptæ ſunt circumferen
tiæ c b, k m, & p n,
quarum vnaquæq; cir
culi quadrans exiſtit,
ſed duo interiores ex
his in 90 æqualia ſe-
gmenta ſunt diſtribu-
ti, quorum initia ſunt
m & n. Cum autē ex-
tractæ ſint rectę lineę
ex partibus ipſius p n
in aduerſas ipſius k

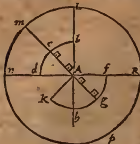


m, conſtituitur limbus p k m n ſimiliter in 90 portiones ſectus, ex quo deinceps educuntur aliæ rectæ lineæ in extremum c b quadrantem, ita vt inter binas intercipiantur 5 ſegmenta, quorum tota circumferentia habet 90: quare in infimo ſpacio prope b conſtituitur numerus 5, in ſequenti 10 & ſic deinceps vſq; in c. Inſuper quadrantis baſis a d diſtributa eſt in 60000 æquales portiunculas, quarum initium numeratur a d verſus a centrū adſcriptis, vt apparet, numeris. In hanc baſin ex finibus ſegmentorum interioris circumferentiæ ad rectos angulos extenduntur rectæ, quæ vocantur ſinus recti. Vt ergo earum deſignationis ratio intelligatur, conſtituantur particulares circumferentiæ e f & d h, quarum ſinus recti in tabulis Regiomontani inueſtigantibus occurrunt. Si nunc oblatos numeros inquiramus in d a quantas illius rationemagnitudines ſortiātur, patefiet. Expanſo igitur circino ad minorem quantitatem, ſi conſtituatur cuſpis alterius pedis in f, continget altera ipſam a b in ſigno d πρὸς ὀρθάς. Quare f d eſt ſinus rectus circumferentię f b. Eadem ratione h g eſt ſinus ipſius h d maioris. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo reliqui ſinus omnes ſint deſignati. Supereſt nunc vt reſecentur partes tabulæ c k b & reliquæ ipſis c a & b a lateribus adhærentes, vt ea exquiſitè complanari poſsint: poſtea ipſi a c infixa ſunt pinnacidia, & a centro mobilis, regula a l, quæ tamen pro ratione vſus auferri ac reſtitui poſsit. Hoc igitur artificio abſolutam habemus quadrantis noſtri fabricam, & omnibus obſeruationibus, quæ infra ſunt deſcriptæ, exquiſitè congruentem.

PROPOSITIO I.

Quomodo solis ac stellarum eleuationes supra Horizontem quouis tempore quadrantis adminiculo liceat obseruare.

Nemini dubium est, quin sol ac stellæ fixæ ab exortu emergentes paulatim altius supra Horizontem eleuentur, donec summum in cæli medio fastigium occupantes, inde simili reuolutione in occiduam Horizontis partem descendant. Obseruationis harum eleuationum ad notanda cæli φαινόμενα multiplicem vsum habent. Quare vt discentes intelligant, quomodo possint eas explorare, scire licet ab artificibus constitutos esse circulos verticales, qui per verticem loci ac centra stellarum transeuntes, Horizontem ad rectos angulos secent. Est igitur eleuatio solis, aut cuiuslibet stellæ nihil aliud, quàm segmentum circuli verticalis inter centrum stellæ & Horizontem interceptum. Cuius dimensionem absoluemus in hunc modum. Apparente sole constituemus quadrantis basin in planam tabellam, quæ Horizontis planiciei æquidistet, quod facilè experiemur, sicut infra demõstratione patefecimus, si à vertice quadrantis perpendiculum suspensum exquisitè in cẽtrum descendat. Deinde in eum situm mouebimus instrumentum, vt sublata mobili regula, solis radij per vtriusque pinnacidij foramina deferantur. Hic iam cuspis regulæ in contactu circumferentiæ inquisitam solis eleuationem ante oculos constituet, sed noctis tempore in obseruationibus stellarum fixarum aut planetarum, circumuoluemus instrumentum donec intuentibus eiusdem planæ superficiei applicari videantur, ac regulam attollemus, vt radius visiuus per ipsa pinnacidia delatus, constitutam stellam apprehendat. Easdem verò altitudines non minus exquisitè per illa pinnacidia, quæ instrumenti lateri sunt infixa, officio perpendiculi obseruabimus. Nam simili ratione si radij solis per foramina excipiantur, perpendiculum ex centro demissum secabit illam circumferentiæ partem, cuius à basi distãtia sit æqualis inquisitę eleuationi. Et hic meminerint studiosi hasce obseruationes solis & stellarum æquales ab artificibus constitui illis, quæ in ipso terræ centro fierent, propterea quòd vniuersali constet experiẽtia terram collatione distantiæ solis & multò magis stellarum inerrantium puncti vicem obtinere: sed in luna, quæ contingat differentia alibi nobis explicabitur. Porrò Ptolemæum ipsum libro 1. Magnæ constructionis cap. 5, hac de re loquentem audiamus: cuius verba sic habent. Ἀλλὰ μὴν ὅτι καὶ σημείου λόγον ἔχει πρὸς αἴσθησιν ἡ γῆ, πρὸς τὸ μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν καλουμένων σφαίρας ἀπόστημα, μέγα μὲν τεκμήριον, τὸ, ἐκ πάντων αὐτῆς τῶν μερῶν, τά τε μεγέθη, καὶ τὰ διαστήματα τῶν ἄστρων, κατὰ τοὺς αὐτοὺς χρόνους ἴσα καὶ ὅμοια φαίνεσθαι πανταχῆ. καθάπερ αἱ ἐκ διαφόρων κλιμάτων ὑπὸ τῶν αὐτῶν τηρήσεις οὐδὲ τὸ ἐλάχιστον εὑρίσκονται διαφωνοῦσαι. Vt ergo res ipsa fiat euidentior describatur ex a centro, quod terram nobis repræsentet, circulus verticalis n l p, in quo sit L polus Horizontis, m sol, n a k dimetiens Horizontis. Est igitur m n segmẽtum eleuationis quod inquiritur in hunc modum. Constituitur instrumentum m d b versus solem, ac eleuatur a c regula in eam altitudinem, vt radius ex m per foramina pinnacidiorum deferatur. Iam verò cum basis instrumenti a d cõsistat in recta n r, circum a centrũ designati sunt arcus homocentri m n & c d. Quare cum similis sit d c ipsi n m inquisitæ altitudini, fatendum erit ipsam inuentam esse



per

per arcum d c. id quod constituendum erat. Iterum vt inueniamus eandem altitudinem n m, disponatur latus quadrantis A b in rectã A g vt radius solis ex b m eodem modo, quo antea per pinnacidia deferatur, tum basis A d succedet in locum rectæ A k & demittatur perpendiculum ex A centro, quod ipsam quadrantis circumferentiam secet in h signo. Hoc constituto, dicimus k h segmentum æquale esse ipsi d c. vtq; hoc demonstremus adijciatur arcui h g complementum g f. Cum iam idem solis radius in c a g secet rectam n r, erit per 15 primi elementi angulus d a c æqualis ipsi g a f: quare & arcus d c æquatur ipsi g f. Porrò circumferentia h g f est quadrans circuli, similiter & k h g per hypothesin. ergo etiam æqualis. Vtriq; autem est communis h g, quo sublato necesse est k h ipsi g f æquale relinqui, sed g f æquatur d c. igitur & k h arcus ipsi d c æqualis cõstituitur. Manifestum e[illegible] ergo circumferentiam, qua deflectit perpendiculum à basi instrumenti [illegible] altitudinem solis, aut stellæ nobis patefacere, quam ex sublata regula, d[illegible] basis collocatur in planiciem Horizontis, deprehendemus.

PROPOSITIO II.

Quibus obseruationibus Meridianæ lineæ situs in quouis Horizonte deprehendatur.

Ad obseruationes sequentium *φαινομένων* in primis requiritur, vt Meridianæ lineæ situm exquisitè constitutum habeamus. Quare sequitur, vt de eius inuentionis modis tractationem hîc instituamus: quorum primus ac simplicissimus est talis. In plana tabella, quæ ad superficiem Horizontis exactè sit 1
collocata, ad rectos angulos erigitur stylus, cuius vmbra cum ante Meridiem obseruatur, eodem temporis momento per antegressam propositionem solis altitudinem supra Horizontem explorabimus, ac diligenter vmbræ fine notato, expectabimus à Meridie donec frequentibus obseruationibus solem ad eandem cum priore altitudinem deuolutum esse constet. Quo constituto, ducemus ex fine tunc apparẽtis vmbrę in alterum, qui antea notatus est, rectam lineam. Hac in semisses distributa, extendemus à stylo cõstituto aliam rectam exquisitè in ipsam sectionem, quam fore Meridiei lineam inquisitam non est dubium. Quòd si nolis obseruationũ labore fatigari, expanso circino vmbræ 2
pomeridianæ magnitudinem identidem licebit explorare, donec sortiatur æqualem ipsi antemeridianæ longitudinem. Nam hinc manifestum erit solem ad æqualem priori altitudinem descendisse. In reliqui operis processu nulla varietas constituitur. Vt ergo studiosus artis rem euidentius percipiat, erigatur stylus f a in superficie tabulæ ad rectos angulos, & sol ante Meridiẽ in g per summitatem f radium extendat in b. erit igitur vmbra styli a b. Post Meridiem verò ad æqualem priori altitudinem descendens in h radium mittit per f in d: quare tunc vmbra fit a d, quam ipsi a b æqualem esse alibi à nobis demonstratum est. Connectantur iam recta linea vtriusq; vmbrę fines, quæ sit d b. Hæc in semisses distribuatur nempe d c & c b: quare ex a ad sectionem c recta extensa a c, inquisitam Meridiei lineam patefacit. Secundus obseruationis modus est talis.



In superficie ad planiciem Horizontis strata super dato centro ad conuenientem magnitudinem circulus designatur. Hinc centro ad rectos angulos stylus infigitur, cuius vmbræ finis ante Meridiem cum exquisitè ipsam circuli περιφέρειαν attingit, in ea notari debet. Hoc operis à Meridie repetitur, ac intra notatos vtriusq; vmbræ fines intercepta circumferentia in duo æqualia segmenta diuiditur. Postea per centrum huius circuli ad ipsam sectionem recta protrahitur, quæ verum Meridianæ lineæ situm ante oculos constituit. Ergo super centro b, cui infigitur stylus a b designatus sit circulus c k d. Iam ante Meridiem cum radius solis ex g per a decurrit in d, vmbra b d exactè ad circumferentiã consistat. Eodem modo à Meridie cum radius ex k per a in c defertur vmbra b c in circumferentiam recipiatur. Hoc constituto, partiemur arcum c d in æqualia segmenta, quæ sint c f & d f. Iam per centrũ b ad ipsam f sectionẽ ducatur recta b f, quæ vera Meridiei linea existit. Tertiò obseruamus Meridianæ lineæ sitũ per exortum & occasum solis, atq; stellarũ fixarũ in eum modũ, qui sequitur. In plana Horizontis superficie super cõstituto cẽtro cuiuscunq; magnitudinis circulũ describimus, intra quẽ sole oriente planũ instrumenti ita collocamus, vt centrũ huius illius cẽtro exquisitè imponatur, ac circũuoluimus in eum situm, vt solis radij per foramina pinnacidiorũ, quæ lateri sunt infixa, rectè ingrediatur. Quo constituto euidenter apparet qua in parte radius exorientis solis secet περιφέρειαν designati circuli. Quare tẽpore solis occasus hanc operationẽ repetentes eam, quæ inter vtramq; sectionẽ cõprehenditur circumferentiã in æqualia segmẽta distribuimus. Deinde eadem ratione, qua superius per centrum circuli ad punctum sectionis rectã lineã, quæ verum Meridiei situm patefacit, extendimus. Quòd si de nocte per obseruationẽ stellæ fixæ eundem petamus scopũ, oportebit ipsam in exortu & occasu per foramina pinnacidiorũ intueri, atq; in hũc vsum talem aliquã assumemus, quæ circa aduersam Septẽtrioni partẽ constituta, intra tẽpus eiusdẽ noctis oriri & occidere possit, id quod hyberno tẽpore cõmodissimè licet obseruare. Describatur nũc in Horizõtis plana superficie ex a cẽtro circulus f c r, intra quẽ cõstituitur quadrãs h a b ita vt per lateris b a pinnacidia solis radij in d orientis irrumpant: quare a b recta in circumferentiam extensa eandem secat in e signo, quod est è regione loci solis exortus. In hoc situ basis quadrantis est in recta a h. quare sole occidente in l a b latus in rectam a k transferatur, ac basis in a g, vt iterum radius l a per foramina pinnacidiorũ excipiatur. Quo constituto, producatur etiam a k recta vsq; in circuli περιφέρειαν, quã hic in p signo cõtingit. Vt ergo situs Meridianæ lineæ innotescat, segmentũ p c partiemur in semisses p f & f c, & ex f sectionis puncto rectã extrahemus per a centrũ vsq; in r. Erit igitur f a r vera Meridiei linea.

PROPOSITIO III.

Quomodo polus Mundi arcticus per reuolutionem alicuius stellæ semper apparentis explorari posit.

Plurimæ obseruationes cœlestiū apparentiarū sine exquisita poli supra Horizontem eleuationis cognitione absolui non possunt. Necessariū est igitur vt hic inuestigemus, quibus rationibus exquisitissimè eius altitudo per quadrantem posit explorari. Cōmodissimè id operis expediemus per obseruationem reuolutionis alicuius stellæ fixæ supra Horizontē semper apparētis, quales potissimùm sunt in his Septētrionalibus locis, quæ cōstituuntur in quadrila tero minoris, & maioris vrsæ. Ac vt rem euidētius percipiāt discētes, scire licet omnes stellas primi motus raptu per circulos equatori parallelos circū polos mundi semper equali tēpore cicūuolui. Qua de re eruditè Ptolemeus lib. 1. Magnæ constructionis in hunc modū differit. πρὸς δὲ τούτοις ἔτι καθόλου τῶν καθέκαστα τὶς ἂν ἐγ-σαιτο δικαίως προλαβεῖν ὅτι δύο διαφοραὶ τῶν πρώτων κινήσεων εἰσὶν ἐν τῷ οὐρανῷ, μία μὲν ὑφ' ἧς φέρεται πάντα ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς περιαγομένη ταῖς περιαγωγαῖς τῶν παραλλήλων ἀλλήλοις κύκλων, τῶν γραφομένων, δηλονότι, τοῖς ταύτης τὰ πάντα ὁμαλῶς περιαγούσης σφαίρας πόλοις. ὧν ὁ μέγιστος κύκλος ἰσημερινὸς καλεῖται, διὰ τὸ μόνον αὐτὸν ὑπὸ μεγίστου ὄντος τοῦ ὁρίζοντος, δίχα πάντοτε διαιρεῖσθαι, καὶ τὴν κατ' αὐτὸν γινομένην τοῦ ἡλίου περιστροφὴν ἰσημερίαν πρὸς αἴσθησιν πανταχοῦ ποιεῖν. Quod cum ita sit, necesse est illos circulos, in quibus reuoluūtur stellæ ipsis polis propinquiores pro ratione accessus minores fieri Atq; ea ratione fit vt in ijs locis supra quę polus Mundi altius eleuatur, quàm sint stellarū ab eo distantiæ, integri earū circuli supra Horizontem existant, vtq; eas apparere quacunq; in parte sit necesse. Cum ergo vbiq; terrarū Meridianus circulus, quē Ptolemæus μεσημβρινὸν vocat, per Mundi polos procedat, demonstratur per 17 tertij Triangul. Regiomōtani omnes dictę reuolutionis circulos ab eo in semisses distribui. Itaq; in vna sectionū erit infima stellæ supra Horizontē eleuatio, in altera suprema, ex quarū obseruatione altitudo poli innotescit. Cum enim vtrobiq; maneat ęqualis à polo distantia, si hęc eleuationū differentia in semisses diuidatur, quorū alter ex suprema obseruatæ alticircūferentia altitudinis tollatur, aut infimæ adijciatur, exquisita poli eleuatio relinquetur. Talem igitur instituemus obseruationis operationem, vt per antegressam propositionē super inuentā Meridiei lineā instrumenti basin collocantes circūferentia in Septentrionē cōuersa per radiū visiuum obseruemus, quando stella præfixa planę superficiei adhærere videatur, ac eodem momento iuxta primā propositionē eius altitudinem exploremus. Post spacium tēporis duodecim horarū, quia tunc ad eandem instrumenti planiciē stella reuertetur, idē operis repetentes alterā experiemur eleuationē. Deinde minorē ex maiore sublata, differētiā remanētē partiemur in duo æqualia segmenta, quorū alterū annectemus inferiori stellę eleuationi. hinc cōsurget inquisita poli altitudinis circūferentia. Cōstituamus igitur in Meridianā lineā a g instrumēti basin a f. Ex eodem a cētro designetur quadrans Meridiani circuli in Septentrionis parte m g in cuius inferiori parte h collocata stella per semicirculum h n l in superiorem partem l cōscendat Igitur l h

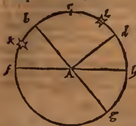
m l k n h b c d a f e

segmentum in semisses l k & k h distributum polum mundi in k patefacit, qui inquiritur. Cum ergo apparuerit stella in h, eleuata mobilis regula, ut radium visiuum in stellam transmittat, offertur arcus d f cui similis est h g, qui infimam eleuationem stellę designat. Sed cum eadem stella ascenderit in l, attollitur regula supra arcum f b, cui similis est summa illius altitudo l g. Iam verò sublato arcu f d ex f b, superest arcus b d, cui similis l h. Ille igitur diuidatur in æqualia segmenta b c & c d: siue nunc auferamus b c ex b f, siue c d ipsi d f connectamus, idem arcus c f consurget, ac similis huic est k g inquisita poli altitudo. Et hinc manifestum est, si regulam eleuemus ad altitudinem f c delatum per foramina pinnacidiorum visus radium ferè loco axis mundi in k polum, vt apparet, excursurum.

PROPOSITIO IIII.

Qua ratione solis ac stellarum declinationes ab Æquatore obseruentur.

Constituta poli Mundi supra Horizontem altitudine, non difficile fuerit solis ac quarũuis apparentium stellarum declinationes ratiocinari. Est enim declinatio segmentum magni circuli per Mundi polos ac stellam traducti, quo ea deflectit ab æquatore in Septentrionem aut Meridiem. Iam verò cum inter polum & æquatorem intercipiatur quadrãs Meridiani circuli, manifestum est illius eleuationem supra Horizontem facillimè inueniri posse. Est enim æqualis (vt postea demonstrabimus) altitudinis poli complemento. Ipsi verò poli altitudini æquatur segmentum Meridiani, quod est à signo τῷ κορυφῆς vsq; ad æquatorem. Si ergo nobis obseruantibus stellam, quæ in Meridianum inciderit, offeratur minor altitudo poli cõplemento, idq; in austrino à verticali signo quadrante, vtriusq; differentia cõstituet Meridionalem stellæ declinationem, sin autem maior eiusdem stellę occurrat eleuatio, differentia dicetur declinatio Septentrionalis. Quòd si apparuerit stella in quadrante Boreali, altitudinis eius & poli arctici differentia, erit complementum arcus, quo arcui illa declinat ab æquatore. At hęc euidentiùs sequenti schemate nobis demonstranda sunt.



Ex a centro designetur Meridianus circulus f c g, quem diameter Horizontis f a h diuidit in semisses. In eo constituatur c verticale signum. a d sit axis mundi, b a g dimetiens æquatoris, k & l sint duæ stellæ fixæ. Est igitur d h altitudo poli, d c complementum, c b distantia verticis ab æquatore, b f, æquatoris eleuatio, l h altitudo stellæ Septentrionalis, & eiusdem declinatio l b k f alterius meridionalis, & declinatio k b. Demonstrandum hîc est arcum f b adæquari c d & b c ipsi d h. Primò cum in d sit polus & in b circulus, manifestum est arcum d b esse quadrantem. Eodem modo cum in c sit verticale signum & in f Horizon, constat arcum c f eiusdem circuli quadrantem esse. Ergo vterq; arcus alteri est æqualis, nimirum d b ipsi c f. Et vtriq; communis est b c intermedius arcus, qui ex æqualibus sublatus, relinquit arcum f b æqualem ipsi c d. Sed f b est eleuatio æquatoris, & c d cõplementum altitudinis poli. Demõstratum est igitur, quod antea cõstituimus. Eadem stabiliemus demonstratione interuallum æquatoris à vertice adæquari poli altitudini. Constat enim ex ijs, quæ paulò antè diximus, b d esse quadrantem, & arcus c h definis signi verticalis à Septentrionali Horizontis parte distantiam: quare etiã quadrans

drans

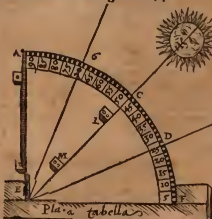
drans erit, & æqualis ipſi b d. Vtriq; etiam communis eſt arcus c d, quo ſublato, neceſſe eſt b c ipſi d h æqualem relinqui. Vt iam veniamus ad inſtitutum, quia k ſtellæ fixæ meridiana altitudo k f, minor eſt æquatoris eleuatione f b, manifeſtum ſiue tollatur ex f b, ſiue ex c d æqualem vtrobiq; declinationis arcum relinqui, videlicet, vt æqualis ſit k b differentiæ qua excedit c d ipſam k f. Quòd autem k b vocemus declinationem Auſtrinam, manifeſta ratio eſt, quia in auſtrino Meridiani quadrante infra æquatorem conſtituitur. Contrarium eueniret, ſi k ſtatueretur ſupra b. Tunc enim ipſa f b aut c d ex f k tolleretur, & differentia relicta cum eſſet intra polum arcticum & æquatorem, Septentrionalis appellaretur. Cæterùm ſtella l cum ſit inter verticē ac Septentrionem eiuſdem à polo diſtantia: nempe l d relinquitur ex ſubtractione arcus d h ab arcu l h. Quare cum b d ſit quadrans, erit arcus l d complementum arcus l b, qui eſt eiuſdem l ſtellæ ab æquatore Septentrionalis declinatio, id quod nobis demonſtrandum erat. Idem eſſet operationis proceſſus, ſi l appareret infra d, vt exempli gratia in h, tunc arcus d h, qui altitudinis differentiam conſtituit, eſſet complementum ipſius h g, qui declinationem eiuſdem h oſtenderet, quæ à Septentrione appellationē quoq; ſortitur, cum inter arcticum mundi polum & æquatorem h conſiſtat.

PROPOSITIO V.

Obſeruatio, quantum circulus obliquus, qui eſt per medium ſignorum, ad Æquatorem ſit inflexus.

Tantus eſt huius propoſitionis in Aſtronomica ſcientia vſus, vt ſine exquiſita eius cognitione nihil in arte cōſtituere vel obſeruare liceat. Nam omnium ſtellarum fixarū & planetarum longitudines, latitudines, ac declinationes ad inflexionem circulorum æquatoris & eclipticæ cōferuntur. Atq; hic obliquus circulus, eſt in quo ſol totius anni ſpacio contra primi motus raptum ab occidente verſus orientem ſui curſus periodum abſoluit. Quare ſimplicisſimè hic rationem obſeruādi quantitatem anguli inclinationis zodiaci & æquatoris edocebimus. Claudius Ptolemæus libro μεγάλης συντάξεως cap. 10, ad obſeruationem huius negocij operoſiora & difficiliora inſtrumenta fabricare docet, nos tamen qua ratione eundem ſcopum non minori facilitate quàm certitudine attingamus demonſtrabimus. Sed vt ad rem ipſam accedamus, quadrantis baſin ſuper tabellam aliquam planam Horizonti æquidiſtantem ad rectos angulos ita collocabimus, vt in Meridiani plano exactè conſiſtat, circumferentia ad Meridiem conuerſa. Horum prius (vt inquit Ptolemæus) deprehendemus, ſi ſuſpenſum perpendiculum ab eo ſigno, quod rectà in polum Horizontis tendit, & fulcris ſuppoſitis, vbi res poſtulabit tantiſper obſeruemus, donec erectum circuli planum æquabiliter attingat. Alterum verò, nempe vt inſtrumentum idem cum meridiano planum occupet, ex inuentione meridiei lineæ, quam anteà enarrauimus, percipies. Nec tamen hoc omnino neceſſarium eſt, ſed, ſi uel eidem lineæ æquidiſtet, ſuffecerit, quod facilè cōſequemur, ſi exquiſitè ſignata in pauimento aut tabula Meridiei linea inſtrumentum in obliquum circumducamus, donec illi æquidiſtare videatur. Obſeruabimus igitur aliquot diebus Meridiei tempore antequam ſol in principium cācri vel capricorni ingrediatur, ad quantam circumferentiæ altitudinem mobilis regula à baſi eleuata, radios ſolis per pinnacidia ingredientes excipiat. Quæ obſeruatio ſi tempore æſtiui ſolſtitij facta fuerit, notabimus diligenter altiudinem ſolis meridianam illius diei, poſt quem proximi minorem deprehenderimus. Quare ſi poli altitudo ſupra tuę obſeruationis locum cognita fuerit, complementum eius ab hac ſuprema ſolis altitudine ſubductum, maximam circumfe-

rentiæ portionem, inter æquatorem & eclipticam interceptam, relinquet. At si fingamus eleuationem poli ignotã eandem obseruationem, vbi solem prope capricornum inuenerimus, repetemus. Et minimam solis altitudinem hyemis tempore obseruatam, cum è priori æstate deprehensa sustuleris, distantia tropicorum cancri & capricorni apparebit. Media huius distantiæ pars maximum circumferentiæ segmentum, quo sol ab æquatore declinat, patefaciet.



Sit quadrans a e f cuius lateri a e perpendiculum adhæret, tabella plana e f g, e f meridiana linea, cui inferius quadrantis latus ad rectos angulos insistit. B sit maxima solis altitudo æstatis tempore in meridie, d minima hyemis tempore obseruata. Quare b d segmentum tropicorum distantiam definit. Hæc bifariam secta in c, in qua sol æquinoctij tempore versatur, angulum inclinationis planorum eclipticæ & æquatoris b e c, siue c e d manifestum reddit. Itaq; solis lumen per m l foramina transmissum, per æquinoctialis diametrum procedere intelligitur, & cum sol fuerit in b vel d per eclipticæ planum radios transmittit. Et manifestum est, si complementum eleuationis poli, siue altitudo æquatoris c f cognosceretur, vnica obseruatione cum sol in b vel d deprehenderetur, negocium absolui posse. Ptolemæus ad hanc obseruationem etiam quadrante vtitur, sed in alio situ. Nam in lapidei parietis aut lignei quadrati plana superficie quadrantem circuli ita depingit, vt alterum latus erectum ad rectos angulos insistat Horizonti, cui deinceps infiguntur duo æquales & erecti cylindri parui & similiter tornati, alter quidem ipsi centro, alter verò ad inferiorem finem. Hanc superficiem iuxta Meridiei lineam in subiecto plano ita collocat, vt eidem æquidistet, & perpendiculo per cylindros demisso, attentè explorat, vt recta per eosdem cylindros acta linea nusquam ad planum Horizontis inflectatur. Obseruat deinde vmbram in meridie proiectam à cylindro, qui est in centro. Hinc antè oculos constituitur segmentum circumferentiæ, quod indicat solis processum in Meridiano circulo iuxta latitudinem. Si ergo studiosus Astronomicæ disciplinæ hunc obseruandi modum munere sumptum ac labore velit imitari, licebit alterum quadrantis latus à quo numeratur initium partium super Meridianam lineam in plana tabella sic erigere, vt appensum perpendiculum omni ex parte contingat circumferentia in Septentrionem cõuersa. Deinde mobilis regula per planiciem circumuoluatur in Meridie solstitij ac æquinoctij tempore, donec radius solis per foramina deferatur, ac notetur, quo in puncto cuspis circumferentiam contingat. Nam iuxta processum declinationis eodem modo, quo Ptolemæus per inflexionem vmbræ, hîc per motum reguli segmentum Meridiani circuli, inter puncta tropica interceptum experieris: cuius semissis indicabit inclinationem æquatoris ad eclipticam. Sed quo res ipsa melius intelligatur, sit a centro descriptus totus circulus Meridianus b f k l, in a m r quadrantis

drantis

drantis plano, quę æstiuæ conuersionis tempore regula secet in l, æquinoctij verò in k & hybernæ conuersionis in g. Et extendantur rectæ m a, l a, k a, g a, in signa f, d, c, b, ac connectantur rectæ d g, b l. Erit ergo signum f ἐπὶ κορυφὴν d g dimetiens æstiui tropici, & b l hyberni tropici. Satis euidenter hîc apparet, quomodo sol ex b per a g r regulam radiũ transmittat in punctum circumferentiæ r, cum distat à vertice f segmento f b, ex d verò radium d a l diffundat in n. Atq; tunc propius vertici admouetur ad quantitatem segmenti b d, cui similis est n p r. Manifestum est igitur explorato n p r segmento, distantiam tropicorum b c d & inclinationis eclipticæ ad æquatorem angulum c a b innotescere. Hæc est ratio, qua artifices ferè omnes in obseruanda maxima solis declinatione vsi sunt, attamẽ diuersis temporibus obseruationes factæ nõnihil discrepant. Ptolemęus enim lib. 1, Magnæ cõpositionis cap. 10. 23 gr. & 51, mi. inuenit. Verba illius hęc sunt. Ἐκ δὲ τῶν τοιούτων παρατηρήσεων, καὶ μάλιστα τῶν περὶ τὰς τροπὰς αὐτὰς ἡμῖν ἀναγεγραμμένων ἐπὶ πλείονας περιόδους εἰς τὰ ἴσα καὶ τὰ αὐτὰ τμήματα τοῦ μεσημβρινοῦ κύκλου, ἐπί τε τὰς θερινὰς τροπὰς, καὶ ἐπὶ τὰς χειμερινὰς τῶν σημειώσεων, ὡς ἐπίπαν ἀπὸ τοῦ ἐπὶ κορυφὴν ἀπολαμβανομένων σημείων. κατελαβόμεθα τὴν ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου πέρατος, ἐπὶ τὸ νοτιώτατον περιφέρειαν, ἥ περ ἐστὶν ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν, τμημάτων πάντοτε γινομένην μ ζ, καὶ μείζονος μὲν ἢ διμοίρου τμήματος, ἐλάσσονος δὲ ἡμίσους τετάρτου. δι᾽ οὗ συνάγεται σχεδὸν ὁ αὐτὸς λόγος τῷ τοῦ Ἐρατοσθένους, ᾧ καὶ ὁ Ἵππαρχος συνεχρήσατο. γίνεται γὰρ τοιούτων ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν ια ἔγγιστα, οἵων ἐστὶν ὁ μεσημβρινὸς π γ. Alcmeon paulò minorem declinationem inuenit, nempe 23 grad. & 33 min. Purbachius autem 17 primi Epitomatis eãdem sese 23 grad. & 29 min. obseruasse testatur. At Ioannes Vernerus inter nostri temporis mathematicos eximius artifex tantùm 23 grad. & 29 min. obseruauit. Nicolaus Copernicus inuenit 23 grad. 28 min. 24 secund. Tandem Ioannes Regiomontanus, & Petrus Appianus diligentissimis obseruationibus 23 grad. & 30 min. inuenerunt. Hanc obseruationem plerįq; artifices vt veritati maximè consentientem approbarunt. Quare veritatis amantes per instrumentum huiuscemodi obseruationibus quid maximè congruat experimentis explorent. Hoc loco etiam scire licet mutuam æquinoctialis & zodiaci circuli inclinationem æqualem intercipere circumferentiam ei, quæ inter vtriusq; polos comprehenditur. Demonstrationem huius rei Theon Alexandrinus in Græcis commentarijs Ptolemæi nobis talem reliquit. Si intelligamus zodiacum a b g, & ęquinoctialem a d g, a signum in verna eius sectione, b signum tropicum æstiuum, & sumamus zodiaci polum in e, æquinoctialis autẽ in z, per quos ducamus maximum circulum b e z t, erit z d arcus æqualis e b arcui. Sunt enim quadrãtes maximorum circulorum & com-

muni e d ablata, restat e z, quæ est amborum polorum distantia, æqualis arcui inclinationis b d. Quare si inclinationem horum circulorum obseruauerimus, etiam circumferentia inter vtrumque polum intercepta cognoscetur. Quod autem b d sit circumferentia inclinationis eclipticæ & æquatoris, hoc modo demonstrabitur. Nam si coniunxeris rectas, quæ sunt communes circulorum sectiones a g, b k, d t, erit i sphæræ centrum, ideo quia maximi sunt circuli, quorum dimetientes b k, d t, a g. Et cum circulus b d k t, erectus sit ad circulos a b g k, & a d g t, per 19 primi Theodosij, sunt a b g k, & a d g t circuli ad b d k t circulum erecti. Quare communis eorum sectio a g erecta est ad circulum b d k t, per 19 vndecimi elementorum Euclidis, & etiam ad omnes lineas, quæ ductæ in plano circuli b d k t, communem sectionem a g tangunt, per conuersionem secundæ definitionis 11. igitur & ad rectas b i, & d i erecta est communis sectio a g. Et quia sectioni a g circulorum eclipticæ & æquatoris in vtroque planorum ad rectos sunt angulos i b & i d, angulus sub b i d eorundem planorum est inclinatio, & in centro sphæræ consistit. Ergo b d arcus inclinationis planorum zodiaci & æquatoris. Superest nunc, cum maximam eclipticæ & æquinoctialis inclinationem 23 grad. & 30 min. constitueremus, vt qua ratione reliquarũ omnium zodiaci partium & scrupulorum ab æquatore declinationes inueniantur, explicemus. Tu Ioannis Regiomontani quarto de Triangulis sphæricis libro proposit. 15, demonstratur, quòd si duo maximi circuli ad se inuicem inclinentur, & in vno duo puncta signentur, à quibus in alterum duæ ad rectos angulos circumferentia ducantur, sinus rectos arcuum, quibus signa communi sectione circulorum distiterint, easdem rationes ad sinus suarum declinationum custodire. Quare eadem est ratio sinus maximi eclipticæ ad sinum 23 grad. 30 min. quæ cuiusuis eiusdem circuli circumferentiæ ad suam declinationem extiterit. Si duxeris igitur cuiuslibet zodiaci arcus sinum rectum in sinum maximæ solis declinationis, & productum per sinum maximum partitus fueris, sinus eiusdem eclipticæ partis declinationis inuenietur. Exẽplum huius supputationis hoc assumamus. Maximæ solis declinationis 23 grad. 30 minut. sinus rectus sit 39874, cum sinus totus fuerit 100000, & inuenienda sit declinatio 15 grad. arietis, cuius sinus rectus 25881, ducatur ergo sinus 39874 in 25881 & productum per 100000 diuidatur, hinc consurget sinus 10322, cuius arcus est 5, gra. 55, min. 24 secundi. Ex hac propositione sequens tabula omnium eclipticæ graduum declinationum supputata est.

TABVLA

TABVLA DECLINATIONIS OMnium Eclipticæ partium.

Signa superiora.		♈ ♎				♏ ♉				♐ ♊				
G.		G.	M.	S.		G.	M.	S.		G.	M.	S.		G.
0		0	0	0		11	30	1		20	12	1		30
1		0	23	22		11	51	3		20	42	16		29
2		0	47	41		12	11	10		20	36	30		28
3		1	11	8		12	32	19		20	48	30		27
4		1	35	24		12	53	19		21	0	0		16
5		1	59	31		13	13	1		21	11	1		25
6		2	24	7		13	13	10		21	21	16		24
7		2	47	7		13	51	5		21	32	1		23
8		3	10	9		14	12	8		21	41	32		22
9		3	34	21		14	32	0		21	51	16		21
10		3	58	13		14	51	4		22	0	0		20
11		4	21	18		15	9	8		12	8	7		19
12		4	45	15		15	28	14		22	17	3		18
13		5	8	6		15	46	37		22	24	22		17
14		5	32	6		16	5	1		22	32	9		16
15		5	55	24		16	22	14		22	39	9		15
16		6	18	14		16	40	5		22	45	31		14
17		6	41	29		16	57	27		22	51	38		13
18		7	4	3		17	14	3		22	57	23		12
19		7	27	15		17	30	24		23	2	1		11
20		7	50	16		17	47	7		23	7	2		10
21		8	12	11		18	3	0		23	11	6		9
22		8	35	16		18	18	13		23	15	7		8
23		8	57	46		18	34	6		23	18	15		7
24		9	20	1		18	49	9		23	21	16		6
25		9	42	4		19	3	2		23	24	7		5
26		10	4	0		19	18	4		23	26	9		4
27		10	25	20		19	32	7		23	27	25		3
28		10	47	17		19	45	39		23	29	2		2
29		11	8	5		19	59	10		23	29	22		1
30		11	30	1		20	12	1		23	30	0		0
		♍ ♓				♌ ♒				♋ ♑				Signa inferiora.

Facillimus est huius tabulæ vsus, si quotam eclipticæ partem sol occupaueris, cognoscas. Si enim fuerit in signorum aliqua parte, quæ in capite tabulæ sunt notata, descendendo in angulo communi (vt vocant) partes, scrup. & secun. declinationis inuenies. In signis inferioribus non est mutata ratio, nisi quòd ascendenti declinationis arcus occurrant. Quòd si integris solis loci partibus aliquot scrupuli fuerint annexi, ex subtractione inuentæ declinationis à proximè sequenti differentia elicienda, ex qua pars (vt appellant) proportionalis educta superiorum signorum partibus declinationum adijcienda erit. In inferiorum signorum declinationibus colligendis contrario ordine procedes. Exemplum huius tractationis tale assumamus. Verus solis locus sit in 28 part. & 6 minut. libræ: cuius declinationem ex hac tabula velim inuenire. 28 partis declinatio est 10 part. 47. min. 17 secund. quę sublata ex proximè sequente, quæ est 11 part. 8 scrup. 5. secund. relinquit differentiam 20 scrup. 48 secun. quæ distribuenda est in scrupulos 60, vt quantum hinc 6 tribuatur in-

notescat. Post absolutam operationem prodeunt 2 scrup. 4 secun. qui sunt partis proportionalis. Hæc igitur adiuncta superiori declinationi, constituit 10 part. 49 scrup. 21, secun. tanta est proxime presentis loci solis declinatio. Hinc etiam manifestè cõstat ratio, quomodo cognita alicuius declinationis circumferentia, cui eclipticæ parti ea debeatur, ratiocinari liceat. Nam quę est ratio sinus maximę declinationis ad sinum inferioris, siue cuiusuis minoris, eadem est sinus totius ad sinum arcus eclipticæ, cui declinatio inuenta attribuitur. Et vicissim maximæ declinationis arcus colligetur, si alicuius arcus eclipticæ declinatio constiterit.

PROPOSITIO VI.

Ex maxima solis supra Horizontem altitudine quouis die obseruata, quomodo uerus ipsius locus in Ecliptica colligatur.

Ex antegressa declinationis tabula & complemento altitudinis poli, siue ex angulo inclinationis planorum æquatoris & Horizontis, quantæ sint maximę singularum declinationum supra Horizontem eleuationes & vicissim ex eleuationum obseruationibus, omnium eclipticæ partium declinationes inueniri possunt. Quo constituto, ex præmissa tabula quibus eclipticæ partibus oblata conueniat declinatio, videre licet. Quare si instrumento Meridianas solis altitudines obseruaueris, quandiu peragrauerit semissem eclipticæ in Septentrionem conuersum, experieris eas maiores semper eleuationis poli complemento. Quare vtriusq; differentia in tabula perquisita è regione, cui zodiaci gradui ea attribuenda sit, ostendet. Sed hic etiam vt Quadrantum eclipticæ rationem habeas est necesse: quia partes eclipticæ occupantis eundem parallelum, vt æquales declinationum arcus, ita easdem altitudines sortiuntur. Si ergo sol adhuc constiterit inter sectionem vernam & punctum tropici æstiui, cõstituta differentia alicui parti signorum ♈ ♉ & ♊ asignabitur, si ab eodem puncto sol digressus sit, differentiam siue declinationem, quæ idem valet, alicui signorum ♋, ♌, & ♍ adscribet. Quando verò sol expatiatur in semissem eclipticę in austrum deflexum, eleuationes obseruationum minores inueniuntur poli complemento. Quare eodem modo vt certæ alicui partium differentiam oblatam restituas, vtrum hyberni solstitij punctum sol præcedat an sequatur, est vt consideres. Cæterùm vt simpliciter ex solis eleuationibus Meridianis partes eclipticæ, siue locorum solis occurrant, sequentes tabulas ad altitudinem poli 49 partium ita construximus. Declinationes partium zodiaci Septentrionalium adiecimus poli complemento, & collectæ ex his summæ è regione gradus signorum adscripsimus. & vicissim earum zodiaci partium, quæ in Meridiem deflectunt declinationes ex eodem complemento subtraximus, vt altitudines meridianæ remanerent, sicut in sequentibus tabulis manifestè vides.

TABVLA

TABVLA, QVAE OSTENDIT QVANTAE SINT Meridianæ omnium eclipticæ partium à principio uerni æquinoctij usque ad autumnale altitudines, ad eleuationem poli 49 partium supputata.

G.	♈ G.	♈ M.	♈ S.	♉ G.	♉ M.	♉ S.	♊ G.	♊ M.	♊ S.	G.
0	41	0	0	52	30	1	61	12	1	30
1	41	23	22	52	51	3	61	42	16	29
2	41	47	41	53	11	10	61	36	30	28
3	42	11	8	53	32	19	61	48	30	27
4	42	35	24	53	53	19	62	0	0	26
5	42	59	31	54	13	1	62	11	11	25
6	43	24	7	54	33	10	62	21	16	24
7	43	47	7	54	53	5	62	32	1	23
8	44	10	9	55	12	8	62	41	32	22
9	44	34	21	55	32	0	62	51	16	21
10	44	58	13	55	51	4	63	0	0	20
11	45	21	18	56	9	8	63	8	7	19
12	45	45	15	56	28	14	63	17	3	18
13	46	8	6	56	46	37	63	24	22	17
14	46	32	6	57	5	1	63	32	9	16
15	46	55	24	57	22	14	63	39	9	15
16	47	18	14	57	40	5	63	45	31	14
17	47	41	29	57	57	27	63	51	38	13
18	48	4	3	58	14	3	63	57	23	12
19	48	27	15	58	30	24	64	2	1	11
20	48	50	16	58	47	7	64	7	2	10
21	49	12	11	59	3	0	64	11	6	9
22	49	35	16	59	18	13	64	15	7	8
23	49	57	46	59	34	6	64	18	15	7
24	40	20	1	59	49	9	64	21	16	6
25	50	42	4	60	3	2	64	24	7	5
26	51	4	0	60	18	4	64	26	9	4
27	51	25	20	60	32	7	64	27	25	3
28	51	47	17	60	45	39	64	29	2	2
29	52	8	5	60	59	10	64	29	22	1
30	52	30	1	61	12	1	64	30	0	0
		♍			♌			♋		

SECVNDA TABVLA COMPLECTITVR altitudines partium à principio Libræ usque ad finem Piſcium.

G.	♎ G.	M.	S.	♏ G.	M.	S.	♐ G.	M.	S.	G.
0	41	0	0	29	29	59	20	47	59	30
1	40	36	38	29	8	57	20	17	44	29
2	40	12	19	28	48	50	20	13	30	28
3	39	48	52	28	27	41	20	12	30	27
4	39	24	36	28	6	41	20	0	0	26
5	39	0	29	27	46	59	19	48	59	25
6	38	35	53	26	26	50	19	38	44	24
7	38	12	53	27	6	55	19	27	59	23
8	37	49	51	26	47	52	19	18	28	22
9	37	25	39	26	28	0	19	8	44	21
10	37	1	47	26	8	56	19	0	0	20
11	36	38	42	25	50	52	18	51	53	19
12	36	11	45	25	31	46	18	42	57	18
13	35	51	54	25	13	23	18	35	38	17
14	35	27	54	24	54	59	18	27	51	16
15	35	4	36	24	37	46	18	20	51	15
16	34	41	36	24	19	55	18	14	29	14
17	34	18	31	24	2	33	18	8	22	13
18	33	55	57	23	45	57	18	2	37	12
19	33	32	45	23	29	36	17	57	59	11
20	33	9	44	23	12	53	17	52	58	10
21	32	47	49	22	57	0	17	48	54	9
22	32	24	44	22	41	47	17	44	53	8
23	32	2	14	22	25	54	17	41	45	7
24	31	39	59	22	10	51	17	38	44	6
25	31	17	56	21	56	58	17	35	53	5
26	30	56	0	21	41	56	17	33	51	4
27	30	34	40	21	27	53	17	32	35	3
28	30	12	43	21	14	21	17	30	58	2
29	29	51	55	21	0	50	17	30	38	1
30	29	29	59	20	47	59	17	30	0	0
	♓			♒			♑			

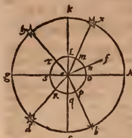
Harum tabularum ſimplicíſsimus vſus eſt, nimirum vt obſeruatas in Meridie per inſtrumentum ſolis altitudines hîc inquiramus, quibus ſemper è regione ad alterum latus certi zodaici gradus adnotantur. Hinc facile colligitur, quomodo eædem tabulæ reliquarum regionum latitudinibus inſeruiant. Si enim complementum poli alterius regionis minus fuerit 41 gradibus, ſemper differentia obſeruatis altitudinibus adijciatur, & prodibit eiuſdem eclipticæ puncti altitudo 41 grad. latitudini reſpondens. In minoris verò latitudinis locis ſubtracta differentia ex maximis altitudinibus, numerum alteri harum tabellarum conuenientem relinquet. Exempli gratia, ſub altitudine poli 54, partium fingamus meridianam ſolis altitudinem hyeme per quadrantem obſeruatam 12 part. 30 ſcrupulorum. Complementum poli ſiue angulus inclinationis æquatoris & horizontis erit 36 tantarum part. quantas maximus circulus 360 complectitur. Adiecta igitur differentia polorum, ſiue vtriuſque complementi, quæ eſt 5 gra. partibus 12, & 30 ſcrupulis, conſurgent grad. 17 min, 30, qui in tabula quæſiti reſpondent 30 parti Sagittarij vel 0 Capricorni.

PROP

PROPOSITIO VII.

Quanta sit amplitudo ortus & occasus stellarum metiri.

Amplitudo ortus vel occasus est circumferentia Horizontis inter locum æquatoris & stellam aliquam orientem aut occidentem intercepta. Triplicem verò stellarum ortum & occasum numerari contingit: Aut enim oriuntur & occidunt in sectionibus Horizontis & æquinoctialis, aut in altera partium, quæ Meridiem vel Septentrionem spectat. Verus autem exortus, quem æquinoctialem artifices vocant, in omnibus terrarum locis, semper est in medio semicirculi Horizontis inter Meridiem & Septentrionem cōclusi. In eo sphæræ situ, vbi Horizontem æquator ad rectos angulos interseçat, omnium stellarum amplitudines ortus & occasus ipsarum declinationibus exquisitè ęquales sunt. At in reliquis mundi partibus ad alterum mundi polorum deflectētibus, longè alia ratio est. Semper enim maiores sunt stellarum amplitudines in ijs regionibus, quæ remotius in Septentrionem vel Austrum extenduntur, quàm quæ propius ad æquatorem sitæ sint. Etiam scire licet omnia firmamenti puncta in ijsdem parallelis circulis constituta, eiusdem poli altitudinis respectu, semper æquales ortus & occasus amplitudines inter se custodire. Quoties igitur placuerit circumferentiam Horizontis ab æquatore ad ortum solis vel cuiusuis stellæ fixæ interceptam metiri, inuenta tuæ obseruationis loci meridiana linea, arcum ab altera intersectionum meridiani & Horizontis, cui stellam propinquiorem conspexeris, ad locum ipsius ortus vel occasus ductum non aliter quàm stellarum in cœlo distantias obseruare solemus, de quibus postea per quadrantem dimetieris, quo sublato ex nonaginta partibus amplitudo inquisita præcisè remanebit. At si Meridiei linea non constiterit, oriente stella signum aliquod in linea ex Horizontis centro in ipsam tendente consistēs obseruabis. Hoc operis, cum stella iterum occiduam finitoris circuli partem attigerit, diligenter repetito, si minimam inter loca ortus & occasus circumferentiam obseruatam ex 180 circuli partibus extraxeris, semissis differentiæ veram amplitudinem patefaciet. Quòd si talia signa, quæ directè in locum ortus vel occasus vergant, in finitoris plano non appareant, assumātur in eundem vsum alia duo, prædictis locis proximiora, ex quibus eundem finem consequemur, si circumferentias, quibus & inter se & à locis ortus & occasus distiterint coniunctas eodem modo ex semicirculo subduxerimus. Nam residuæ circumferentiæ media portio inueniendam amplitudinem in lucem producet. Vnius etiam signi obseruatio huius operis absolutioni suffecerit. Memineris tamen in secundo huius obseruationis modo, hanc rationē solis amplitudinibus non semper exquisitè satisfacere, maximè cum ipse viciniores zodiaci & æquatoris intersectionibus partes occupauerit. Nam maxima circa ea eclipticæ loca solis motus, dierum etiam incrementorum & defectuum differentia ab artificibus obseruatur. Tantulum erroris licet eruditiores facilè emendent, imperitioribus tamen, vt rem leuis momenti concedendum existimamus. Sed si planè nihil à scopo velis aberrare, per modum antea explicatum solstitij tempore rem experiri oportebit. Interim stellarum fixarum amplitudines per vtrumque modum obseruatæ semper existunt certissimæ. Per sequētem figuram facilius hæc intelligentur. Sit circulus Horizon g k a c, k ortus ęquinoctialis, c eiusdem occasus, a Meridies, g Septentrio, quæ loca si verè cognita fuerint, vnica tantùm obseruatione res absoluetur. h & d stella à Septentrionis parte in h oriens, in d occidens, in x, & b, alia quæ à Meridiei parte finitorem contingat, s l o q circellus constet ex circumuolutione quadrantis circum e centrum. Nam earundem stellarum obseruationes ex eodem loco fieri debent. h k &



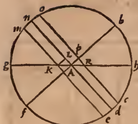
k x ſunt duarum fixarum ortus amplitudinis d e & c b earũdem occaſus. Iam cognita Horizontis & meridiani boreali interſectione g, propoſitum ſit inuenire circumferentiam h k, cui æqualis d c, admoto oculo quadrãtis centro conſtituam ipſius baſin in directum (vt di cunt) e g, & radio viſus per inſtrumenti planum in h tranſmiſſo arcum s t notatum ex 90 circuli partibus ſuſtulero, arcus t l reſtabit, cui ſimilis eſt arcus amplitudinis h k, quia ex eodem centro duo circuli deſcripti ſunt. Eadem planè eſt d c dimenſionis ratio. At fingamus Meridiei lineam ignotam nobis eſſe, mane ſtella oriente, ſignum aliquod notetur, quod ſit t in recta h e conſtitutum, veſperi alterum, quod ſit r. Manifeſtum eſt hæc ſigna in eaſdem mundi partes vergere, in quibus ſtellæ apparuerunt. Arcus igitur t r ex ſemicirculo ſublatus relinquet t l & r q coniunctos. Et cum t l ſit æqualis r q, reſpondebit huius reſiduæ circumferentiæ pars dimidia t l, & r q, quæ ipſis amplitudinibus exactè ſimiles ſunt. Sed quomodo vnum ſignum intermedium etiam horum arcuum inuentionibus ſatisfaciat, videamus. Oriatur à parte Meridiei x ſtella, & in b occidat, cuius amplitudo ortiua k x, & occidua c b ex ſigno inueniri debeat. Inueniemus primò magnitudinem circumferentiæ qua x & f diſtent, m n, ſecundò arcu diſtantiæ f & p per n & p obſeruabimus. Totus igitur arcus m n p datus erit, cui ſimilis eſt x b, huius medium a x 90 partibus ademptum k x, cui æqualis c b relinquet. His cognitis, non præter inſtitutum fuerit, ſi rationes, quibus omnium eclipticæ partium amplitudines ad quamuis poli altitudinem ſupputantur, vt mutuã congruentiã calculi cum apparentijs intelligatur, ſtudioſis aperiamus. Ioannes Regiomontanus ſecunda propoſitione ſecundi Epitomatis in μεγάλην σύνταξιν Ptolemęi demonſtrauit ſinum rectum eleuationis æquatoris ſupra cuiuslibet loci Horizontem ad ſinum maximum eam cuſtodire rationem, quam ſinus declinationis cuiuslibet dati eclipticæ puncti ad ſinum amplitudinis ortus & occaſus eiuſdem partis habeat. Quare conſequitur, ſi ſinum declinationis datæ zodiaci partes per ſinum maximum multiplicemus, & productum per ſinum complementi poli diuidamus, quòd conſurget ſinus, qui circumferentiam prædictæ partis amplitudini conuenientem aperiet. Exemplum aſſumamus tale. Altitudo poli ſit 53 grad. 30 minut. complementum igitur eſt 36 grad. 30 minut. Hinc ſupputare velim quanta ſolis ortiua ſit amplitudo, cum occupat 28 grad. & 6 minut. libræ, cuius declinationem ex tabula proximam inueni 10 grad. 49 minut. 21 ſecun. huius ſinus rectus eſt 18776 partium, ſinus 36 graduum & 30 minut. eſt 59482, ſinus totus 100000. Si ducatur ergo ſinus totus in ſinum declinationis, & productum diuidat per ſinum alterum, nempe altitudinis poli complementi, naſcitur 31565 ſinus, cuius arcus eſt 18 grad. 24 minut. Atqui
tanta eſt ſolis ad conſtitutam poli eleuationem ortiua amplitu-
do. Hac ratione confecta eſt ſequens tabula ad eleua-
tionem poli 48 part. 40 ſcrup.

TABVLA

TABVLA AMPLITVDINIS ORTVS ECLIPTICAE ad latitudinem 48 part.& 40 ſcrupulorum ſupputata.

Signa	♈		♉		♊		
	♎		♏		♐		
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.
0	0	0	17	34	31	32	30
1	0	36	18	6	32	51	29
2	1	12	18	38	31	11	28
3	1	49	19	11	32	30	27
4	2	25	19	43	32	50	26
5	3	1	20	15	33	10	25
6	3	37	20	46	33	27	24
7	4	13	21	17	33	43	23
8	4	49	21	48	34	0	22
9	5	25	22	19	34	16	21
10	6	1	22	50	34	33	20
11	6	37	23	19	34	46	19
12	7	12	23	48	35	0	18
13	7	48	24	18	35	13	17
14	8	23	24	47	35	27	16
15	8	59	25	16	35	40	15
16	9	34	25	43	35	50	14
17	10	9	26	11	36	0	13
18	10	45	26	38	36	9	12
19	11	20	27	6	36	19	11
20	11	55	27	33	36	29	10
21	12	29	27	58	36	35	9
22	13	4	28	23	36	41	8
23	13	38	28	47	36	46	7
24	14	13	29	12	36	52	6
25	14	47	29	37	36	58	5
26	15	20	30	0	37	0	4
27	15	54	30	23	37	2	3
28	16	27	30	45	37	4	2
29	17	1	31	8	37	6	1
30	17	34	31	31	37	8	0
	♍		♌		♋		Signa.
	♓		♒		♑		

Porrò quantas vtilitates hæc amplitudinum ſolis & ſtellarum dimenſio pariat, non eſt obſcurum. Conſtat enim ignotis regionibus facillimè poli eleuationem, aut hac conſtituta vera ſolis in zodiaco loca, & certos anni dies inueniri poſſe. Quæ omnia exemplis etiam euidentibus oſtendemus. Fingamus iterum cum ſol 28 grad.& 6 minut.libræ poſsideret, obſeruatam eſſe ſolis amplitudinem ortiuam 18 grad.24 minut.cuius ſinus rectus eſt 31565, declinationis ſinus eſt 18776 ſinus totus 100000. Iam verò cum ſint conſtituti quatuor numeri proportionales, viciſsim eſt eadē ratio ſinus amplitudinis ad ſinum declinationis, quæ eſt ſinus maximi ad ſinum complementi eleuationis poli. Quare multiplicato ſecundo in tertium, & producto per primum diuiſo, exurgit ſinus rectus 59483 cuius circumferentia eſt 36 grad.30 minut. quibus ſubductis è nonaginta circuli partibus reſtant 53 partes, 30 ſcrupul.& tanta eſt altitudo poli quæ congruit huic amplitudini. Ex ſequenti ſchemate euidentiſsimè hæc intelliguntur. Sit meridianus circulus f g b h, mundi polus ar-



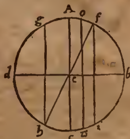
cticus b, f antarcticus g h communis sectio Meridiani & Horizontis, n a d diameter æquatoris, est igitur n g eleuatio æquatoris, oriatur 28 pars & 6 minut. libræ in k, signo per quod agatur parallelus m k e, cuius sinus declinationis est k l, k a est sinus amplitudinis ortus 28 partis libræ. Habemus hîc iam triangulum ὀρθογώνιον l k a, cuius duo latera a k & l r per ratiocinationẽ aut obseruationem nota constituimus. Quare per 27 primi trigonon Monteregij, angulus l a k inuenietur. Nam quæ est ratio lateris a k ad latus k l, eadem erit sinus recti anguli k l a ad sinum rectum anguli l a k. Est aũt angulus a l k rectus, quare sinus ipsius est maximus. Et notis tribus quarta quantitas inuenietur per regulam proportionis. Ducas ergo sinum totum in latus k l, & productum per a k partiaris, hinc nascetur sinus rectus anguli l a k. Cuius circumferentia eleuationem æquinoctialis supra Horizontem, cui æquale est poli complementum, patefaciet. Hac sublata ex arcu 90 partium poli eleuatio manifestè relinquetur. Iterum exoriatur ad partem Septentrionis in signo r, per quod ducitur parallelus o p r c, cuius sinus declinationis a p, oppositum eclipticæ punctum: nempe 28 pars arietis: cuius amplitudo ortiua a r obseruata sit 16 partium 27 scrupulorum, ex qua inuenienda sit altitudo poli b h. Arcus declinationis huius partis est 10 grad. 47 minut. 17 secundi, cuius sinus est 18718, arcus amplitudinis sinus est 28317. Si iam multiplicaueris 18718 in sinum maximũ 100000, & quod productum fuerit per 28317 partitus fueris, exorietur sinus 66101, cuius circumferentia est 41 part. 22 scrup. tantum est poli complementum, quo ex 90 circuli partibus subducto remanebit vera poli altitudo 48 grad. 38 minut. Atq; hoc intelligitur ex triangulo a p r. Ex his etiam manifestè constat, quomodo cognita alicuius loci eleuatione poli, ex obseruata solis amplitudine verum ipsius in signifero circulo locum ratiocinemur. Si enim tabulam, in qua omnium eclipticæ partium amplitudines contineantur, cõfectam habuerimus statim è regione gradus zodiaci obseruatæ amplitudini respondens apparebit. At si tabula nulla adfuerit, ex doctrina Triangulorum institutum opus absoluemus. Constat enim ex his rationem sinus maximi ad sinum complementi altitudinis poli eandem esse, quæ est sinus obseruatæ solis amplitudinis ad sinum eiusdem loci declinationis. Quare hîc iterum regula proportionis totum negocium nobis expediet. In priori exemplo obseruauerit aliquis amplitudinem ortiuam 28 partis libræ & 6 minut. 18 grad. 24 minut. cuius sinus rectus est 31565, sinus complementi eleuationis poli anteà inuentus est 59482. Multiplices igitur sinum amplitudinis in sinum poli complementi, & productum partiaris per sinum maximum, hinc consurget sinus declinationis eius partis, cuius amplitudo obseruata est, 18775, huius arcus est 10 grad. 49 minut. Et cum antè maxima solis declinatio constituta sit 23 grad. 30 minut. facilè cuius eclipticæ partis sit illa declinatio inuenietur. Quod ad inuentionem certi anni diei attinet, etsi leuius sit, quàm vt indicari debeat, tamen rudiores ita percipient, si eius anni in quo fiant obseruationes Ephemerin, in qua solis ad singulos dies loca exactè supputata sint, inspiciant, atque obseruatam ex amplitudine aut declinatione solis zodiaci partem in ea perquirant.

PROP

PROPOSITIO VIII.

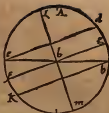
De ratione dierum artificialium, & eorundem quantitatis supputatione ad quamlibet poli altitudinem.

Artificialem diem vocant artifices circumferentiam æquatoris, quæ, dum certum aliquod eclipticæ punctum ab oriente in occidentem voluitur, supra horizontem ascendit. Quare si hæc circumferentia ex 360 circuli partibus subducatur, noctis quantitas constitutum diem sequentis remanebit. Horum dierum ac noctium etiam ijsdem temporibus pro diuersa quantitate altitudinis poli supra alias atque alias regiones multiplex varietas est. Cuius rei causæ & demonstrationes Geometricæ explicari possunt. Primùm in illis locis, vbi circulus æquator horizontem ad rectos angulos secat, omnium dierum & noctium quantitates inter se æquales esse necessarium est. Cum enim omnes stellæ primi motus raptu super ijsdem polis ab oriente in occidentem circulos æquatori parallelos describant, manifestum est omnium centra in eadem recta esse linea, hoc est in axe primi motus, qui per superficiem horizontis eo loci procedit. Hinc sequitur cùm horizon æquatorem bifariam ad rectos angulos secet, quòd etiam reliquos omnes parallelos in semisses partiatur. Tantus est igitur arcus cuiuslibet æquidistantis æquinoctiali circuli supra horizontem quantus infra: nempe integer semicirculus. Est igitur idem tempus reuolutionis minorum circulorum, quod æquatoris. Et hinc manifestum est etiam quouis tempore cum sol extra Arietis & Libræ puncta diuagatur, tẽpus motus paralleli quo ab ortu vsque in occasum supra finitorẽ rectæ spheræ deuoluitur, semissem totius circumuolutionis complecti. Huius demonstrationis schema sit a b c d. circulus circum e centrum descriptus: nempe idem qui meridianus. Communis meridiani & horizontis interfectio d e b, b polus arcticus, d antarcticus. Diameter æquatoris a e c, diametri tropicorum Cãcri & Capricorni g h & f i, f h dimetiens eclipticę. Manifestum est hic cùm angulus d e a sit rectus, etiam reliquos esse rectos ad interfectiones eiusdem d b cum reliquis dimetientibus parallelis. Quare cũ o ϖ, f i & g h chordæ ad rectos angulos à diametro circuli secentur, etiam in duas æquales partes diuisæ sunt. Iam æqualibus eiusdem circuli finibus æquales circumferentiæ subtendumtur. Ergo



diurni arcus nocturnis omnino sunt æquales. Neque tantùm hæc in sole ita se habent, sed in omnibus etiam stellis fixis & planetis. At in alijs mundi partibus, vbi horizon & æquator ad se inclinantur semper, quoties sol extra Arietis aut Libræ punctum fuerit, dierum & noctium non mediocris est differẽtia. Nam cum sol alteram interfectionem æquinoctialis & eclipticæ peragrat, in omnibus terræ locis diei quantitas noctis tempori adæquatur. Atque huius rei causa est, quòd vbique terrarũ semicirculus æquinoctialis supra finitorem appareat, ac ab eodem in semisses distribuatur, præterquàm ijs in locis vbi polus horizontis incidit in polum mundi. Reliquorum autem eidem æquidistantium circulorum, quorundam maiores circumferẽtiæ, quàm sint eorum semicirculi, supra horizontem eleuentur, aliorum à meridiei parte minores conspiciãtur. Etenim necessariò contingit, cùm horizon æquatorem ad inęquales angulos secet, vt reliquos etiam circellos eidem æquidistantes ad eosdem angulos di-

videre licet. Circulus a e sit meridianus, in quo altitudo poli sit e l, cuius complementum l a æquale est maximæ solis declinationi. l m rectus Horizon, siue axis æquatoris g f dimetiens, d e diameter tropici cancri, k h capricorni, & e h eclipticę, quæ exquisité obliquum Horizontem hic ingreditur. Manifestum est igitur, cum sol in e puncto est, eum motum vniuersi ab ortu in occasum parallelum æquatori describere, cuius tota diametros d e supra finitorem e h apparet, tantùm in e leuiter eundem attingens.

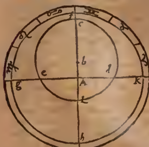


Contrarium in principio capricorni fieri videmus, cuius dimetiens h k respectu huius poli altitudinis totus sub terra siue infra e h latet, eodem modo oppositam Horizontis partem contingens. Tanta est igitur maximi diei quantitas, nempe 24 ferè horarum eo loci, vbi eclipticæ polus in loci verticem incidit. Sed postea cum sol ex altero horum punctorum recedit, dierum incrementa vel defectus apparent. Quòd si vlterius ad Septentrionem vel Meridiem progressi fuerimus, vbi videlicet poli eleuationis maximæ solis declinationis complementum exuperat, necessariò solem, quoties borealium signorum partes pererrat, plurium dierum naturalium tempore supra finitorem conspicuum manere videbimus. Ac contingit ibi, vt polus Horizontis inter polum mundi & eclipticæ consistat. Ergo quantum loci vertex à parallelo, quem zodiaci polus describit, circulo destiterit, tantum etiam cancri & capricorni principia ab Horizonte aberunt. Vnde fit, vt cum ecliptica vtrumque tropicum circulum, cancri quidem supra finitorem, capricorni infra eundem contingat, tanta zodiaci circumferentia semper supra Horizontem emineat, quanta dierum naturalium parallelis supra eundem eleuatis sufficiat, & vicissim tanta ex opposita parte nunquam in conspectum veniat. Tanta erit igitur maximi artificialis diei quātitas, quantum fuerit temporis, quo hanc semper apparentem eclipticæ partem sol peragrare potest, cui etiam ex aduerso maximæ noctis tempus ferè respondebit. Porrò incrementa maximorum dierum tantò hic erunt maiora, quantò loci vertex mundi polo propior extiterit. Sit iterum circulus c n h f, circum a centrum descriptus, vertex loci sit in signo p, polus mundi n, zodiaci o, dimetiens æquatoris d i, eclipticæ b g, Horizontis c h, tropici cancri l b, capricorni e g. Apparet hic manifestè non vnum tantùm parallelorum circulorū, quos sol ad Septentrionis partem describit, supra finitorem totum eleuari, sed plures. Nam inter b c & l k plures alij intercipiuntur, quorum k c postremus omnium existit. Atqui singuli totius diei naturalis tempore integras reuolutiones ab oriente in occidentem absoluunt.



Quare pro multitudine æquidistantium circulorum, qui inter c & b intercipiuntur, & per eclipticæ partem b x deducuntur, maximi diei artificialis tempus increscit. Idem de noctium maximarum temporibus, dum sol oppositam circumferētiam possidet, intelligi velim. Vt autem omnes dierum varietates, quæ fieri possint, complectamur, tandem quæ temporis artificialium dierum ratio, & quantitas sit ijs, qui mundi polum rectè supra verticem habent, expediemus. Contingit ijs locis, vt exactè totum æquatorem Horizontis loco habeant. Quare fit, cum æquinoctialis eclipticā in duas æquales portiones (quia

vterq; maximus est circulus) secet, vt eiusdem semicirculus ad Septentrionem declinans, ijs, qui sub arctico polo habitant, semper conspicuus maneat, alter nunquam supra Horizontem emergat: & vicissim sub antarctico habitantibus hic semper appareat, ille nunquam. Constat igitur vnicum tantùm in ijs locis diem artificialem, qui totius anni semissi ferè sit æqualis, apparere, qui subductus ex vera anni quantitate, noctis tempus relinquet. Et quamuis media eclipticæ pars vtrobiq; semper supra Horizontem attollatur, non tamē sequitur, diem, ijs qui sub Septentrionis polo habitant, æqualem esse alteri, qui sub opposito polo existentibus contingit. Cuius quidem rei euidentissima est demonstratio, quòd solis motus æqualis, quem medium vocant, in excētrico fiat circulo, cuius absis in Septentrionalem Eclipticæ partem deflectit. Nam hac ratione fieri necesse est, vt diameter eclipticæ per mundi centrum transiens circulum solis excentricum in duas inęquales circumferentias, quarum maior ab æquatore in Septentrionem declinat, minor in Austrum deflectit, partiatur. Cuius rei figura sit talis. Zodiacus circulus sit f g h k, super a mundi centro descriptus, cuius diameter g a k, c e d sit excentricus circum b centrū ductus, cuius ἀπόγειον siue maxima à terræ centro distantia f signum in prima cancri parte constitutum intelligatur περίγειον oppositam eclipticæ partem occupare fingatur. In k arietis principium, & in g librę statuatur. Satis hîc euidenter apparet lineam g k rectè per mundi centrum extensam, minorem circulum c e l d, in duas e c d & e l d inęquales circumferentias dispescere, quarum altera e c d maior vna cum medio eclipticę plano ad polum arcticum declinat, altera minor e l d ad antarcticum deflectit.



Iam verò motus solis, quo per inæquales excentrici sui portiones mouetur, inæqualis necessario est. Quare tempus ipsius motus, quo per signa Septentrionalia deuoluitur, longius erit eo, quo ab interfectione eclipticæ & æquatoris autumnali ad vernam siue oppositam deferetur. Hinc apertè colligitur, quantitatem noctis sub Septētrionis polo existentibus exactè æqualem esse tempori diei, qui sub antarctico viuentibus illucescit. Nam quantum temporis elabitur, dum sol horum finitorem radijs illustrat, tanto etiam interuallo illorum locus obscuræ noctis caligini inuoluetur. His de differentijs dierum pro diuersitate eleuationis poli sic explicatis, optimo ordine consequitur, vt quibus rationibus artificialium temporum quantitates supputentur, indicemus. Cuius rei cognitio potissimum ex æquatoris circumferentiæ, quam artifices ascensionalem differentiā appellant, dimensione dependet. Per hanc verò intelligunt segmentum æquatoris, quod oritur ex differētia Quadrantis & primi motus arcu, quo sol à finiente circulo in Meridianum circumuoluitur. Ac, vt ipsa res euidentius intelligatur, scire licet integram Quadrantis æquatoris circumferentiam supra omnium locorum finitorem intra sex æqualium horarum spatium ab Oriente in Meridiem circumferri. Sed partes eclipticę extra ęquatorem constitutæ, vt in antegressis demonstrationibus patuit, in simili motu tanti temporis magnitudinem, aut non attingūt, aut longius excedunt. Itaq; contingit, vt interuallum eius motus, quo certa pars eclipticę ab Oriente in Meridiem rapitur, aut minorem æquatoris circumferentiam Quadrante, aut maiorem sortiatur. Quę igitur ex vtriusq; collatione existit differentia, ab

ascensione

ascensione denominationem consequitur. Atque haec toti adiecta, aut adempta Quadranti pro ratione declinationis semissem diurni motus ante oculos constituit, qui duplicatus illud temporis interuallum producit, quo primi motus vi constituta pars Eclipticae ab Oriente in Occidentem rapitur. Manifestum est igitur segmentū Aequatoris, quo dictus motus absoluitur, ex integro sublatum circulo nocturnae reuolutionis quantitatem restituere. Simplicissima verò huius circumferentiae supputandae ratio in hunc modum absoluitur. Constitutae partis Eclipticae inuentis finibus complementorum declinationis & amplitudinis, si minorem per sinum maximum multiplices, & productū per maiorem diuidas, restabit sinus eius segmenti, quod ex quadrante circuli sublatū differentiam ascensionalem relinquat. Si ergo declinatio partis Septentrionalis fuerit, adiecta Quadranti differentia semissem eius circumferentiae, qua motus diei constat, in lucem producet. Sin autem in Meridiem cōstituta pars declinauerit, inuenta per ratiocinationem differentia ex Quadrante auferatur. Nam hinc eadem ratione inquisitum semissis motus diurni segmentum patefiet. His ita constitutis, superest vt inuenti motus circumferentiam in certam temporis mensuram conuertamus: id quod efficietur in hunc modum. Cum integra circuli Aequatoris circumuolutio exquisitè 24 horarum spatio consumatur, primo in loco statuemus integrum Quadrantem siue 90 partes, quarum circulus 360 complectitur, secundò sex horarum tempus, tertiò collectam ascensionis differentiam, ac multiplicantes secundum numerum in tertium, distribuemus productum in primum, & occurrentibus fragmentis, partiemur ea in scrupulos primos & secundos. Hinc certa nobis inquisiti temporis mēsura in lucem prodibit. Vt autem exemplo rem ipsam discentes euidentius intelligant, cōstituamus sub altitudine poli 48 partium, 40 scrupulorum inuestigandam esse differentiam ascensionalem tertiae partis Geminorum, cuius declinatio ex tabulis offertur 20 part. 48 scrupul. 30 secund. Est igitur complementum 69 partium 11 scrupul. 30 secund. cuius sinus rectus 93477. Amplitudo ortiua in tabula inuenitur 32 part. 30 scrup. cuius complementum 57 partium 30 scrup. & sinus rectus 84339. Si ergo hunc, quia minor est, multiplicemus in sinum maximū, & productum distribuamus in maiorem, offeretur sinus, cuius circumferentia est 64 partium 25 scrup. quia sublata ex integro Quadrante, supersunt 25 part. 35 scrup. Tanta est igitur constitutae partis Eclipticae ascensionalis differētia. Cùm autem declinatio sit Septentrionalis, adijciemus differ. 90 circuli partibus. Hinc consurgunt 115 part. 35 scrup. quae definiunt semissem artificialis diei. Est igitur totum 231 part. 10 scrupul. quae per constitutum calculi modum in tempus conuersae conficiunt 15 horas, 24 scrup. 40 secund. quibus artificialis dies absoluitur sub constituta poli eleuatione, cum sol tertiam Geminorum partem ingreditur. Constat igitur qua ratione sequens tabula, quae omnium Eclipticae partium ascensionales differentias complectitur, ad altitudinem poli 48 partium 40 scrupul. constructa sit.

G.	Signa superiora ♈ ♎ G.	M.	♉ ♏ G.	M.	♊ ♐ G.	M.	G.
0	0	0	13	22	24	44	30
1	0	27	13	47	25	1	29
2	0	54	14	13	25	18	28
3	1	22	14	38	25	35	27
4	1	50	15	4	25	52	26
5	2	16	15	29	26	9	25
6	2	43	15	54	26	23	24
7	3	70	16	19	26	38	23
8	3	37	16	43	26	52	22
9	4	4	17	8	27	7	21
10	4	31	17	33	27	21	20
11	4	58	17	57	27	33	19
12	5	25	18	20	27	45	18
13	5	52	18	44	27	56	17
14	6	19	19	7	28	8	16
15	6	46	19	31	28	20	15
16	7	13	19	53	28	28	14
17	7	40	20	16	28	37	13
18	8	6	20	38	28	45	12
19	8	33	21	1	28	54	11
20	9	0	21	23	29	2	10
21	9	26	21	44	29	7	9
22	9	53	22	5	29	12	8
23	10	19	22	25	29	17	7
24	10	46	22	46	29	23	6
25	11	12	23	7	29	28	5
26	11	38	23	26	29	30	4
27	12	4	23	46	29	32	3
28	12	30	24	5	29	34	2
29	12	56	24	25	29	36	1
30	13	22	24	44	29	38	0
	♍ ♓		♌ ♒		♋ ♑		Signa inferiora.

Hac tabula ad inuentionem quantitatis dierum vtemur hoc modo. Si partes Eclipticæ quarum diurni motus circumferẽtias inquirimus, in signis supra tabulam positis fuerint, ad sinistram descendendo eas inueniemus, quibus é regione in angulo communi (vt loquuntur) inquisitæ differentię consistunt. Quòd si in inferioribus signis sint, ad dextram ascendendo gradus inquirantur. Reliquum operis absoluitur, vt superius indicauimus. Porrò exempli gratia proponamus ex hac tabula inueniendam esse quantitatem diei, quo sol 12 partem Tauri occupat. Differentia ascensionalis sub Tauri signo é regione 12 grad. inuenitur 18 grad. 20 scrupul. qui 90 grad. adiuncti (quòd pars sit signi Septentrionalis) 108 part. 26 scrup. cõstituunt. Cùm autem 15 partes respondeant vni horæ, vt 90 sex horis per easdem diuisæ 108 producunt 7 horas ac supersunt 3 quæ efficiunt 12 minut. Deinde 20 scrupul. multiplicati per 4 & productum diuisum per 60 efficiunt 1 minut. & 20 secund. His collectis, semisses diei consurgit nempe 7 hor. 13 minut. 20 secund. & totus dies horas 14 minut. 26 secund. 40. Quare noctis quantitas est horar. 9 minut. 33 secun. 20. Eandem diei quantitatem sine dubio inueniemus si obliquam ascẽsionem huius partis Tauri 12 grad. 14 minut. ab opposita nempe Scorpij, quæ est 237 gr. 54 minut. subtraxerimus. relinquentur enim 226 grad. & 40 minut. quorum pars media 108 part. 20 scrup. quæ antea etiam inuenta erat, si iterũ hinc subduxeris 90 differentia ascensionalis restabit.

NINC

HINC EVIDENTER APPARET QVA RATIOne ſequens tabula omnium dierum quantitatem ferè complectens, ad 48 grad. 40 minut. poli altitudinem ſit conſtructa.

Signa ſuperiora	♈			♉			♊			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	12	0	0	13	46	56	15	17	52	30
1	12	3	36	13	50	16	15	20	8	29
2	12	7	12	13	52	44	15	22	24	28
3	12	10	56	13	57	4	15	24	40	27
4	12	14	40	14	0	32	15	26	56	26
5	12	18	8	14	3	52	15	29	12	25
6	12	21	44	14	7	12	15	31	4	24
7	12	25	20	14	10	32	15	33	4	23
8	12	28	52	14	13	44	15	34	56	22
9	12	32	32	14	17	4	15	36	56	21
10	12	36	8	14	20	24	15	38	28	20
11	12	39	44	14	23	36	15	40	24	19
12	12	43	20	14	26	40	15	42	0	18
13	12	46	56	14	30	52	15	43	28	17
14	12	50	32	14	32	58	15	45	4	16
15	12	54	8	14	36	8	15	46	40	15
16	12	57	44	14	40	4	15	47	44	14
17	13	1	20	14	42	8	15	48	56	13
18	13	4	48	14	45	4	15	50	0	12
19	13	8	24	14	48	8	15	51	12	11
20	13	12	0	14	51	4	15	52	14	10
21	13	15	28	14	53	52	15	52	56	9
22	13	20	4	14	56	40	15	53	36	8
23	13	22	32	14	59	20	15	54	16	7
24	13	26	8	15	2	8	15	54	56	6
25	13	30	36	15	4	56	15	55	44	5
26	13	33	4	15	7	28	15	56	0	4
27	13	36	32	15	10	8	15	56	16	3
28	13	40	0	15	12	40	15	56	32	2
29	13	43	28	15	15	20	15	56	48	1
30	13	46	56	15	17	52	15	57	4	0
	♍			♌			♋			Signa inferiora

Signa superiora.	♑			♒			♓			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	8	2	56	8	42	8	10	13	4	30
1	8	3	12	8	44	40	10	16	32	29
2	8	3	28	8	47	20	10	20	0	28
3	8	3	44	8	49	52	10	23	28	27
4	8	4	0	8	52	32	10	26	56	26
5	8	4	16	8	55	4	10	30	24	25
6	8	5	4.	8	57	52	10	33	52	24
7	8	5	44	9	0	40	10	28	38	23
8	8	6	24	9	3	20	10	40	56	22
9	8	7	4	9	6	8	10	44	32	21
10	8	7	46	9	8	56	10	48	0	20
11	8	8	48	9	11	51	10	51	36	19
12	8	10	0	9	14	56	10	55	12	18
13	8	11	4	9	17	52	10	58	40	17
14	8	12	16	9	20	56	11	2	16	16
15	8	13	20	9	23	52	11	5	52	15
16	8	14	56	9	27	4	11	9	28	14
17	8	16	32	9	30	8	11	13	4	13
18	8	18	0	9	33	20	11	16	40	12
19	8	19	36	9	36	24	11	20	16	11
20	8	21	12	9	39	36	11	23	52	10
21	8	23	4	9	42	56	11	27	28	9
22	8	25	4	9	46	16	11	31	4	8
23	8	26	56	9	49	28	11	34	40	7
24	8	28	56	9	52	48	11	38	16	6
25	8	30	48	9	56	8	11	41	52	5
26	8	33	4	9	59	28	11	45	20	4
27	8	35	20	10	2	56	11	49	4	3
28	8	37	36	10	6	16	11	52	48	2
29	8	39	52	10	9	44	11	56	24	1
30	8	42	8	10	13	4	12	0	0	0
	♐			♏			♎			Signa inferiora.

At dierum quantitates in ijs regionibus, vbi eleuatio poli complementum maximæ solis declinationis excedit, alia numerandi ratio est. Nam constituta Eclipticę parte, quæ supra Finitorem loci semper eminet, ex tabulis Theoricæ solis quantum temporis sol in ea sit permansurus, supputare oportebit. Hanc verò Eclipticæ partem commodissimè inueneris, si complemento altitudinis poli (ac si declinationis alicuius circumferentia sit) Zodiaci arcum ex tabula conuenientem elicias, cuius complementum duplicatum propositam Eclipticæ portionem ostendet. Quare temporis interuallum, quo sol hanc partem occupabit, maximi diei longitudinem in lucem proferet. Sit igitur, exempli gratia, locus aliquis sub altitudine poli arctici 81 part. 2 scrup. 14 secun. erit complementum huius 8 part. 57 scrupul. 46 secun. cui in tabula declinationis 23 Arietis gradum respondere video. Hunc arcum vbi subtraxerimus ex 90 partibus, restabunt 67 partes exactè, quarum duplum producit 134 partes æquales, quæ in 7 Virginis parte finiuntur. Tandem superest, vt quotannis intra quantum temporis spatium sol hanc circumferentiam à 23 Arietis ad 7 Virginis peragrare possit, inueniamus. Habes igitur quibus rationibus sequens tabula maximorum artificialium temporum ab Aequatore per singulos gradus ad maximam vsque poli altitudinem confecta sit.

Eleuatio

Eleuatio poli.	Dies maximi.			Dies maximi.			Eleuatio poli.
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
1	12	3	28	13	33	35	25
2	12	6	56	13	38	0	26
3	12	10	24	13	42	24	27
4	12	14	0	13	46	16	28
5	12	17	28	13	51	36	29
6	12	20	56	13	56	16	30
7	12	24	48	14	1	12	31
8	12	28	0	14	6	8	32
9	12	31	36	14	11	12	33
10	12	35	12	14	16	24	34
11	12	38	48	14	21	52	35
12	12	42	24	14	27	20	36
13	12	46	8	14	33	4	37
14	12	49	44	14	37	36	38
15	12	53	28	14	44	56	39
16	12	57	20	14	51	12	40
17	13	1	4	14	57	44	41
18	13	4	36	15	4	24	42
19	13	8	56	15	11	20	43
20	13	12	48	15	18	40	44
21	13	16	48	15	26	8	45
22	13	21	4	15	34	8	46
23	13	25	4	15	42	24	47
24	13	29	20	15	51	4	48
				16	0	8	49

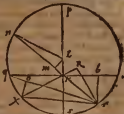
Eleuatio poli.	Dies maximi.			Eleuatio poli.	Arcus semper apparens.		Dies maximi.		
G.	H.	M.	S.	G.	G.	M.	D.	H.	M.
50	16	9	44	67	22	51	24	2	40
51	16	19	52	68	40	0	42	2	16
52	16	30	32	69	52	0	54	16	25
53	16	41	52	70	61	26	64	13	46
54	16	54	8	71	70	26	74	0	0
55	17	7	4	72	78	22	82	6	39
56	17	21	4	73	84	56	89	4	58
57	17	36	16	74	92	12	96	17	0
58	17	52	48	75	96	20	104	2	4
59	18	10	48	76	105	16	110	7	27
60	18	30	56	77	111	30	116	14	22
61	18	53	20	78	117	6	122	17	6
62	19	18	24	79	121	46	127	9	55
63	19	48	40	80	128	22	134	4	58
64	20	24	21	81	133	50	139	30	36
65	21	10	32	82	139	6	145	6	43
66	22	20	40	83	144	22	151	8	6
				84	149	36	156	3	3
				85	154	42	161	5	23
				86	159	50	166	11	23
				87	164	52	171	21	47
				88	169	58	176	5	29
				89	174	52	181	21	58
				90	180	0	187	6	39

PROPOSITIO IX.

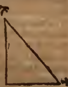
Qua ratione distantia centri absidem solis deferentis à terrę centro inueniatur.

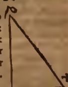
Quoniam hîc de solis apparensis tractationem instituimus, visum est studiosis Astronomices aperire, qua ratione fiat, vt qui per instrumenta solis motus obseruatur, æqualibus temporum interuallis inæqualis appareat. Etenim ex frequentibus obseruationibus artifices satis exploratum solis habẽt cursum siue ad terræ cẽtrum, siue ad superficiem conferatur, inæqualem esse: prærerea apparentem ipsius diametrum, aliâs sub maiori, aliâs sub minori angulo obseruantibus offerri. qua de re inferius plura. Hanc motus diuersitatem alij referũt in Epicyclium homocentro mundi infixum, alij eccentroteten circulo, qui solem deferat, assignãt. Sed vtrum horum sit, nunc temporis disputandum non est, tantùm hîc nouerint discentes ęquabilem solis cursum centro mundi attribui non posse. Vt ergo huius apparentis diuersitatis rationem intueantur, considerabimus quomodo eccentrotes illa solis, ac summi ipsius à terra fastigijs quantitas triangulorum adminiculo possit deprehendi. Si enim id rectè possimus ratiocinari, siue per dimensiones explorare, quanta sit distantia censri æqualis solis motus à centro terræ, facilè quouis tempore alterius, nempe apparentis motus diuersitatem constituemus. Cum autem paucæ huius rei obseruationes ab artificibus accuratè factæ extent, non est indigna res cõsideratione, vt exquisitiùs nostro tẽpore solis cursum instrumẽtis examinemus. Quòd si Copernicus videatur rem acu tetigisse, ac omnem difficultatem, quæ à Ptolemæi tempore hucusq; in constituendo cælestium corporum motu nata erat, submouisse

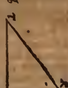
ſubmouiſſe, non temerè à præſtantiſsimo artifice diſcedendum erit. Sed tamē amantem veritatis inſtrumentorum adminiculo calculum ipſius examinare decet. Ac vt rem ipſam percipiant diſcentes, ſcire licet ex tribus ſolis locis accuratè exploratis, & elapſo inter ea temporis interuallo veram ſolis eccentroteten conſtitui poſſe. ἀπόδειξιν verò eruditè ſummus artifex Ioānes Regiomontanus in Epitome contexit, quem nos etiam hoc loco ſequimur. Igitur exempli gratia ſuper l centrum deſignemus eccentricum ſolis circulum p q s d, quem per abſidis lineam p l k s in ſemiſſes diuidamus. Et infra l centrum conſtituamus centrum terræ in ſigno k. Erit igitur p abſis, cuius à ſigno k diſtantia p k & l k inquiſita eccentrotes. quam vt inueniamus, cōſtituantur tria ſolis loca per inſtrumentum exquiſitè obſeruata in punctis n q x, ex quibus ducantur rectæ lineæ in ſignum t, quæ ſint n t, q t, x t. Præterea aliæ trahantur, nempe n l, x r, q d, q x. Et perpendiculares extendantur l m in n t, x o in q t, t r in x r & t b in q d. His conſtitutis manifeſtum eſt ex angulo n k q, qui eſt motus apparentis inter primæ & ſecundæ obſeruationis loca, rationem k t ad t b pateſieri.



Nam in trigono rectangulo k b t angulus t k b per 15 primi Elementorum æquatur ipſi n k q. Porrò ex circumferentia n q, quæ deſignat ſpacium æqualis motus à tempore primæ obſeruationis ad tempus ſecundæ, innoteſcit angulus n t q, & antea conſtitutus eſt exterior angulus t k b. Quare angulus t q k non latebit. Igitur in triangulo orthogonio t b q per 30 primi Regiomontani conſtabit ratio lateris q t ad latus t b, Ac paulò antè innotuit ratio k t ad t b: quare ratio q t ad k t non latebit. Inſuper cum angulus n k x conſtet ex motu apparente, qui inter primam ac tertiam obſeruationem intercipitur, patefit ratio k t ad t r. Nam trigoni orthogonij k r t angulus r k t per 15 primi æquatur ipſi n k x. Cæterùm ex æquali motu primi ac tertij temporis, quem definit circumferentia n x cum inueniatur angulus n t x ipſe r x t angulus non latebit. Ergo conſtat ratio x t ad r t. Sed antea patefacta eſt ratio k t ad r t. Quare ipſius x t ratio ad k t manifeſta fiet. Præterea cum inuenta ſit ratio k t, ad q t, cognoſcetur etiam ratio q t ad x t. Ad hæc circumferentia q x data eſt ex æquali motu ſecundę ac tertię obſeruationis. Igitur q x chorda nota fiet in partibus, quarum p l 100000 partes complectitur. Ex eadem conſtat angulus q t x. Quare in trigono rectangulo x o t nota eſt ratio x t lateris ad o t & x o latera. Igitur eadem menſura x o & o t, qua conſtat x t explorata ſunt. Sublata igitur recta o t ex q t, relinquitur q o. Hinc trigoni rectāguli q o x notis q o, & x o lateribus, per 26 primi Regiomontani q x, recta per eandem menſurā cognoſcetur. Eadem verò antea nota fuit per mēſuram partiū ipſius p l. Quare per menſuram earundem partiū metiemur q t & k t. hinc colligetur circūſerentia q x t. Tota igitur circūferentia n x t patefiet vnà cum chorda n t, cuius pars k t nota eſt. Quare differētia vtriuſq; nempe n k non latebit. Quod aūt ſit









ex t k in k n vnà cum quadrato k l ęquale est quadrato ipsius p l. hinc ipsa l k inquisita eccentrotes innotescit, quę coniuncta ipsi p l totam p l k absidis à terrę centro distantiam notam reddit. Vt autem ratiocinemur distantiam p absidis ab n primæ obseruationis loco in trigono rectangulo l m k inuestigabimus latus l m, aut in k, quia totus arcus n x t notus est, & ex duobus lateribus deinceps per 27 primi Regiomontani angulum m k l ratiocinabimur. Constat igitur manifestè qua ratione construenda sit ἀπόδειξις, vt per obseruata Solis trià loca veram eccentroteten, ac certum absidis locum in Ecliptica ratiocinemur, vt si calculus ab experimentis aberret, in integrum restitui posit. Claudius Ptolemæus solis absidem suo tempore in 5 Geminorũ parte 30 scrupulo immobilem consistere putabat. Sed eius motus ad hæc nostra tempora satis euidentibus obseruationibus deprehensus est, cum vltra primam Cancri partem & 40 scrupul, ab eo loco processerit. Cur autem Ptolemæus in ea sententia fuerit, rationem ingeniosissimè nobis explicauit summus vir Hieronymus Cardanus. Cùm enim eccentrici circuli propterea constituantur, quia planetæ aliàs altiores, aliàs humiliores nobis appareant, id quod non tantùm ex apparẽte corporis magnitudine, sed etiam ex eclipsibus luminarium licet deprehendere: item quod in superioribus locis tardiùs in inferioribus velocius moueantur, ac in planetis, qui in epicyclo voluuntur, maximas æquationes increscere necessarium sit, quando centrum propius ad terram accedit, & vicissim decrescere, quando remotiùs ab eadem euagatur, sequitur exiguam motus absidis differentiam duabus potissimùm de causis latere. Nam quæ ex eclipsibus solis colligitur mutatio partim ob luminis magnitudinem, partim eclipseos instabilitatem nullo modo deprehendi potest. In eclipsibus lunę vmbræ terræ magnitudo ad distantiam 5 partium ab abside parum aut nihil immutatur. Quare per hanc obseruationem motus solis absidis minimè probari potuit, nec etiam facilè ex consideratione ipsius cursus intra exiguum temporis spacium. Sed etiam motus absidis intra partes 5 nullam parit differentiam, quæ aspectu posit discerni. Ex quibus manifestè constat, cum Ptolemæus tantùm obseruationes 500 annorum haberet, non potuisse ipsum Solis absidi motum assignare. Noluit autem summus artifex ea constituere, quæ nec demonstrari, nec vlla sensus euidentia comprobari possent. Sed reliquorum planetarum motus cum exquisitiùs ex collatione solis deprehendi possent, cuius distantia quidem à stella exactissimè nota erat, etsi radix minus exquisitè haberetur, tum quia remotionis diuersitas manifesta esset, quę etiam ex minima absidis differentia contingit, in ijs absidis mutatio latere non potuit.

Propter has causas Ptolemæus reliquorum planetarum absides moueri nõ solùm inuenit, verumetiam demonstrauit, Solis autem absidem moueri nulla ratione demonstrare potuit. Neq; hoc peritissimi artificis ignorantiæ adscribendum est, cùm obseruationibus destitueretur, sine quibus aliquid certi in Astronomica scientia constituere impossibile est; nunc autem plures propter tantum temporis elapsum interuallum artificum industria factæ extant. Cum autem rex Alphonsius videret cõstitutas à Ptolemæo absidum radices, vt hic describuntur,

Absis

Absis Saturni in Scorpionis	P.	M.	P.	M.	Scorpionis	Differen.	
Absis Saturni in Scorpionis	14	10	17	54		3	44
Absis Iouis in Virginis	2	9	28	7	Leonis	4	2
Absis Martis in Cancri	16	40	19	43	Cancri	3	3
Absis solis in Geminorum	5	30	5	56	Geminorum	0	26
Absis Veneris in Tauri	16	10	5	56	Geminorum	19	46
Absis Mercurij in Libræ	1	10	5	10	Librę	4	●
Secundum Ptolemęum.			Secundum Alphonsium				

Ad tempus Nabuchodonosoris, & suas exactius supputatas, ad idem vellet referre principium ex constituta Ptolemęi hypothesi & naturalibus rationibus eundem motum & stellis fixis & absidibus attribuit. Cum autem centrũ epicycli Veneris statueretur iuxta partem extremam Sagittarij, inuenit maximam remotionem partium 47, scrup. 32, quę maior est quàm Ptolemęus constituerat. Quare in alium etiam locum Veneris absidem transferre coactus est iuxta quod punctum, ex cõstituto solis motu, licet non pręcisè, tum ipsius absidem esse cognosceret. Propterea cum non precisè scopum attingere posset & Veneris motus cum medio motu solis maximè conueniret, & differentem in absidibus locum, qui deprehendi posset, non haberet, nec à verisimili ratione alienum videretur Veneri eundem locum statuere, ad postremã Geminorum partem solis absidem transtulit. In eandem ipsum sententiam impulit institutum Ptolemęi, qui Nabuchodonosoris tempore solis absidem in 5 Geminorum parte constituerat, & quod Alphonsius Nabuchodonosore annis 1998, diebus 96 posterior sit, in quo tẽpore motu octauę sphęrę, quem Ptolemęus in annis 100 vna parte constare voluit, Veneris absis ad Solis absidem transfertur. Ergo tam ratione quàm experimẽto Solis absidem mobilem posuit, & ad Veneris absidem traduxit, & in annis 1119, diebus 249, quibus prima Ptolemæi obseruatio Alphonsij radicem antecessit, eidem 23 ferè partes adiecit.

PROPOSITIO X.

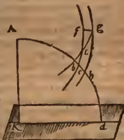
De ueri temporis Æquinoctij obseruatione.

Magna erat antiquorum artificum diligentia (vt apud Theonem in Græcis commentarijs μεγάλης συντάξεως videre licet) in explorando exquisitè veri Aequinoctij tempore, non tantùm ad certam anni currentis quantitatem definiẽdam, verumetiam ad emendatum solis motum constituendum. Ad obseruationes autem adhibebant organa sumptibus ac arte constructa. Sed nostro seculo pauciores Aequinoctiorum obseruationes ab artificibus annotatas habemus: vna inter cæteras, quæ facta est Thubingæ anno 1538 decimo die Martij, quam tamen in explorandis temporis scrupulis nihil à scopo aberrasse vix credi potest, omnium exquisitissima videtur. Vt ergo studiosi veritatis rem ipsam & quantum ab experimentis tabularum calculus absit, diligentius explorent, non est indignum consideratione, vt inuestigemus qua ratione Quadrãtis adminiculo Aequinoctij temporis obseruationem cõmodissimè liceat absoluere. Explicatum est nobis anteà, quomodo ex obseruata solis ortiua aut occidua amplitudine verum ipsius in Ecliptica locum ratiocinemur, cuius hic

vſus ad certam æquinoctij temporis horam colligendā accommodadiſsimus eſt. Etenim in locis ab æquatore verſus Septentrionem remotioribus amplitudinum circumferentiæ declinationum ſegmenta longiori excedunt interuallo. Itaq; contingit, vt verus ſolis locus ex obſeruata per inſtrumentum amplitudine, certius ac facilius, quàm ex declinatione colligatur. Ac vt res ipſa fiat euidentior, ſcire licet, ipſas ortus & occaſus amplitudines eandem cum declinatione rationem in ſitu obtinere: videlicet vt in declinatione, quæ eſt verſus Septentrionem, ſol oriatur & occidat citra ſectiones Aequatoris & Horizontis, ac contrarium accidat, quando ſol in ſemiſſem Eclypticæ, qui in Auſtrum deflexus eſt, expatiatur. Ex his manifeſtè conſtat, ſi intra illius temporis interuallum, quo ab Oriente in Occidentem reuoluitur ſol, vtranq; declinationem ſortiatur, nimirum vt à Septentrione per ſectionem Aequatoris & Eclipticæ in Auſtrum digrediatur, aut è conuerſo: neceſſariò euenire vt manè citra punctū Horizontis, quod ſtringit Aequinoctialis, emergat, ſed veſperi vltra oppoſitum ex diametro punctum occumbat, aut contrà. Cuius rei per inſtrumenta periculum facient certius ac facilius, qui habitant in locis, vbi maior eſt inclinatio Horizontis ad Acquatorem. Iam verò cum ſuperius à nobis demonſtratū ſit, qua ratiocinatione ex obſeruata ſolis ortus & Aequinoctialis differētia certum ipſius in Eclyptica ſitum colligamus, facilè apparet, ſi & occaſus locum exploremus, quomodo ſegmentum illud circumferentiæ Eclypticæ, quod cōtra motum primæ reuolutionis ab Occidente verſus Orientem quolibet die conficiat, in lucem prodeat. His ita conſtitutis, explorabimus aliquot dierum tempore, intra quod Aequinoctium euenire omnino oporteat, amplitudines exortus & occaſus ſolis ea, quam ſuperius ratione declarauimus. Atq; diligenter illud reuolutionis tempus annotabimus, in quo per inſtrumentum declinationis mutationem factam eſſe deprehenderimus.

Si ergo hanc declinationis mutationem intra ſpacium diurnę reuolutionis contigiſſe obſeruatum fuerit, ſolis ingreſſum in punctū Aequinoctij de die factum eſſe conſtabit. Contrarium intelligas, ſi eadem mutatio fiat intra tempus quod eſt ab occaſu ad ortum ſolis. Quare vt huic ſolis ingreſſui in punctum Aequinoctij, ſiue ſectionem Aequatoris & Eclypticæ certum temporis momentum aſſignemus, ſpacium dictæ reuolutionis, ſiue diurnum ſiue nocturnum fuerit, cum circumferentijs Eclipticę, quarum altera ex declinationis mutatione ſit inuenta, altera ex diſtantia loci ſolis à dictæ ſectionis puncto per obſeruationem Aequinoctij tempus antegreſſam ſit collecta, conferemus in hunc modum. Eſt enim eadem ratio totius Eclipticæ ſegmenti ex mutatione declinationis ſolis deprehenſi ad conſtitutum primi motus tempus, quo is ab Oriente in Occidentē circumuoluitur, aut è conuerſo. quæ eſt diſtantia ſolis loci ab Eclipticæ ſectione, qui per antecedentem obſeruationem colligitur ad illud temporis ſpacium, quod inter eam obſeruationem & momentum veri Aequinoctij intercipitur. Quare multiplicantes ſecundum in tertium, quod producitur partiemur in primum. Hinc inquiſitum certi ingreſſus ſolis in conſtitutam Aequatoris & Eclipticæ ſectionem momentum innoteſcet. Atq; hac ratione primùm inſtitutæ quæſtionis ſolutionem per obſeruationem ortus & occaſus ſolis expediuimus: ſequitur nunc vt etiam conſideremus qua ratiocinandi via per eleuationes ſolis in Meridiano circulo, eundem ſcopum attingamus. Nec difficilis fuerit huius obſeruationis cōſideratio, ſi memineris qua ratione, ſuperius ex ſolis eleuatione Meridiei tēpore obſeruata, verum ipſius in Ecliptica locū deprehenderimus. Eo loci oſtendimus Meridianas ſolis altitudines, quandiu occupat ſemiſſem Eclipticæ Borealem, ſi per inſtrumentum obſeruentur, ſemper maiores deprehendi, quàm ſit inclinatio circuli Aequatoris

toris ad horizontem ac contrarium experientibus offerri, quando sol Austrinam Eclipticæ partem peragrat. Ex quibus manifestum est, si in Meridie explorata solis eleuatio tanta exquisitè occurrat, quanta est inclinatio horizontis & Aequatoris, siue quantum est altitudinis poli complementum, eo ipso obseruationis momento ingressum solis in Aequinoctij punctum absolui. Si verò tempus Aequinoctij verni expectetur, aut certò futurum sit à Meridie diei constituti, eleuatio solis Meridiana minor inuenietur inclinatione sphæræ, sed in sequentis diei Meridie eandem pro ratione declinationis excedet. Ex vtraque harum eleuationum cum differentes constituantur solis declinationes, etiam vterque solis locus, nimirum & quem antecedente Aequinoctij tempus diem, & quem sequente possideat, facilè innotescit. Quare vtriusque distantia ab Aequinoctij puncto, & tota denique motus circumferentia, quàm in Ecliptica sol à tempore alterius obseruationis ad alterum conficiat, latère non potest. Vt ergo certum Aequinoctij momentum ratiocinemur constituentes totam circumferentiam ex vtriusque loci solis differentia collectam in primum locum, & in secundum primæ reuolutionis tempus, quod constat 24 horis & in tertium loci prioris obseruationis à sectione verna Eclipticæ distantiam reliquum operis iuxta tenorem regulæ proportionis absoluemus. Hinc verum æquinoctij tempus inuenietur, quod à Meridie antegressæ obseruationis diei numerabitur, aut ex 24 horarum spacio sublatum, temporis differentiam, quę inter Aequinoctiũ & Meridiem sequentis diei intercipitur, relinquet. Cæterùm quo tempore futurum expectabitur autũnalis Aequinoctij tempus, necessarium fuerit, vt obseruata solis altitudo in Meridie ipsum antecedente poli complemento maior inueniatur, in sequenti verò minor. Ex harum eleuationum differentia cum circumferentia Eclipticæ, quam sol totius circũuolutionis tẽpore peragrat, ac vtriusque obseruationis loci ab autũnali sectione distãtia innotescat, eodem modo quem antea explicauimus, iuxta regulam proportionis certũ Aequinoctij tẽporis momentũ ratiocinabimur. Vt aũt rudiores manifestius rem ipsam percipiant, huius posterioris obseruationis exemplum in subiecto schemate proponemus. Cõstituatur ergo instrumentũ a k d in plano Meridiani circuli versus Austrũ ac circũferẽtiam a d secet Aequinoctialis f c in signo c, & Eclipti ca g b in signo b vt autũnalis Aequatoris & Eclipticę sectio fiat in l. In Meridie, qui proximè solis ingressum in l antecedit, obseruatus sit per Quadrantẽ sol in b, ex quo loco versus Orientẽ intra spaciũ 24 hora. quibus absoluitur dies naturalis, processerit vsque in g punctũ Eclipticæ, cuius declinationẽ Austrinã designet circũferentia f g, & æqualis siue primę reuolutionis arcũ Aequatori parallelũ g h, qui stringat Meridianum in h. His constitutis, dicimus certũ ingressus solis in l punctum autũnalis Aequinoctij tẽpus per ratiocinationem cõstitui posse.



Cum enim in Meridie Aequinoctiũ antecedente locus solis deprehensus sit in b, innotescit eiusdem eleuatio in circulo Meridiano d b, sed d c est inclinatio sphæræ, siue altitudo Aequinoctialis supra finientem circulum, quæ cognoscitur ex complemento eleuationis poli, vt antea nobis demonstratum est. Hac igitur sublata ex d b, relinquitur Septentrionalis loci solis declinatio b c, qua deprehensa iuxta doctrinam Triangulorum anteà explicatam, patefit distantia loci solis ab autũnali sectione quæ est b l. Iterum Meridiei tempore Aequinoctij momentum sequẽtis, cum centrum solis

delatum sit in g, ac Meridianum stringat in h, offertur in eodem eleuatio d h, qua sublata ex c d superest Austrina loci solis declinatio c h, cui æqualis est f g, quia g h parallelus est æquinoctiali f c. Cum ergo teneamus ipsam f g per eandem Triangulorum scientiam colligemus distantiam loci solis in g ab l. Ex coniunctis autem b l & g l constituitur tota b l g circumferentia, quàm centrum solis confecit intra spacium totius primi motus periodi. Fit igitur vt eadem sit ratio totius segmenti b g ad tempus primi solis motus periodi, quæ est partis b l ad spacium temporis, quo sol ex b versus Orientem in l æquinoctij punctum mouetur. Ex quatuor harum quantitatum innotescunt tres. ergo per regulam proportionis quarta, quæ verum æquinoctij temporis momentum complectitur, in lucem prodibit. Ex eodem schemate discentes facilè perspicient, qua ratione ex obseruata per declinationes motus solis differentia certum æquinoctij verni tempus colligatur. Porrò cum in his antegressis modis ab obseruationibus ad ratiocinationem progressum fieri oporteat, vt certò præfixum nobis scopum assequamur, subnectemus hîc aliud artificium, quo citra omnẽ vsum calculi studiosi idem operis expedire possint. Vtq; rem ipsam faciliùs percipiant, scire licet illas superficies, quæ in planiciem æquinoctialis circuli exquisitè incumbunt, aut eidem æquidistant, quamuis in terra vtriusq; situs nulla obseruantibus differentia offeratur, ac Septentrionem spectant, à solis radijs duntaxat illustrari, quãdo semissem Eclipticæ Borealem occupat. Contrarium experimur eodem tempore in aduersa superficie quæ polum antarcticum spectat, nimirum vt interea nullos solis radios excipiat, donec per autumnalem sectionem Eclipticę in Austrum ab ęquatore reuertatur. Ex quibus manifestum est ipso æquinoctij die, siue cum alterius sectionis punctum sol ingreditur, radios ipsius ab vna superficie in alteram continuò transferri. Si ergo huius translationis siue mutationis radiorum solis momentum liceat experiri, aut certò deprehendere verum æquinoctij tempus constitutum habebimus. Itaq; si fiat hoc nocturno tempore, manifestum est hac obseruatione institutum negocium absolui non posse. Hoc igitur constituto, si verum æquinoctium in tempus diei incurrat, inuestigandum erit nobis deinceps, in quem situm oporteat Quadrantem collocari, vt certò huius rei periculum faciamus. Primùm hîc opus est exquisita distinctione temporis & antemeridiani & pomeridiani per obseruationem Meridianæ lineæ, quæ antea nobis explicata est. Hac ratione consequemur, vt solo Quadrante loco totius superficiei semicirculi vtamur, in hunc modum. Eo die, quo futurum expectabitur æquinoctij tempus, ante solis ortum collocabimus Quadrantem in eum situm, vt exactè sit in plano Quadrantis Aequatoris circuli, qui inter locũ ipsius exortus & cæli medium intercipitur. Ad hanc collocationem rectè instituendam opus est diligenti obseruatione Meridiei lineæ, communis horizontis & æquatoris sectionis, & inclinationis sphæræ in quo loco futura sit obseruatio.

Vt hoc euidentius appareat super tabellam planam ad horizõtis superficiem exquisitè stratam designabimus Meridianam lineã, quam deinceps per aliam rectam πρὸς ὀρθὰς secabimus, quæ nobis designabit communem æquatoris & circuli finientis sectionem. Hoc constituto, superficiem Quadrantis ita imponemus tabellæ, vt centrum exquisitè congruat ipsi recto angulo sectionis ductarum linearum, qui est inter Orientem ac Meridiem, id quod certò futurum est, si basis Quadrantis in sectionem Aequatoris, & alterũ latus in Meridiei lineam exactè conueniant. Superest tandem, vt Quadrantis alterũ latus à constituto tabellæ plana sic eleuemus, eandem Aequatoris sectionẽ basi occupante, vt exactè constituat angulum inclinationis æquatoris & finientis circuli. Id operis facilè expediemus, si in alio plano ad quantitatem semidiametri Quadrantis

drantis nostri circumferentiam designemus, aliquanto maiorem eleuationis poli complemento, quod illic officio circini exceptũ, hîc distinguemus. Quòd si id molestum videatur, excipiemus in Quadrante magnitudinem sinus recti inclinationis Aequatoris & horizontis, cui æquale faciemus perpendiculum, aut rectum aliquem stylum, cui hoc adhæreat. Duobus igitur modis certam experiemur quadrantis eleuationem, vt inclinationi sphæræ congruat. Aut enim applicabimus centrum designatæ circumferentiæ centro Quadrantis & basin illius Meridianæ lineæ, & attollemus punctum huius, vbi finis est 90 partis exquisitè supra distinctum poli complementum. Aut stylum antea constitutum sub eodem 90 partis pũcto officio perpendiculi ita collocabimus, vt subiectam Meridiei lineam πρὸς ὀρθὰς contingat. Talis ergo situs erit instrumenti, vt Aequatoris Quadranti, qui est inter Orientem ac Meridiem exactè congruat, ac idem planum reuera posideat. Exploraturi igitur certũ Aequinoctij temporis momentum emergente sole versus Orientem mobilis regulæ pinnacidia dirigemus, vt cõstet an solis radij per ea ingrediantur. Quod si fiat, certum erit eo momento Aequinoctium celebrari, sin minus, reliquo tempore quo sol ab ortu versus cæli medium rapitur, subinde eandem regulam per instrumenti planiciem circumuoluemus, donec experiamur, quòd radij per ipsa pinnacidia irrumpant. Hoc vbi deprehenderimus, cuspis regulæ in circũferentia indicabit Aequinoctij temporis à Meridie distantiã, si pro singulis segmentis 15 part. integram horam substituamus. Quòd aũt sol hoc tempore verum Aequinoctij punctũ ingrediatur, manifestum est, quia centrum illius nisi cõstituatur exquisitè in planũ Aequinoctialis circuli radios directè per vtriusq; pinnacidij foramina transfundere non potest. Manifestũ est ergo, qua ratione tempus Aequinoctij ante Meridiem posit explorari. Cum aũt nulla ratione constet, an hoc intra id temporis futurum sit, considerandum nobis est, si in alterũ semidiurni motus semissem inquisitum tempus incidat, quomodo in eundem vsum instrumẽtum sit collocandum. Cõmodisime hîc idem negocium expediemus, si aduersam Quadrantis superficiem in alteram partem æquinoctialis planiciei, quæ inter Meridianum & Occidentem cõcluditur eodem artificio, quod paulò antè expositum est, transferamus. Nam hîc eodem modo per circumuolutionem regulæ excipiendis solis radijs accommodatam ingressum eius centri in æquinoctialis circuli planum experiemur. Cæterùm ne res ipsa discentibus obscurior videatur, designato schemate euidentiùs eam ante oculos constituemus. Sit ergo tabella plana ad superficiem horizontis strata b d g h, per quam ducta sit Meridiana linea a f. Hanc πρὸς ὀρθὰς secet b a h communis æquatoris & horizontis sectio, super quam designetur semicirculus b c h ad quantitatem lateris instrumenti a b. Et hunc in semisses partiamur per rectam c a, vt Quadrans b a c sit in ea parte æquinoctialis, quæ ab Oriente horizontis parte & Meridiano comprehenditur, & alter c a h, qui cæli medio & Occidente finientis circuli parte complectitur. Vt ergo veram vtriusq; Quadrantis eleuationem experiamur, quam hîc ita constituimus, vt ipsius sphæræ congruat inclinationi, ad sectionem c collocabimus circumferentiam d c g designatam super æquali magnitudine ipsi b a, in qua c g sit eleuationis poli complemento æqualis. Eandem eleuationem explorabimus si fuerit c f per-

pendiculum æquale sinui recto eiusdem complementi, ac in Meridianam lineam a f πρὸς ὀρθὰς incidat. Hoc constituto, post solis exortum regula mobilis a k per infixa pinnacidia radios ipsius ex l delatos transmittet. Hinc manifestum erit centrum Solis l in eadem esse recta linea, cum k a, quæ cum sit in Aequinoctiali plano, constat illud alteram sectionem Eclipticæ & Aequatoris occupare. Itaq; non dubium est, quin verum in l fiat Aequinoctium. Cum autem b c h semicirculus Aequinoctialis planum occupans, sectus sit per rectam c a in semisses, erit ipsa a c in Meridiani plano. Quare per segmentum k c patefit distantia temporis Aequinoctij à Meridie. Si ergo intra illud spacium temporis, quo sol ab Oriente in Meridiem voluitur, nusquàm ipsius radij per pinnacidia deferantur, nec Meridiana eleuatio congruat inclinationi sphæræ, post Meridiem officio regulæ in Quadrante c a h similem obseruationem repetemus. Hęc de explorando Aequinoctij tempore scripta sufficiant.

PROPOSITIO XI.

De ratione ueram anni temporis quantitatem examinandi.

AD communem rerum pub. vtilitatem non mediocriter conducit, vt tempus annuæ reuolutionis Solis in Ecliptica quantum fieri potest exactissime cognoscatur. De huius temporis quantitate omnibus ferè seculis, etiam diligentissimorum artificum ac priscorum discrepantes sententiæ sunt inuentæ. Quare singulis ferè annorum centurijs ex recentiorum artificum obseruationum collationibus, veram anni quantitatem ratiocinari operæpretium fuerit. Hoc quomodo fiat inferiùs explicatur. Vt autem totius negocij rationem ad faciliorem sequētium intelligentiam paulò altiùs repetamus, cognoscendum est olim primò Thebæos Aegypti populos longè aliud anni tempus ex Lunæ motu, quàm ab Hebræis ante diluuium fuisset obseruatum, constituisse. Dehinc apud Græciæ populum Thales Milesius, qui vnus ex septem sapientibus cōmemoratur, alio modo anni quantitatem diuulgauit: post quem Eudoxus & Hipparchus, rationem Aegyptiorum imitati, primi omnium maximè propinquum reuolutioni Solis anni tempus cōstituerunt. Tandem inter Latinos C. Iulius Cæsar industria & officio Sosigenis tunc temporis Astronomorum præstantissimi, proximè ad rei veritatem anni mensuram 365 dierum & sex horarum promulgauit: vnde factū est, vt quarto quolibet anno dies integer excresceret, quem post 24 Februarij constituit, atq; hinc is annus bisextilis appellationem sortitus sit. Porrò triplici modo annui temporis magnitudinem metiri solebant. Nam Thebit Benchorat, Chorę filius, tempus reditionis Solis ad eandem stellam fixam obseruabat. Claudius Ptolemæus reuersionem Solis ad idem Tropici, aut Aequinoctij pūctum dinumerabat. Tandem recētiores nempe rex Alphonsius, Regiomontanus, & Hieronymus Cardanus omnium nostri tēporis Philosophorū facilè princeps, cuius etiā honoris gratia libenter mentionem facimus, multò verius ac certius tēpus restitutionis Solis ad idem Eclipticæ fixæ punctum tam in longitudine quàm latitudine, per circumferentiam maximi circuli à polis Eclipticę fixæ in Solis cētrum ductam, atq; ibidem fixam, donec Sol in idem punctum reuertatur, nullam ex hoc differentiam statuentes, quòd Sol sub mobili Ecliptica à fixa dimotus, nunc in Septentrionalem, nunc in Meridionalem partem deflectat, ad definiendam anni quantitatē assumpserunt. Porrò Cardanus longè aliter triplicem Solis motum, quàm reliqui recentiores, constituit. Asserit enim Solem motu vniuersi primò ab Oriente in Occidentem in 24 horis super mundi polis, secundò ab Occidente in Orientem super mobilis Eclipticæ polis, iuxta Alphonsij sententiam intra 49000 annorum spatium, quòd longissimum tempus est, aut in annis 4056

diebus 330 minut. 46, secun. 50, quod breuissimum est iuxta opinionem Thebit, aut teste Cicerone in 1300, aut secundum Platonem in 36000 annis circumuolui, quo motu cum ex orbe etiam toto fiat, non solum absis ad diuersa loca progreditur, aut retrocedit, verumetiam Ecliptica mobilis ad alios atque alios angulos Aequinoctij orbem intersecat. Nec verum putat solos absidem deferentes, vt plurimi existimant, ita moueri. Vltimò verò Solem excentrico orbe aut sphærula ita ab Occidente submota Ecliptica ad Orientem deferri, vt in 365 diebus, 6 horis, minus paucissimis tẽporis minutis eódem reuertatur. Neq; tantùm totũ solis orbem sub Eclipticæ motu ab Occidente in Orientem regredi, sed etiam vniuersam cælorũ machinã non minus tardè simul ad Orientem retrocedere, quàm in occasum velociter deferri. Vnde consecutum est, vt cum plurimi hunc motum in orbium planetarum, ac Lunæ descriptione neglexerint, aut ignorauerint, post magnum temporis interstitium error maximus & vix explicabilis excreuerit. Nam cum Sol, cæteriq; planetæ eandem ad mobilem Eclipticam perpetuò seruent habitudinem, manifestum est eos necessariò illius motu, nec tantum absiduũ deferẽtes moueri, imò cùm totus orbis planetarius simul moueatur, hos orbes imaginarios potiùs, quàm re vera sic appellandos. Sed opinionem Thebit cum experimẽtis non consentire certum est. Nam spica Virginis, quæ Ptolemæi tempore ab Aequatore in Austrum nullo gradu, minut. 31 declinabat, nunc vlterius ad eandem mundi plagam, part. 8 minut. 25 recessit. Quare in 1404 annis declinationem 7 partibus, 54 minut. increuisse oportebit. At dimetiẽs parui circuli secundum opinionem Thebit tantùm est 8 grad. 37 scrup. secund. 26. Ergo cum 1404 paulò plus, nempe 52 constituant, quàm sit tertia pars de 4056. oportuisset tãtùm caput Arietis per 130 partes parui circuli delatum esse. Atqui hęc differentia 8 ferè circuli magni partes implere non potest. Etiam Lunæ locus declarat stellas ab Aequatore plus 5 partibus recessisse. Constat igitur tum ex Planisphærio, tum ex planetarum motibus, stellas per maiorem differentiam, quàm sint partes quinq; moueri. Claudius Ptolemęus, antè annos 1422, hoc est, post tempus natiuitatis Christi Seruatoris 138 diligentissimis obseruationibus tempus reuolutionis Solis 365 dierum, horar. 5 minut. 55 secun. 12 inuenit, ita vt in annis 300 vnus bisextus prætermitteretur. Nam si exactè residuũ tempus à diebus esset 6 horarum, inter annos 300 essent bisextiles 75, at hîc desunt minu. 4 secun. 48. Quare si multiplices 4 minut. & 48 secund. in 300, producetur dies integer. Minuta enim 1200 horas 20 & secund. 14400 4 constituunt. Verùm hæc anni mensura, cum nostri temporis obseruationibus non consentit, Ptolemæus enim velociorem motum, quàm experientia testetur, stellis fixis assignauit, nec initium anni ab aliquo Eclipticæ fixæ loco, sed Aequinoctij puncto sumpsit: motum etiam absidis excentrici Solis propter obseruationũ inopiam deprehendere non potuit. Al Bategnius Mahometus anni tempus dierum 365, horarum 5, minut. 45, secund. 36 tantùm inuenit, ita vt ex 100 annis, in quibus 25 bisexti fierent, vnus exciperetur. Nam scrup. 14 & secun. 24 per 100 multiplicata, diem vnum conficiunt. Sed hæc opinio cum stellarum fixarum motui 100 annos attribuat, nostro tempore ab experimentis aberrat. Tandem Afrael, qui tabulas motuum planetarum Alphonsio cõposuit, Georgius Peurbachius, Ioannes Regiomontanus, & Ephemeridum scriptores, prǫ vera nostri temporis annorum quantitate dies 365, horas 5, minut. 49, secun. 15, tertia 58, quart. 51, quinta 12 assignarunt. Quòd si hanc anni quantitatẽ veram esse fateremur, in annis 136 superessent horæ 24, minut. 19, secun. 46, tert. 36, quart. 24. atq; ita consequeretur, vt, si ex annis 136 vnus bisextus auferre-

tur, atq; ex 9928 loco 73 bissextorum excipiendorum 74 tollerentur, motum Solis emendatum haberemus. Nam etsi differentia minut. 3 secun. 42 tert. 17 quart. 12 relinquatur, tamen ea in 3871920 annorum tempore demũ 1 diem absoluit. Porrò, quò facilius intelligantur sequentia, scire licet eos, qui nobis hanc motuum distinctionem tradiderunt, & sphæræ stellarum fixarum triplicem motum constituisse. Primum, qui singulis diebus ab Oriente in Occidentem super polis mundi fixis perficiatur: Secũdum qui fit ab Occidente iterum in Orientem super polis Eclipticæ immobilibus in 49000 annis, ita vt pars vna in 136 annis & 90 conficiatur: Tertium quem trepidationis motum appellarunt, per circumferentiam parui circuli, cuius centrum in Ecliptica nonæ statuitur, & dimetientem partium 18 maximi circuli habet, & in 7000 annorum spatio absoluitur. Hac etiam de causa fit, vt Solis maximæ ab Aequinoctij orbe declinationes varientur, & tanta in velocitate & tarditate motus stellarũ fixarum differentia appareat. Hosce duos solis motus, tanquam alicuius ducis totis orbibus non secus ac diurnum planetæ omnes cõsequuntur. Porrò Claudius Ptolemæus duas exactissimas ingressus Solis in primum autumnalis Aequinoctij punctum obseruationes nobis reliquit, quarum prima 8 cap. lib. 3. sic describitur. Exquisitissimam fecimus anno decimoseptimo Adriani, septimo die mensis Athus, ingressus Solis in primum autũnalis Aequinoctij punctum, obseruationem, horis duabus æqualibus à meridie, post Nabuchodonosoris coronationem annis 879 diebus 66 horis duabus: ab Alexandri morte annis 455 diebus 66 horis 2 & ab Octauij principatu annis 161, diebus & horis ijsdem. Secunda autem secundo sic recitatur. Tertio Antonini anno, nono die mensis Athir, vna hora post Solis ortum, vidimus Solem in primo autumnalis Aequinoctij puncto, qui fuit annus ab Alexandri morte 463. Primùm hîc consideremus, quos annos Ptolemæus intelligi velit. Differentia motus Solis à Nabuchodonosore ad primam obseruationem est partium 211 minut. 25 quam in annis 879 diebus 66 horis duabus excreuisse narrat. Et motus Solis vnius anni, qui exactè constabat 365 diebus, erat 359 part. 45 minut. 24 secun. 45 tert. 21 quart. 8 quint. 35 sextorum. Hunc motum si duxeris in 879 annos, dies 66 horas 2 vltra integras reuolutiones 879 exorientur part. 211, minut. 25. Quare manifestè constat annos Aegyptios intelligendos esse, cum eandem motus differentiam Ptolemæus ipse constituerit. Et cum hi 879 anni constent ex 424 qui intercipiuntur inter tempus coronationis Nabuchodonosoris & mortem Alexandri: item ex 294 qui à morte Alexandri ad Octauij principatum elapsi sunt, & ex 161, qui inter Augustum & 17 Adriani intersunt, sequitur omnes hos intermedios Aegyptios esse. Porrò cum secundam obseruationem tertio Antonini anno factam esse testatur, & ab Alexandri morte 463 atq; hîc prius eodem tempore 455 annos acceperit, differentia esse annorum 8 solarium, non Aegyptiorum, euidentissimis argumentis Cardanus comprobat. Erat huius obseruationis dies apud Romanos 24 Septembris, idem verò apud Aegyptios nonus mensis Athus, qũia ex illis annis cum 8 effluxissent, necessarium erat, vt mensis initium duos dies præoccuparet, quibus bisexti duo anni Aegyptijs abundabant. Hinc apertè constat obseruationem hanc anno 140 salutis currente factam esse: & cùm sit hîc tertius Antonini annus, consequitur ipsum vel in fine 137 vel in principio 138 regnum occupasse. Constat enim ex obseruatione tertij cap. libri quinti, non potuisse post plures dies, quàm 38 ab initio anni 138 salutis Antonino imperium acceptum esse. Nam 7 Februarij 139 anni, secundus Antonini annus erat. His constitutis ex prima Ptolemæi obseruatione, & illa ingressus Solis in

vernam

vernam Aequinoctij partem, quæ anno 1536 Thubingæ 10 Martij exactè in Meridie facta est, facillimum fuerit certam annui temporis magnitudinem, & verum Solis motum ratiocinari. Cùm igitur prioris obseruationis tempore absis Solis 5 Geminorum partem possideret, necesse est, vt verni Aequinoctij tempus diebus 187 alteram præcesserit, ita vt 21 Martij horis 2 à Meridie euenerit. Et cum Alexandria Thubinga 1 hora 28 minut. remotius in Orientem vergat, sequitur, vt illic tempus Aequinoctij vernalis anno 1536 10 die Martij, hora 1 minut.28 post meridiem fuerit. Differentia temporis inter primam obseruationem Ptolemæi & alteram hanc, quæ Thubingæ facta est, annorum 1404 tempus complectitur, in quibus ingressus Solis in Aequinoctium vernum præcessit diebus 11 hor.0 min.32. Si iam distribuerimus horas 11 dierum, quæ sunt 264 & 32 minut. in annos 1404, extrahentur ex sex horis singulorum annorum 11 minut. 18 secun. 17 tertia 26 quart. 9 quinta 50 sext. Quare emendata anni quantitas constabit 365 diebus 48 minut. 41 secundi 42 tertijs 33 quart. 50 quint. 10 sextis, cum quibus præter integras reuolutiones Aequatoris ascendunt part. 87 minut. 10 secund. 26 proximè. Hæc anni longitudo nostri temporis obseruationibus optimè congruit. Ad quam etiam proximè accedit ea, quæ ex ingressibus Solis in tropica signa supputatur. Constituerunt quidam in festo natiuitatis Domini, anno 34 quo passus est, hoc est 25 die Decembris, obseruatum esse Solis ingressum in punctum hyberni solstitij, sed post annos 1474 alij eiusdem solstitij tempus 13 die Decembris contigisse obseruarunt. Interstitium temporis, quo Sol in annis 1440 eandem partem præoccupauit, 12 dierum numeratur. Si igitur in annos 1440 tantum temporis partiamur, consurgent præcisè 12 minuta ex 6 horis singulis annis subducenda. & si ex annis 120 siue 30 bisextis vnus intermitteretur, perfectum anni tempus 365 dierum & 48 scrupul. relinqueretur, quod antegressæ obseruationi maximè propinquum est. Hinc motus Solis ad nostra tempora correctissimè institueretur. Sed ex assumpta priore anni quantitate, quæ maximè veritati consentanea videtur, construxit Cardanus duas tabulas, quarum vna est reuolutionum annorum, altera ascendentium, siue horoscoporum.

Tabula reuolutionum annorum. Tabula aſcendentium annorum.

		D.	H.	M.	S.		P.	M.	S.	
1	P. B.	A. 0	5	48	41		87	10	26	1
2		A. 0	11	37	23		174	20	53	2
3		M. 0	6	33	54		261	31	20	3
1		A. 0	5	48	41		348	41	47	4
2	P. B.	M. 0	12	22	36		75	52	14	5
3		M. 0	6	33	54		163	2	41	6
1		M. 0	18	11	18		250	13	8	7
2		M. 0	12	22	36		337	23	35	8
3	P. B.	M. 0	6	33	54		64	34	2	9
1	B.	A. 0	5	48	41		152	44	29	10
2		A. 0	11	37	23		303	28	58	20
3		A. 0	17	26	6		95	13	27	30
4		M. 0	0	45	12		246	57	56	40
8		M. 0	1	30	25		38	42	25	50
12		M. 0	2	15	38		190	26	54	60
16		M. 0	3	0	51		342	11	23	70
20		M. 0	3	46	4		133	55	52	80
40		M. 0	7	32	8		285	40	21	90
60		M. 0	11	18	12		77	24	51	100
80		M. 0	15	4	16		154	49	42	200
100		M. 0	18	50	20		232	14	33	300
200		M. 1	13	40	40		309	39	24	400
300		M. 2	8	31	1		27	4	15	500
400		M. 3	3	21	20		54	8	31	1000
500		M. 3	22	11	41		108	17	2	2000
1000		M. 7	20	23	25		162	25	34	3000
2000		M. 15	16	46	51		216	34	5	4000
3000		M. 23	13	10	17		270	42	36	5000
4000		M. 31	9	33	43		181	25	13	10000
5000		M. 39	5	57	9					
10000		M. 78	11	54	19					

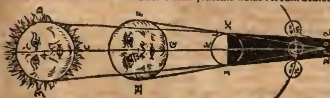
Harum tabularum vſum ſequentibus exemplis explicat. Anno 1398 natus eſt præſtantiſsimus vir Franciſcus Philelphus die 24 Iulij, horis 6, minut. 50 à meridie, mortuus verò anno 1481, vnde totius vitæ tempus fuit 83 annorū. Iam ex his tabulis inuenietur tempus reuolutionis anni, quo mortuus eſt, & quotus Aequatoris gradus cum horoſcopo aſcēderit. E regione 80 partium numerantur horæ 15, minut. 4, ſecun. 16, & cum ſuperſint adhuc tres, & geniture annus ſit ſecundus poſt biſſextum, ex minori tabula, vbi eſt P. B. 2 capiantur horæ 6, minut. 33, ſecund. 54, quibus omnibus coniunctis, exurgent horæ 21, minut. 38, ſecun. 10 ex tempore geniture auferendæ. Quare reuolutionis tempus erat die 24 Iulij anni 1481 horis 2, minut. 22, poſt Solis ortum. In ſecunda tabula annis 80 adiacent partes 133, min. 55, ſecun. 52, & tribus reſpondent 261 part, minut. 31, ſecund. 20: ex his coniunctis ſi ſubduxeris totum circulum

culum,restabunt part.35,min.27,secund.12,horoscopi ascensioni adijciendæ. Secundum exemplum geneseos sit Gualterij Corbettæ, qui natus est anno 1495,die lunij tertio,hora 12 horologij. Annus reuolutionis, in quo vita defunctus est:nempe 1535,ætatis 42 erat. E regione 40 annorum inueniuntur horæ 7,minut.32,8 secund. & cum annus natiuitatis sit tertius post bisextum in tabula, vbi P.B ad 3 ponitur,respondent reliquis duobus annis, horæ 12, minut.22, secund.36. His omnibus collectis, prodeunt horæ 19, minut. 54, secund. 44,ex proposito geniture tempore tollendæ. Iterum in altera tabula è directo annorum 40,habentur part. 246, minut. 57, secund. 56, reliquis duobus adhærent part.174,scrupul.20, secun.53. Ex his omnibus tollatur circulus integer,& remanebunt part.61,minut.18,secund.49,quibus si adijciantur partes horoscopi exurgent part. 140, minut. 30, cum quibus prima Virginis Eclipticæ pars, in qua tunc temporis Saturni corpus residebat, ascendit. Vnde factum est, vt eo anno cooperante directione violentissima hæmoptoi occubuerit.

PROPOSITIO XII.

Ratio obseruandi quolibet tempore apparentes luminarium diametros.

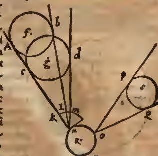
MAximè ad Eclipsium dimensiones rectè instituendas obseruatio, cognitioq; diametrorum Solis & Lunę diuersis temporibus apparentium requiritur, Nam pro ratione conspectarum dimetientium quantitatem distantiæ,horum planetarum à terræ centro,item vmbræ terræ, & Eclipsium magnitudines increscere aut deficere oportebit: id quod in Optica scientia eruditè artifices demonstrarunt. Nam cum duo corpora,quorum minus lumen à maiori recipit, propiùs inter se conuenerint,necesse est illius maiorem partem huius radijs illuminari, & vmbræ quantitatem pro ratione accessus decrescere. Quod cum ita sit,manifestum est Lunæ Eclipses, cum Sol oppositum absidis occupauerit,longè minores fieri, quàm eo in summo eccentrici fastigio existente: etiam coitus tempore maiorem Lunæ portionem, quàm oppositionis à Sole illustrari. At maioris euidentiæ causa, schema huius rei cum demon-



stratione subijciatur: duo circuli b c d & h g f sphæram corporis Solis nobis repræsentent,i k l terram, dum Sol fuerit in a, nempe remotiori à terrà loco,proijcitur vmbra i r x q,sed dum propius accesserit in ʊ, efficitur vmbra i p o x, quam manifestè constat minorem esse priore. Lunæ corpus sit m & n, quæ dum fuerit in m,primam vmbræ maioris partem attingit, in n iterum ab eadem egreditur. At si fingamus maiorem vmbram ablatam, circa centrum tamen, quod est in medio n m,minoris vmbræ descriptum circulum, erit etiam ille minor priori. Siue igitur transiret Luna per vmbrarū centrum,siue per similes arcus,defectus eius nihilominus inęquales essent Cuius rei non est alia causa,nisi inęqualitas circumferentiarū vmbrę,per quam Luna Eclipsis tēpore trāsit. Hic Solis & Lunæ ad terræ centrū accessus,& ab eodem

recessus nobis causas aperit, cur diuersis temporibus non eiusdem quantitatis appareant, sed intra dies aliquot qualemcunque magnitudinis differentiam sortiantur. Nam, sicut in Optica disciplina demonstratur, eadem corpora sub maioribus angulis aspectui oblata, apparent maiora, sub minoribus minora. Iam verò quantò corpus aliquod propiùs nobis fuerit, tantò etiã pyramidis, quàm ab extremitatibus superficiei apparentis lineæ in oculum concurrentes constituunt basin maiorem fieri, & sub maiori angulo videri oportebit. Hinc veteres Astronomi concluserunt Solis corpus in excentrico circulo, aut in epicyclo concentrico immerso, cuius dimetientis semissis sit æqualis distantiæ inter centra mundi & excentrici interceptæ, totius anni spatio circumuolui. Huius excentrici absidem, siue summum à terra fastigium nostro tempore diligentes motuum inquisitores, in primam Cancri partem & 40 scr. progressam esse deprehenderunt. In quo loco Solis dimetiẽtem omnium minimam apparere necesse est. Ex hoc puncto paulatim descendens, propiùs ad mundi centrum deflectit, & pro accessus quantitate apparẽs diameter vsque ad absidis oppositam partem, in qua maxima videtur, incrementum assumit. Quare si Lunæ eclipsis contingat, Sole in prima Cancri parte, & 40 scrup. existente, necessariò maximam terra vmbram projiceret, & maiorem, quàm alijs in locis, luminis Solis portionem ipsi Lunæ eriperet: sed in opposita parte contrariũ eueniret. Quoties autem Sol aliás Eclipticæ partes peragrat, pro quantitate distantiæ ipsius à terræ centro, eiusdem & terrestris vmbræ dimetientes mutantur. Ex eadem etiam causa euenire necessarium est, vt Lunæ à terra distantia non semper eadem maneat. Quare Hipparchus ante Ptolemæi tempora ad hypotheses Lunæ motus, concentricum & epicyclum assumpsit. Nam cum in abside epicycli esset, minor apparebat, ac remotior erat, in opposito verò maior, quia propiùs ipsi terræ imminebat. Post quem Ptolemæus Alexandrinus, cum suis obseruationibus rationem motus Hipparchi claudicare deprehendisset, excentricum Lunæ cum epicyclo statuere coactus est. Nam quoties à Sole quadratis radijs contingeretur, maximam inter medium & verum Lunæ motum differentiam deprehendit. Vnde conclusit centrum epicycli tempore quadraturæ propiùs ad terram, quàm in coitu, aut oppositione Solis accedere, & epicyclum omnino in excentrico circumuolui. Distantiam verò inter cẽtrum mundi & excentrici 10 part. 19 minut. inuenit. Hanc quidem orbium constitutionem & centrorum distantias Ptolemæi tempore cum experimentis obseruationum consensisse credendum est: at nostro seculo, cum tãtum temporis sit elapsum, hanc Lunæ motus cõstitutionem peritissimi artifices cum apparentijs minimè congruere deprehenderunt. Primus omnium Ioannes Regiomontanus lib. 5 Epitomes cap. 22 hoc animaduertit, quãuis nihil constituerit immutandum esse. Quem secutus Nicolaus Copernicus, hanc veterem Lunę Theoriam firmissimis argumentis impugnauit, atque longè aliam nostri temporis obseruationibus consentientem exquisitè demonstrauit. Gemma Frisius de Matheseos studijs optimè meritus, suas obseruationes cum numeris tabularum cõferens, 20 minut. eas à scopo aberrare deprehendit. Scribit enim se anno 1542 15 die Decembris sub noctem Lunæ dimetientem 30 tantum scrupul. obseruasse, quæ nisi veteres Theoriæ fallerent 50 scrupul. fuisset. Nam circa proximam terræ circuli sui partem ipsam versari tabularum numerus indicabat, ita vt ab ipso terræ centro 39 partibus distitisset, quantis aliâs 65 abest. Quare sub maiori angulo necessario secundum Opticæ demõstrationis rationem apparuisset. Consequitur etiam ex communi & veteri Lunæ Theoria tempore quadraturæ, quando nimirum dimidia aut διχότομος est, dimetientem ipsius duplo maiorem, quàm coniunctionis aut oppositionis tempore apparituram: cum tamen

men vniuersalis omnium temporum experientia manifestè huic repugnet hypothesi. Hanc quidam, vt manifesta defendant mēdacia, sic illudere tentant, vt aeris, per quem rerū imagines in oculos deferuntur, crassiores interdum vapores visum fallere respondeant. At ne quis existimet eundem errorem etiam in obseruationibus per instrumenta quantumuis magna factis nobis obrepere, cum & iterum Lunam in horizonte lumine plenam cōspexeris, & postea iterū cum ad cæli culmen ascenderit, ipsius diametrū per Quadrātem metiaris, & si duas has obseruationes nullo discrepare minuto videris, aeris crassitudinē nihil hinc rei impedimenti attulisse noueris. Neq; tamen negari potest crassiora in aere densiori rerū simulachra, ac ob id maiora videri, vt etiam stellarum distantiæ, item luminarium dimetientes circa horizōtem maiores, quàm in meridie apparent, sed obseruationes, quæ per instrumenta quantumuis magna fiunt, hanc apparentiarum diuersitatem non admittunt. Hanc vtilissimam ac necessariam admonitionem huic loco interserendam esse putaui, ne studiosa iuuentus tabulis duntaxat contenta, in errorem dilaberetur. Vt autem ad rem ipsam accedamus, scire licet, veteres Astrorum obseruatores multiplices rationes ac modos apparentes luminarium dimetientes obseruaudi excogitasse. Alij enim per Astrolabium, alij sicut est videre apud Ptolemæum lib. 5 τῆς μεγάλης συντάξεως, αἱ ὑδρομετρικῶν, id est aquaticas dimēsiones, quas per clepsydras factas esse cōstat, alij per tempora Aequinoctia, vt Proclus & Cleomedes scribunt, Solis & Lunæ diametros obseruabant. His tamen omnibus modis, quia inconstantes & fallaces deprehensi sunt, repudiatis, Claudius Ptolemæus artificum Astronomiæ princeps, Dioptram Hipparchi, quam Proclus in Astronomicis hypothesibus, & Theon Alexandrinus in Commentarijs suis, ex regula quatuor cubitorum, cum duobus specillis fabricare docent, ad has obseruationes prætulit: Quas nos etiam æquè certò ac expeditè per Quadrantem fieri posse edocebimus. Quoties igitur alterius luminaris dimetientem metiri volueris, instrumenti centro oculo applicato, notentur partes circumferentiæ in Quadrante, per quas radij visus exactè Solis aut Lunę apparentes extremitates comprehendant: nam harum distantiæ angulum, sub quo Sol, aut Luna apparuerit, extemplo patefaciet. Vt autem res ipsa discentibus euidentiùs innotescat, ex r centro designemus circumferentiam terrestrem n o ac constituramus primùm sphæram Solis in remotiorem f locum, deinde in g propiorem. Igitur in loco n per instrumentum Solem obseruāti in f, cum visus radij contingant eum in a & b punctis, offertur in Quadrante segmentum k l. Sed in g Sole constituto, cum à radijs visiuis attingatur in c & d, efficitur segmentum apparentiæ k m, quod maius est k l. Eadem ratione si Lunam collocemus in s, quàm sanè faciliùs obseruare licet, intuentibus eam ex o signo innotescit angulus p o q. His obseruationibus si frequenter vsi fuerimus, quantum hypotheses cum apparentijs congruant, aut ab ijsdem dissentiant, exactiùs indicare licebit.

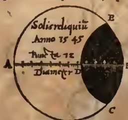


PROPOSITIO XIII.

Qua ratione metiamur Eclipsium magnitudines.

OPtimo ordine consequitur, vt cum proximè rationem dimetiendi Solis ac Lunæ apparentes diametros explicauerimus, modum, quo & facilli-

mè & certiſsimè magnitudines defectuum horum planetarum obſeruari poſſint, hic deſcribamus. Cuius rei tractatione ſanè vix alia in tota Aſtronomia veritatis amantibus ingenijs iucundior eſſe poteſt. Solæ certiſsimæ & admirabiles Eclipſiū prædictiones ab artificibus multis retrò ſeculis ac diu antè quàm euenerint deſcriptæ, apud rudiorem plebeculam Aſtronomicæ ſcientię fidem pepererunt. Verum noſtri inſtituti hic non eſt, vt quibus rationibus futuri luminarium defectus artificioſè ſupputentur, explicemus. Etenim ſatis copioſè & eruditè ab alijs artificibus hæc res eſt pertractata, cuius ſapientiæ amore, ſi quis accendatur, Ptolemæi μεγάλην σύνταξιν, item tabulas Prutenicas Eraſmi Rheinoldi Salueldenſis, aut Georgij Peurbachij diligenter euoluat. Inter omnes verò nullas emendatiores, & quæ experimentis melius conſentiant habemus, quàm Nicolai Copernici artificis ad miraculum vſq; in ſcientia motuum cæleſtium excellentis. Hic enim ſuas obſeruationes, cum antiquorum artificū ſcriptis conferens, ex elapſo longioris temporis ſpatio plurima nobis emendauit, quæ veteres propter tēporis anguſtiam nullo modo deprehendere potuerunt. Poſt hunc proximè correctiſsimas motuum tabulas inſignis vir Ioānes Vernerus Norimbergenſis conſtruxit. Sed regis Alphonſij, Ioannis Stophleri ni, etiam Purbachij tabulæ, tum in tempore, tum in magnitudine deliquiorū ſupputandis non parum à ſcopo aberrant. Age igitur, ſi placuerit experiri, aut examinare, quiſnam ex omnibus proximè ad rei veritatē accedat, & experientiæ congruentem calculum exhibeat, cum paulò antè deliquij tempus, per modum præcedentis propoſitionis alterius luminarium, cuius Eclipſis futura ſit, diametrum diligenter obſeruaueris, & tempus quo maxima planetæ pars obſcuratur, notaueris, ſæpius reliquam portionem deliquij expertem à medio circumferentiæ in partem oppoſitam accuratè per Quadrantē dimetiaris. Quòd ſi tum totius dimetientis & vltimò cōſpectę partis magnitudines inter ſe contuleris, facilè deficientis luminaris vnciæ, aut ſectiones duodecimæ apparebunt. Subductis enim partibus poſterioris obſeruationis ex tota dimetiente ſectiones obſcuratæ partis reſtabunt. Quæ fuerit hic ratio totius dimetiētis ad portionem deliquio affectam, ea erit 12 partium æqualium ad digitos (vt vocant) Eclipticos. Multiplices ergo quantitatem minutorum Eclipſeos per 12 & productum numerum in totam partiaris diametrum, hinc exibunt vnciæ Eclipticæ, ſiue ſectiones 12. Si aliqua fragmenta poſt diuiſionem reſtiterint, per 60 multiplicentur, & productum per eandem diametrū diuidatur. Exempli gratia, ſit Eclipſis Solis, quam Gēma Friſius Louanij anno 1545 obſeruauit b d c apparens Solis diameter a e, quàm 31 min. conſtare deprehendit: medio autem deliquij tempore pars reliqua adhuc conſpicua a d fuit minut. 19, igitur altera portio quæ eſt Eclipſeos d e conſtat minut. 12. Fingamus iam totam a e diſtributam eſſe in ſectiones 12 æquales, quas vncias Eclipticas appellant, ex quo debeamus ratiocinari quot vncias complectatur d e. Ductis 12 min. in 12 vncias, exurgunt 144, quæ diuiſæ per 31 producunt 4 vncias, & $\frac{20}{31}$. Hæc fragmenta conſtituūt ſcrup. 38, ſecun. 39, tert. 21 &c. In reliquis eadem metiendi ratio obſeruatur. In Luna etiam ſine calculatione defectus vnciæ facilè deprehendi poſſunt. Si enim in plano ductam lineam ſecundum obſeruatam totius dimetientis minutorum multitudinem, primùm in partes æquales ſecueris, & obſcuratæ partis magnitudinem notaueris, iterum totam diametrū in partes 12 æquales partiaris, ibi deliquij vnciæ manifeſtę



manifestè apparebunt. Interim hîc silentio prætereundum nō est difficultatem non mediocrem in obseruatione, tam Solis diametri, quàm deliquij oboriri posse. Nisi enim propè horizontem constiterit, aut radij ipsius raris nubibus, aut vaporibus debilitentur, certum est oculos tanti luminis splendorem ferre non posse. In huiuscemodi casu Erasmus Reinholdus Salueldensis in Cōmentarijs, quos in Peurbachij Theoricas conscripsit, ingeniosissimè aliam rationē excogitauit, qua tam exquisitè, ac si ipsi in cælo coram adessemus, absq; vlla visus offensione deliquij magnitudinem metiri licet, in huncmodum. Paulò antè Eclipseos tempus clausis omnibus ferè cubiculi fenestris per rotundum aliquod foramen in tabellam planam transmissum Solis lumen excipitur, cuius schema creta, aut carbone circumscribituriterum medio deliquij tempore tabella æquali spatio à foramine remota, reliqua luminis pars notatur. postea dictam per mediam figuram diametrum in 12 æquales sectiones diuidimus, & extemplò erepti luminis vnciæ conspiciuntur. Noueris autem cùm in cælo superior Solis pars defectum patitur, in tabula inferiorem luminis portionem ablatam videri, & è conuersò, vt in Optica disciplina eruditè demonstratū est.



Schema Solis sit d e f, tabula a b c, per cuius b foramen antè Eclipsis initiū transmittantur radij d f, & l g, sed cum maxima Solis obscuratio apparet, tantùm radij d k, & f h cum intermedijs videntur, circulus luminis in tabula exceptus, g h i k, cuius arcus i g h, similis est f e l, & angulus g b h, equalis f b l per 15 primi Elementorum Euclidis. Quare manifestè hîc apparet, cùm Solis inferior pars Eclipsin patiatur, quare excepto lumini superior adempta videatur. Tandem secta diametro luminis g k in 12 portiones æquales, g r segmentum vncias defectus indicabit. Hac obseruandi ratione scribit Gemma Frisius se anno 1544 Louanij Solis Eclipsin 10 vnciarum deprehendisse, cum medium tempus defectus nono Calendas Februarias, hora 8 minut. 53 plus minus antè medium diem esset. Apparebat etiam contra cōmunium tabularum calculandi modum inferioris Solis partis defectus. Ex huiuscemodi deliquiorum obseruationibus plurima in tabulis motuum cælestium deprauata artifices emendare possunt. Ac regionum longitudines exquisitè hinc deprehenduntur. Quantas præterea vtilitates adferant, nemo satis explicare potest. Si tandem hîc studiosis Astronomicis, quibus demōstrationibus artifices Eclipsium dimensionibus adiuti, Solis, Lunę, & terræ Sphærarum magnitudines ratiocinentur, breuiter exposuero, huius tractationis finem faciam. Euidentissimis demonstrationibus constat motuū cælestium exploratoribus maximam Lunę à terra distantiam esse partium 64 scrupul. 10, qualium terræ semidiameter est vna, & Solis remotissimum spaciū earundem 1210 esse. Lunæ semidiameter constat 17 minut. 33 secund. Hinc se-

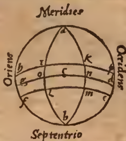
miſſem dimetientis Solis venabimur, ſi diſtantiam ipſius per ſemidiametrum Lunæ multiplicatam in partes 64' min.10 diuiſerimus, partium 5, minut. 30 de 1210. Adhæc ſi partiaris terræ ſemidiametrum in ſecunda reſolutam 3600 per minut. 17, ſecund. 33, inuenies qualium Lunæ diameter conſtituitur 1, taliū terræ diametrum eſſe 3 & 24. Item diſtributis 5 part. & 30 minut. in 17 min. 32 ſecun. inuenietur Lunæ diameter à Solis diametro ſuperari 18 & 48, ſic dimetiens terræ in dimetiente Solis 5 & 30 ferè cōtinetur. Si multiplicentur iam cubicè 18,48, videbis Solem Luna maiorem 6644 & ſemiſſe ferè. iterum ſi colligatur cubus 3 & 24, prodibunt 39 & 15, ferè toties terræ Sphęra Lunam quantitate ſuperat. Vltimi numeri nempe 5 & 30 cubus ſupputatur 166,'40, 30. Quare conſtat Solem terræ molem excedere centies, ſeptuagies proximè. Si quis altius huius rei fontes perſcrutari voluerit, is quintum Magnæ Conſtructionis Ptolemæi librum, & quartum Nicolai Copernici de Reuolutionibus orbium cæleſtium non oſcitanter euoluat.

PROPOSITIO XIIII.

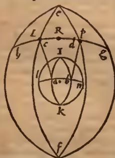
Quibus rationibus regionum longitudines explorentur.

NVlla eſt maior in tota Geographia, quàm in exquiſita longitudinis locorum inuentione difficultas. Definitur autem hæc longitudo circumferentia Aequatoris circuli inter duos Meridianos, quorum alter per inſulas Canarias tranſit, alter per locum conſtitutum procedit, intercepta. Veteres tantùm per obſeruationes Eclipſium Lunarium, quæ aut rarò eueniunt, aut cōſpiciuntur, hanc obſeruabant. Alij noſtro tempore per horologia automata, aut arenaria, quæ licet exactiſsimè conſtructa ſint, tamen nauigantibus ferè ſolis vtilia eſſe poſſunt, eandem inueſtigare tentarunt. Inter omnes modos, nullus adhuc certior inuentus eſt, quàm qui ex Lunæ motu hoc negocium abſoluit: Quem potiſsimùm Petrus Appianus in lucem produxiſſe viſus eſt. Ioannes Vernerus Norimbergenſis, Sacellanus Caroli V. qui Paraphraſes & Cōmentarios ſimul in Claudij Ptolemæi Geographiā conſcripſit, diligenter eundem explicauit. Horontius Fineus Delphinas tantùm ex applicatione Lunæ ad Meridianum circulum longitudinem inquirit. Inter omnes verò, nemo melius ac certius, quàm Gemma Friſius nobis totam huius inuentionis rationem explicauit. Nos hîc etiam nullum inſtrumentum commodius huic obſeruationi per omnes modos, quàm Quadrantem adhiberi poſſe oſtendemus. Primùm igitur, quomodo ex Eclipſium obſeruationibus, longitudo loci ignota inueſtiganda ſit, proponemus. Inferius quomodo temporis minuta exactè ex obſeruatione altitudinis alicuius ſtellæ fixæ ſupra loci Finitorē ſupputare debeamus, explicatur. Cuius obſeruationis vſus hîc maximè cum Luna primam vmbræ terræ partem ingreditur, neceſſarius eſt. Præterea oportebit tempus initij eiuſdem Eclipſis ad cognitum alicuius loci Meridianum ex tabulis exquiſitis numeratum in promptu habere. Tum ex collatione vtriuſq; temporis: nempe quod initio Eclipſeos, in tuæ obſeruationis loco reſpondeat, & quod ex tabulis ad notam longitudinem ſupputatis colligitur, longitudinis differentiam deprehendes hoc modo. Si tempus ex tabulis ſupputatum à tua obſeruatione nullo diſcrimine differre videris, indubitatò noueris vtrumq; locorum ſub eodem Meridiano conſtitutum eſſe: ſin minus, ſubducta minori tempore de maiori, differentia relicta in partes & ſcrupul. Aequatoris conuertenda erit, ita vt pro ſpacio vnius horæ 15 grad. & 4 ſcrupul. vnum gradum dinumeres. Et ſi compereris numerū temporis tabularum maiorem, quàm ſit tuæ obſeruationis, manifeſtum erit hunc Meridianum minorem longitudinem, quàm illum occupare. Vnde ſubducta Meridianorum diſtantia ex vlterioris loci longitudine,

dine, quæsitum huius ab insulis Fortunatis, siue Africæ promõtorio, quod Viride caput recentiores appellant, interuallum remanebit. Contrarium iudicabis, quoties tabularum tempus minus deprehenderis. Iam quò tota tractatio facilius intelligatur, sequentes figuras adscripsimus. Sit Meridianus per Insulas Fortunatas d verum Occidentis punctum Transiẽs a g b d, a polus Antarcticus, g huic oppositus, Aequator circulus d g. Sint duo loca ad partem Septentrionis l m, & alia vltra Meridiem i k. Deductis iam Meridianis a k b, & a i b, vnà cum parallelis Aequatori f e & h p, manifestum est locorum k & n longitudines definiri circumferentia Aequatoris n d, cui similes sunt suorum parallelorum arcus m e, & k p. Sed locorum, quæ sunt in l & i, longitudines determinat arcus d o, cui similes etiam sunt suorum æquidistantium circumferentiæ i p & l e. His intellectis sit alterũ schema, e h f, in medio sphæra terræ i l k, in qua locus a sit Orientalis, b Occidentalis, quorum Meridiani supra vertices sint e p f & e l f, quibus in terra respondent i b k & i a k æquinoctialis in cælo circulus h r g, cui subiectus est per terram l b m.



Iam eiusdem obseruati in diuersis locis deliquij tempus, aut erit idem aut differens, si ęquale vtrobiq; fuerit, illa loca sub eodem Meridiano consistent, si inæquale diuersas longitudines sortiẽtur. Aut igitur fiet Eclipsis antè Meridianum vtriusq; loci versus Orientem, vt in h, vt Meridianus e l f propius ad locum Eclipsis accedat, quàm e p f. Quare cum ex vtroq; Eclipsi tempore constent arcus g h, & h l, differentia l p non latebit. Si ergo vnius innotescat longitudo, alterius quoq; nõ latebit. Aut post vtriusq; Meridiem ad Occidentem, vt in g: atqui tum e p f Eclipsi propinquior erit, ac similiter ex differẽtia temporis alterius innotescet longitudo inquisita, aut inter vtrumq; apparebit, vt in r manifestum est, hinc partes siue distantias vtriusq; Meridiani ab Eclipsis loco coniunctas: nempe l r & r p, longitudinalem, vt vocaut a & b locorum differentiam patefacere. Aut sub alterius tantum a vel b Meridiano Eclipsis efficietur. Vtcunq; tamen res euenerit, semper obseruationes in Orientalibus locis factæ, Occidentales tempore superabunt. Semper enim citius stellę in regionibus ad Orientem sitis supra horizontem emergunt, & ad cęli culmen ascendunt, quàm in reliquis ad occasum collocatis. Quare necessarium est temporis obseruationes sola supputatione differre, cum Luna eodem momento vniuerso deficiat orbi. In hunc vsum propter rudiores ad Meridianum Leysningensem in Misnia, qui longitudinem habet 30 grad. 20 minut. Petrus Apianus sequentibus annis ad 70 vsq; futuras Eclipses supputauit. Prima apparebit anno 1562, die 15 Iulij, horis 16, minut. 17. Secunda 1563, die 5 Iulij, hora 1562
9, minut. 37. Tertia 1565, die 7 Martij, hora 13, minut. 51. Quarta 1566, die 28 Octobris, hora 5, minut. 8. Quinta 1567, die 17 Octobris, horis 15, minut. 6. Sexta 1569, die 2 Martij, hor. 16, minut. 58. Septima 1570, die 20 Februarij, horis 7, minut. 17. Octaua 1570, die 15 Augusti, hora 9 minut. 35. Vt autem per



exemplum rem melius intelligas, anno 1559 constituamus quendam obseruasse Colonię Agrippinę Lunę eclipsin 16 die Septembris, hora 5, minut. 14, secund. 32 à meridie, eadem etiam deprehensa est in Misnia sub Meridiano Leysningensi, hora 5, minut. 42, post meridiem eiusdem diei. Et quia tempus hoc maius est, quàm Coloniæ sit obseruatum, sequitur Meridianum Leysningensem, vlterius in Orientem tendere Coloniensi. Differentia vtriusque temporis est, minut. 27, secund. 28. Iam 24 minut. constituunt 6. grad. reliqua tria minut. 45 minut. Aequatoris, & pro 28 secun. assumo 7 minut. Ex quibus omnibus collectis fiunt 6 grad. 52 minut. differētia longitudinis inter Coloniam & Leysningum. His subtractis de 30 part. & 20 scrup. relinquitur Coloniensis longitudo 23 part. 28 scrupul. Iterum versa vice cognitis vtriusque loci longitudinibus, & quo tempore initium Eclipsis sit alteri appariturum, quota hora & minuto reliquo sit idem futurum ratiocinamur. Assumamus Eclipsin Lunę quę apparebit anno Domini 1570, die Augusti 15, Leysningensibus quidem hora 9, minut. 35. Differentia longitudinis anteà inuenta est 6 part. 52, scrupul. Aequatoris, quibus etiam temporis interuallum 27 scrupul. 28, secun. respōdere inuentum: & cum ab hoc loco in Occidentem vergat Colonia, subducantur è minut. 35, scrupul. 27, secund. 28, restabunt 7 minut. 32 secund. Erit igitur initium Eclipsis Colonię, hora 9, minut. 7, secund. 32. His subiungemus rationem, qua primùm Petrus Appianus adminiculo duplicis trigoni rectanguli easdem locorum longitudines artificiosè solebat obseruare. Quam dimetiendi rationem multò expeditiùs ac faciliùs per Quadrantem absolui posse ex sequentibus patefiet. Quoties igitur huius obseruationis in aliquo ignoto orbis terrarum loco periculum facere volueris, cum ex dimensione altitudinis alicuius stellæ fixæ certum temporis minutum deprehenderis, eodem statim momento per Quadrantem Lunæ & eiuscemodi stellæ, quæ nullam aut exiguam ab Ecliptica latitudinem habeat, & simul ipsam Lunam proximè præcedat, aut consequatur, apparentem distantiam metiaris. Quo facto ex tabulis Astronomicis, verum Lunæ motum ad tuæ obseruationis tempus, & eum locum, cui radices tabularum sunt constitutæ, vnà cum vera eiusdem à stella fixa distantia supputabis. Hoc operis cum absolueris, minus interualli segmentum subduces de maiori, & differentiam remanentem, quæ παράλλαξις, siue aspectus diuersitas iure dici potest, in Lunæ motum, quem in vna hora obseruationis tempore absoluit, partiaris: hinc consurget tempus, quo Luna cum prædicta stella coniuncta fuerit, aut coniungetur. Tandem temporis interuallum, quod ex hac supputatione inuentum fuerit, in partes & scrupulos Aequatoris ita conuersum, vt in Eclipseos obseruatione explicatum est, pro diuersa ratione longitudini, quàm Meridianis loci, ad quem radices tabularū supputatæ sunt occupauerit, adijcies, aut ab eodem subduces. Nam si segmentum circuli, quo Lunam à stella per instrumētum distare obseruaueris, minus extiterit, certum erit hunc locum vlterius in Orientem vergere. Quare partes & scrupuli inuēti cognitæ longitudini adiungantur: at si maius deprehensum fuerit, contrarium iudicato. Iam superest, vt aliquo schemate rem euidentius lectori ob oculos constituamus. Secunda ratio, qua per Lunæ motum, easdem locorum longitudines inuestigamus, est talis. Diligenter obserues stellam aliquam fixam, quæ ab altera Eclipticæ parte Septentrionali, vel Austrina eandem cum Luna latitudinem obtineat, cuius longitudini, si Luna vlterius in Orientem processisse videbitur, distantiā ab eadem adijcies: sin minus, ex eiusdem longitudine subduces, & verus Lunę motus relinquetur. Quòd si nullam huiuscemodi stellam offenderis, ex dimensione distantiæ fixarum duarum à Luna eiusdem verus locus, vnà cum temporis minuto, vt postea in obseruationibus stellarum fixa-

rum



rum explicabimus, ex actè supputabis: aut si sphæram solidam stellis fixis insignitam habueris, facilius idem opus expedies. Inuento iam Zodiaci loco, in quo obseruationis tẽpore Luna fuerit, ex tabulis motuũ cælestium ad notæ longitudinis Meridianũ exquisitè constructis, eiusdem tẽporis Lunę motus inueniatur. Tùm si nullam deprehenderis tabularum & obseruationis in motu discrepantiam, sine dubio eiusdem Meridiani lõgitudinem vterq; locus possidebit. Sed si motus obseruationis superauerit eum, qui ex tabulis sit collectus, necessariò locus hîc occidentalior erit: sin minus, longius ad Orientem mundi plagam collocatum esse certò iudicabis. Dehinc vtriusq; motus differentiam per magnitudinem motus horarij, qui ex argumenti calculo, vt communes Theoricę docent, vel ex totius diei motu crasiori modo colligitur, distribuas: ita enim temporis interuallum, quo vtriusq; loci Meridiani distiterint, patefiet. Hoc tempus in partes & scrupulos Aequatoris conuersum, cognitæ loci longitudini, si hîc Occidenti propinquior fuerit, adijcietur: at si Orientaliorem partem occupauerit, ab eadem subducetur, atq; ita vera tui loci longitudo innotescet. Maximè verò ad huius obseruationis perfectionem necessarium est, vt παραλλάξεως Lunæ rationem habeamus, quam vel ex tabulis in eum vsum confectis, vel ex sinibus per triangulorum Sphæricorum sciẽtiam inuenire licet. Si enim negligeretur, fieri posset, vt in longitudine regionum metienda interdum 8 gradibus à scopo aberrares. Nam Luna etiam sub Meridiano constituta, interdum in longitudine 17 minutorum aspectus diuersitatem habet, quibus plus 34 minutorum temporis respondent, quæ longitudinem 8 grad. & 30 scrupul. conficiunt. Sed ne hoc loci minus exercitatus in Mathesi lector, tanquàm in scopulum impingat, faciliorẽ modum, quo sese ex hoc negocio possit expedire, ostendemus. Quibus igitur παραλλάξεως supputatio, aut incognita, aut minus molesta fuerit, expectent donec Lunam, circa Cancri aut Capricorni principium existentem ad cæli culmen ascendere cõspexerint: nam nulla quæ sentiri posit in longitudine Lunæ parallaxis apparebit, quia mediam Eclipticæ circumferentiæ supra horizontem extantis in Meridiano consistat. Sed quando Luna aliorum Zodaici signorum partes peragrat, aut vbi μηνοειδὴς, vel ἀμφίκυρτος apparet, locum cæli, in quo nullam aspectus diuersitatem sortiatur, agnosces per suspensum aliquod è manu perpendiculum, si vtrumq; Lunæ cornu eodem modo videbitur erectum. Nam tùm manifestè constabit ipsam in nonagesimo Eclipticę gradu, qui ab ascendente numeratur, consistere. Vnde nullam aspectus diuersitatem in longitudine patietur. Quòd si cornu superius ad Orientem inclinatum apparuerit, Luna inter horoscopum & 90 partem erit, atq; tunc παράλλαξις veram longitudinẽ superabit. Si verò idem cornu in occasum propendere videris, 90 ab Oriente partem prætergisse noueris. Quare cùm aspectus diuersitatem obseruationis tuæ tempore cognoueris, diligenter rationem habeas in vtro Eclipticæ circumferentiæ supra Finito-

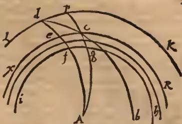
rem existentis Quadrante apparuerit. Si enim Luna inter 90 partem & ascendentem conspexeris, παράλλαξιν ex inuenti motus longitudine subduces, sin inter 90 & Occidentem eandem deprehenderis, obseruati motus longitudinẽ cum parallaxi copulabis. Ita verum Lunæ motum consequeris. Huius obseruationis exemplum à Gemma Frisio annotatum habemus. Scribit ille anno post natum Christum 1540, pridie idus Iunij, hora 10 pomeridiana, exactè sese Lunam cum spica Virginis primæ magnitudinis stella, in eadem Eclipticæ longitudinis parte coniunctam deprehendisse, quia vtriusque distantiam ab illa, quæ in fronte Scorpij media est, æqualem, nempe 39 partium obseruasset. Hæc etiam stella, quemadmodum spica ab Ecliptica in Austrum declinabat, aliâs incerta consideratio hęc fuisset. Aliud huc argumentum accedebat, quod linea per apices, siue extremitates cornuum Lunæ ducta, recta in spicam extenderetur. Iam etiam per experientiam & tabulas Nicolai Copernici constat huius obseruationis tempore spicæ locum ab Aequinoctij verni puncto 197 partibus, 29 scrupul. destitisse: nam in 17 grad. & 29 Libræ minuto erat. Ad eiusdem temporis minutum ex Copernici tabulis supputauit, Lunæ distãtiam ab Aequinoctij verni puncto, quam inuenit 196 part. 48 scrupul. Cum iam manifestum sit Lunę motum, qui Louanij per instrumentum deprehensus est, maiorem esse eo, qui huic tempore Cracouiæ in Polonia respondebat, sequitur Meridianum Louaniensem fortunatis insulis propinquiorem esse Cracouiensi. Differentia vtriusque motus colligitur 41 scrupul. Hinc per anomaliam, siue argumentum Lunæ, quod erat 4 signorum physicorum, 33 grad. & 5, ferè minut. colligitur horarius Lunę motus, 32 scrup. & semissis. Ergo 41 scru. Lunæ motus, conficiunt tempus 1 hōrę & 15 minut. quo Cracouia orientalior est Louanio. Et quia Alexandria orientalior, est Cracouia 1 hora, vt asserit idem Nicolaus Copernicus, colligitur Louanium ab Alexandria in occasum tendere hor. 2 & quadrante, qui efficit tres partes cum dodrante, quę ablatę ab Alexandrię longitudine, quę est 60 part. 30 scrup. relinquunt Louanij longitudinem 26 partium cum dodrante. Hæc in longioribus distantijs locorum longitudines inueniendi certissima, quę haberi potest, ratio est.

PROPOSITIO XV.

De Lunæ parallaxi, quam Latini aspectus diuersitatem uocant.

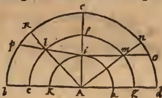
CVm in antegressa propositione ad veri Lunæ motus obseruationem παραλλάξεως cognitionem necessariam esse ostenderimus, visum est hic copiosius, & quid illa sit, & quomodo ab artificibus obseruata sit, explicare. Est autem parallaxis alia longitudinis, alia latitudinis. Parallaxis longitudinis est circumferentia Eclipticæ inter duos maximos circulos, quorum vnus per polos Eclipticæ & locum stellæ verum procedit, alter per eosdem polos & locũ stellæ apparentem, intercepta. Sed diuersitas aspectus latitudinis est arcus magni circuli per polos Zodiaci transeuntis conclusus inter duos alios circulos Eclipticæ æquidistantes, quorum vnus per locum stellæ verum ducitur, alter per locum eius visum. Porrò, inquit Purbachius, id quod de his circulis Eclipticæ æquidistantibus intercipitur, inter circulos magnos per polos Zodiaci transeuntes, simile est diuersitati aspectus in longitudinem. Vnde fit, vt diuersitas aspectus sit quasi linea diagonalis eius quadranguli, cuius latera sunt diuersitates aspectus in longitudine & latitudine. Vt autem faciliùs tota res intelligatur, sequens schema hic subiecimus. Sit Ecliptica h g i, h principium Arietis, punctum a polus Eclipticæ, b signum τῆς κορυφῆς, c locus planetę verus: nempe Solis aut Lunæ, d locus apparens. Per hæc duo loca ex puncto verticis b ducatur circumferentia magni circuli b c d: cum ergo d punctum repræsentans

præſentans locum ſtellæ apparentem longius diſtet, tam ab h Arietis principio, quàm ab Eclipticæ puncto c, dicetur parallaxis Zodiaci in longitudine & latitudine. Quare circumferentia e c, vel d p erit parallaxis longitudinis, & d e vel p c latitudinis. In Ecliptica verò f g arcus, qui e c & d p arcubus ſimilis eſt, longitudinis differentiam oſtendet: quia omnes ſuper iiſdem polis ſint deſcripti.



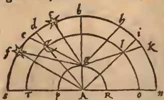
Hinc manifeſtum eſt, longitudinis parallaxin ſemper terminari duobus circulis per Zodiaci polos diductis, quorum alter per ſtellæ centrum: nempe verum locum procedit, alter per locum conſpectū ſiue apparentem. Sed diuerſitas aſpectus latitudinis, concluditur inter duos circulos Eclipticæ parallelos, vt ſunt r c x, & k p l. Porrò in hac parallaxeon tractatione diligenter obſeruādum eſt, nullam in longitudine aſpectus diuerſitatem apparere, quoties ſtella ſupra verticem conſtituta fuerit, aut in nonageſimo ab aſcendente gradu. Quoties igitur ſtella inter nonageſimum Eclipticę gradum, & orientem fuerit, dicetur parallaxis Orientalis, ſed cùm inter eūdem & Occidentem apparuerit, Occidentalem appellabis. Cauſę verò huius παραλλάξεως in Luna & Sole euidentes ſunt, quòd terræ ſemidiameter ad diſtātiam Solis & Lunæ, quæ omnium ſtellarum ſine dubio terræ proxima eſt, ſatis manifeſtam habeat rationem, quæ tamen in ſuperioribus planetis & ſtellis fixis non ita facilè ſenſu deprehendi poteſt. Neceſſarium eſt igitur, vt ex terræ ſuperficie obſeruatus Lunæ motus ab eo, qui ex centro deprehenderetur, aliquo diſcrimine diſsideat, niſi ipſa omnino vertici immineat. Diſtantia verò ſuperficiei terræ à ſuo centro ab artificibus deprehenſa eſt 859 & $\frac{1}{}$ miliarium Germanicorum, quibus reſpondent Italica 6872. Supputationes " tamen ex Aſtronomicis tabulis factę nobis ita planetarum motus exhibent, ac ſi in terrę centro conſiſteremus omnes. Ex ſequenti figura manifeſtius hæc intelligētur.

Circulus ſuperficiei terrę ſit k i h, ex a centro deſcriptus, e f g circulus altitudinis Lunæ, b c d circulus, in quo Lunæ παράλλαξις obſeruatur: hi omnes fingantur eſſe in plano eius circuli, qui per horizontis polos procedit, locus verticis ſit c, ex i. obſeruetur Luna primum in m, deinde in l. Ex centro terræ a ducta linea per m, incidit in n,



ſed ex i per n in o. Quare aſpectus diuerſitas erit n o. Eodem modo linea ex a per l tranſiens in r incidet, ſed ex i per l in p extendetur. Si autem Luna conſpiceretur in f, nullam aſpectus diuerſitatem fore manifeſtum eſt. His explicatis, qua ratione artifices parallaxeos magnitudinem experiantur, oſtendemus. Cum Luna circa punctum Tropici Cancri vel Capricorni fuerit, & in maxima ſua latitudine, obſerues eius, cum ad cæli medium aſcenderit, altitudinem ſupra horizontem, qua ex nonaginta partibus ſubtracta, diſtantia à vertice remanebit. Ad eiuſdem temporis momentum ex verò Lunę motu exactè ſupputato, ipſius ab Ecliptica latitudo, & deinceps declinatio inquiratur, ex quibus innoteſcet circumferentia, qua verè à vertice reſpectu mundi centri diſtiterit. Dehinc cum ſubduxeris minorem numerum de maiori, parallaxis

inquisita restabit. Exemplum huius obseruationis Claudius Ptolemæus nobis tale reliquit. Alexandriæ, quæ in Aegypto olim celeberrima vrbs erat, vbi poli eleuatio est 30 part. 58 minut. Lunæ παράλλαξιν obseruauit, cum circa tropicum hybernum, nempe in 3 parte, & 9 minut. Capricorni versaretur, quo tempore nonagesimus ab horoscopo gradus vix aliquam sensui manifestam à Meridiano distantiam habebat. Luna ferè maximam versus Septentrionem latitudinem consecuta erat, quam inuenit 4 part. 49 scrupul. Declinatio loci Lunæ, nempe tertij gradus & 9 minut. Capricorni, erat tunc temporis 23 partiũ 49 scrupul. Dimensus est per suas regulas distantiam Lunæ à vertice 50 part. 55 minut. Vnde aspectus diuersitatem hoc modo deprehendit. Complementum altitudinis poli, siue eleuatio Aequatoris, si subduxeris 30 part. 58 scrup. ex Quadrante circuli, relinquitur 59 grad. 2 minut. ex quibus si tollas declinationem loci Lunæ, restãt 35 part. 13 scrupul. quibus si coniungas latitudinem Lunæ, consurgent 40 part. & 12 scrup. Tanta scilicet erat vera Lunę supra horizontem altitudo, quæ nonaginta partibus adempta, restituit 49 part. & 48 scrup. quæ vera à vertice distantia erat. Et quia hæc minor est 50 part. 55 scru. per regulas obseruatis, ab ijsdem sublata, reddit 1 part. & 7 scrupul. pro eius temporis Lunæ παράλλαξι. Cæterùm alia quoque ratione licet easdem Lunæ parallaxes explorare. Obserues diligenter, cum Luna circa punctum Capricorni fuerit, ipsam cum aliqua stellarum fixarum ad cæli culmen ascendentem, eodem momento per Quadrantem eiusdem & stellæ fixæ interuallum, siue segmentum dimetiaris. Cognoscas etiam eiusdem stellæ Lunæ ex tabulis declinationem ab orbe medio, & si vtraque declinatio fuerit Austrina, vel Borea, subtracta minori de maiori, vera earum distantia relinquetur. Sed si altera harum ab Aequatore vergat in Austrum, altera in Septentrionem, vtriusque declinationem coniungas, & hac ratione veram etiam distantiã habebis. Quanta hæc fuerit maior aut minor segmento priùs obseruato, tantam eo tempore Lunæ aspectus diuersitatem esse noueris. Experieris etiam si Luna longius quàm stella in Septentrionem declinet, distantiam vtriusque apparentem minorem, quàm vera sit, futuram, sed si australior quam stella fuerit, apparentis interualli segmentum, veram distantiam superabit. Superest nunc, vt sequenti schemate



secundũ parallaxeos obseruandæ modum euidentius explicemus, & qua ratione ex eadẽ parallaxi Lunę à terræ centro distantia inueniatur, expediamus. Sit terræ semicirculus p g r ex a centro descriptus, Lunæ circulus t l o, circulus in quo parallaxis obseruatur g b n, ad quem terra puncti rationem obtineat, b locus verticis, siue polus horizontis, f & e duæ stellę fixæ, C Luna, cuius parallaxis ex g puncto deprehenditur e d, lineæ a f & a d includentes segmentum f d veram Lunæ & inferioris stellæ distantiam repræsentant, quam calculo ex tabulis inuenire oportebit, sed g f & g e lineæ comprehendentes segmentum e f apparentem Lunæ, & eiusdem stellæ distantiam patefaciunt: & quia Luna est superior f, segmentum e f minus est quàm sit f d. Subducto igitur arcu f e ex f d parallaxis e d innotescit. Iterum lineæ ex centro mundi ductæ a d & a e complectentes segmentum d c, verùm Lunæ & superioris stellæ interuallum aperiunt, Et quia Luna est inferior stella c, apparens distantia, quæ per instrumentum obseruatur, nempe c e, maior est vera. Subtracto igitur d e segmento ex e c, iterum eadem remanebit παράλλαξις e d. Sequitur iam, vt ex obser-

uatione

uatione Ptolemæi ſuperius deſcripta, quanta eo temporis momento Lunæ à terræ centro & ſuperficie fuerit diſtantia ratione Geometrica & Arithmetica ob oculos conſtituamus. Fuerit igitur, exempli gratia, Luna eo tempore in l, cuius παράλλαξιν ſegmentum i k conſtituat. Linea a l i verum Lunæ locum oſtendat, erit hic vera Lunæ à vertice diſtantia b i, quæ inuenta eſt 49 partiũ, 48 ſcrupul. Sed apparens per regulas obſeruata, erat b k. Hinc inueſtiganda nobis erit linea l a, in quam ex g perpendicularis ducatur g m. Circumferentia i k anteà ex obſeruatione oblata erat 1 partis, 7 ſcrupul. quarum totus circulus habet 360. Sinus rectus huius arcus eſt 1948, cum ſinus maximus conſtituitur 100000. Cum aũt arcus h k ſenſui oblatus, vix ſit maior i k, erit angulus h g k vnius grad. & 7 minut. cui per 29 primi elementorum Euclidis æqualis eſt angulus g l m. Erit ergo linea g m reſpectu huius anguli 1948. Et cum l g m ſit trigonus rectangulus ſubducto arcu 1 grad. & 7 minut. ex 90, reſtat angulus m g l 88 part. 53 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 99981, nempe l m. Prçterea vera Lunæ à vertice diſtantia erat 49 part. 48 ſcrupul. Hinc angulus g a m innoteſcit, cuius complementum 40 part. 12 ſcrupul. conſtituit angulum a g m. Huius ſinus rectus eſt 64545, quo definitur quantitas lineæ a m. Hinc altera g m conſtituitur 76379. Eſt igitur ſemiſsis dimetientis terræ rectum angulum a m g ſubtendens 100000. Hoc conſtituto, per ratiocinationẽ regulæ proportionis colligemus quantitatẽ lineç l m. Diſpoſitis ergo numeris in hunc modum 1948, 76379, 99981, ſi ſecundum in tertiũ multiplicatum partiamur in primum, exorientur partes 3920148 quibus abſoluitur linea l m. Ex coniunctis igitur a m & l m conſurgit tota a l. Paulò antè conſtituta eſt a m 64545. Quare tota a l eſt 3984693 part. quantas a g 100000 complectitur. Quòd ſi hinc ſcire velis, quot partes contineat a l, quarum a g eſt vna, partiaris 3984693 in 100000. Hinc emergunt part. 39 ac ſuperſunt fragmenta $\frac{84693}{100000}$, quæ faciunt 50 ſcrupulos. Porrò ex menſura dimetientis terræ, de qua poſtea ſcribemus, quot miliaria Germanica vel Italica, hæ partes conficiant, facillimè ſupputare licet.

PROPOSITIO XVI.

Qua ratione ex obſeruata quolibet tempore Solis ſupra horizontem altitudine certum temporis minutum ſupputari poſsit.

EXquiſita minutorũ temporis ſupputatio, cum in Eclipſium tum exorientium Cometarũ, multorumq; aliorũ φαινομένων obſeruationibus omnino neceſſaria eſt. At ſcioterica inſtrumẽta, niſi & exactè fabrefacta, & magnç quãtitatis fuerint, vmbris ſuis temporũ minuta exactè indicare nõ poſſunt. Quare modũ, quo certiſsimè hæc artifices ex ſola altitudinis Solis obſeruatione numerorũ adminiculo deprehendãt hîc interponã. Albategnius Mathematicus, qui verò nomine Mahometus Aracẽſis appellatur, & poſt ipſum Ioannes Regiomõtanus & Petrus Nõnus in opere ſuo de Crepuſculis demõſtrarunt ſinũ rectũ altitudinis Solis, cum conſtiterit in meridie alicuius certi diei, eã obtinere rationẽ ad ſinũ verſum ſemiſsis huius arcus Aequatoris, qui totius diei tempore ſupra horizontẽ aſcẽdit, quã ſeruat ſinus rectus altitudinis Solis quouis diei tẽpore inuẽtç ad exceſſum, quo ſinus verſus arcus ſemidiurni ſinũ verſum diſtãtiç Solis à meridie exuperat. Quãdo igitur huius rei periculũ facere voles deprehenſa per obſeruationes in principio operis explicatas Solis altitudine, ex tabulis Theoricarũ planetarũ vel Ephemeride exactè ſupputata ſolis locus eius diei, in quo fiat obſeruatio inquirat̃. Deinde quantã in Meridie altitudinẽ poſsideat, & ſemiſsis diurni tẽporis ex prçcedẽtibus propoſitionibus facilè patefiet. Ergo inuentis omniũ circumferentiarum ſinibus, multiplices obſeruatæ

altitudinis sinum rectum in sinum versum arcus semidiurni, ac numerum productum per sinum rectum altitudinis Solis Meridianæ partiaris. Exibit enim numerus, quo sinus versus semidiurni arcus, à sinu verso distantię Solis à Meridie differat. Quare si hanc differentiam sinui verso circumferentiæ semidiurnæ ademeris, sinus versus distantiæ Solis à cæli medio remanebit. Quem si de maximo sinu subtraxeris, relinquetur sinus rectus complementi eiusdem distantiæ, quo de Quadrante circuli sublato, arcus inquisitæ distantiæ prodibit. Hunc arcum in tempus conuersum habebis, si pro vno gradu 4 scrupu. & pro 15 horam integram numeraueris. Quòd si dubites quomodo, si arcus semidiurnus Quadrantem circuli excesserit, eius sinus versus inueniatur, subduces eundem ex semicirculo, & relictæ circumferentiæ sinum versum ex tota circuli dimetiente, hinc remanebit sinus versus arcus propositi. Vtrum verò sit tempus diei antè meridiem, an pòst, ex Meridianæ lineæ distinctione facilè deprehendes. Sed quò res facilius intelligatur, exemplum huius obseruationis subijciā. Anno 1558 Coloniæ Agrippinæ, vbi eleuatio poli est 51 grad. per Quadrantē antè meridiem obseruaui Solis altitudinem, cum 15 Geminorum gradum occuparet, 36 part. præcisè. Complementum altitudinis poli est 39 part. declinatio huius partis 22 grad. 39 minut. 9 secun. quare altitudo meridiana 61 part. 39 scrupul. & 9 secun. cuius sinus rectus 88008, sinus 36 grad. 58778. Arcus semidiurnus est, grad. 121, qui sublatus est ex 180 relinquit 59, cuius sinus versus inuenietur, si sinum rectum arcus complementi sinui toti addideris. Sinus 37 part. est 51503, qui toti adiunctus producit 151503. atqui hic est sinus versus 121 grad. Eundem inuenies si subtraxeris 51503 de 100000, & residuum 48497 de 200000. si multiplices ergo 151503 per 58778 producentur 8905043334, qui numerus diuisus per 8808, producit 101184. si hunc auferas 151503, & restat 50319, sinus versus distantiæ Solis à meridie, cuius cōplementi sinum habebis, cum hunc ex 100000 subduxeris. Est igitur sinus complementi 49681, cui respondet arcus 29 grad. 48 minut. quibus de Quadrante circuli subductis, restat 60 grad. 12 minut. Atqui tanta est Solis à Meridie distantia ex constituta eleuatione collecta. Porrò circumferentia 60 partium, respondet 4 horarum tempori, & 12 scrupul. 48 secund. quibus ex 12 horarum interuallo, siue diei naturalis semissæ ablatis, restant horæ 7, scrup. 59, secun. 12, à media nocte, vsq; ad tempus præsentis obseruationis.

PROPOSITIO XVII.

Stellarum & planetarum distantias in cælo expeditè metiri.

Breuissimas stellarum fixarum & planetarum ab inuicem distantias, sicut etiam locorum terrestrium minima interualla per partes duntaxat maximorum, quos sphæræ capiunt, circulorum metiri licet. In obseruationibus longitudinum & latitudinum, tam planetarum, quàm Cometarum, vt inferiùs explicabitur, in metiendis luminarium quouis tempore apparentibus diametris, in emendatis regionum descriptionibus absoluendis infinitos vsus huius problematis cognitio præstabit. In circulis quidem primi mobilis, & superiorum planetarum distantiæ veræ similes sunt arcubus Quadrantis, qui inter visus radios concluduntur. Sed nunc ad rem ipsam veniamus. Cùm propositum fuerit aliquot stellarum distantias Quadrante dimetiri, oculo exquisitè centro instrumenti applicato, diligenter notentur gradus, per quos radij visus in propositas stellas tendentes procedunt. Statim hic in Quadrante circumferentia inter radios visiuos conclusa, segmentū stellæ, quo conspectæ cælestis circuli distant, patefaciet. Sequens figura, hæc omnia euidentius antè oculos cōstituet. Sit igitur in sphæra stellarum fixarum maximus circulus a b c d m, Quadran-

tes f

tes f h, h l, e centrum vniuersi siue terra, tres stellæ fixæ, b, c, d. Si primùm metiri velis distantiam b c oculo in e constituto, primus radius visiuus per locum f in b, secundus per g in c excurrit. Manifestū est iam cùm terra velut centrum appareat, & circum idem centrum duo circuli descripti sint, segmentum b c simile esse f g. Quòd si distantia aliquarum stellarum maior esset Quadrante, vt est b d, obseruabimus diligenter, an in eodem circulo aliqua intermedia consistant, vt hic c, vtriusque ab eadem distantiam coniungemus, & prodibit tota b d arcus. At fingamus nullam in eodem circulo apparere, commodissimè hic feceris, si tantùm vnica obseruatione per semicirculum vtaris: nam hic remotissimus etiam interuallis respondet. Per Quadrantem verò idem explorare hac conditione licebit, si à plano circuli, in quo stellæ sunt, nihil deflectat. Hoc subiecta aliqua tabella fieri poterit. Postquàm igitur per initium graduum stellam b conspexeris, notetur locus in subiecta tabula, quem nonagesimi gradus finis attingit, ac circumuoluatur, donec per aliquem gradum altera d stella appareat. Coniuncta deinde 90 partibus parte circumferentiæ, quæ inter locum paulò antè notatum & secundæ obseruationis signum clauditur, totum arcum b d inuentum pronuntiabimus. Alij eosdem interuallorum arcus per triangulos ὀρθογωνίους inquirunt, sed laborem ea res adfert, vt posteà ex regula oculo prætensa & latere rectū angulum subtendente, vnà cum sinu maximo, sinum anguli distantiæ inquisitæ supputare cogantur. Si quis tamen huius obseruationis modum scire velit, ex constituto schemate intelliget. Sit circulus cælestis a b c ex e centro descriptus, a, b, c, d, stellæ, d, c, distent minori arcu, quàm sit Quadrans, a b distantia 90 gradus excedat. e g f instrumentum duplicis trianguli rectanguli, quod pòst in locum i e h statuitur f g, & i h regulæ mobiles sunt, ad rectos angulos e k & l e incumbentes. Remouentur autem ab e centro siue oculo aspicientis, eò vsque, vt per medium & finem alterum regulæ transuersæ, siue vtrumque terminum stellæ oculo appareant. Ita hîc ex e per l & g, d, c, item per i h, a b distantias licet explorare fingamus, ergo qualium tota e k est 1200, talium l g esse 300, & l e 500, ac multiplicetur vterque numerus quadratè tum producentur 90000 & 250000. Ex his coniunctis nempe 340000 extrahitur radix quadrata, proximè 583, quæ respondet toti sinui. Deinde ex tribus 583, 300, & 10000 inuenitur sinus l g lateris 51457: cuius circumferentia est 30 part. 58 minut. Tanta est c d distantia. Constituimus autem i x æqualem x h. Quare angulum i e x tantùm duplicabimus, vt constet totus a e b angulus. Porrò si æqualis fuerit angulus l e g ipsi x e h, segmentum a b erit 61 part. 56 minut. Sed idem in Quadrante citra vsum calculi appareret.

PROPOSITIO XVIII.

Qua ratione artifices, stellarum fixarum distantias à terræ centro ac superficie demonstrent.

STellarum fixarum à terræ centro ac superficie tanta est distantia, vt certa dimensione per instrumenta explorari non possit. Sed si terræ dimetiens ad eam obtineret tam euidentem rationem, vt sensu deprehendi posset, de-

monſtrationem liceret extruere: cuius adminiculo certa eius diſtantiæ magnitudo deprehenderetur. Hieronymus Cardanus in libris de Subtilitate rerum per obſeruationem vmbræ ab erecto ſtylo in planiciem proiectæ huius interualli dimenſionem abſoluit. Nos igitur, quomodo per Quadrantem id fieri poſsit, experiamur. Apparente ſtella, quæ tantùm luminis effundat, vt erectus in plano ſtylus notabilem proijciat vmbram, erigemus Quadrantem ſuper tabellam planam horizontis ſuperficiei parallelam ad rectos angulos, & conſtituti propè centrum ſtyli vmbram in baſi obſeruabimus, ac magnitudinem vtriuſq; inter ſe conferemus. His conſtitutis, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Ex centro b deſignemus ambitum terræ h f g, cui imponatur plana tabella d f e vnà cum Quadrãte d e f ad rectos angulos erecto. Stella fixa ſit in a ſigno, quæ radium a e d extendat per ſummitatem erecti ſtyli f e in punctum d. Ac ipſi e f occurrat ex centro b recta b f, quæ eſt ſemiſsis dimetientis terræ, vt eadem recta linea ſit b f e. Tandem connectantur recta linea a & b ſigna. His conſtitutis, dicimus, diſtantiã a ſtellæ ab ipſo terræ centro b ratiocinando inueniri poſſe. Cum enim perpendicularis ſit e ipſi d f e triangulus e f d eſt ὀρθογώνιον, cuius d f baſis ex magnitudine apparentis vmbræ innoteſcit, & e f conſtat quantitate erecti ſtyli. Quare angulus d e f non latebit, quo ſublato ex duobus rectis, relinquitur exterior angulus a e b. Porrò angulus a e b eſt complemẽtum anguli eleuationis a ſtellæ ſupra finientem circulum, qua explorata illud innoteſcit. Trianguli igitur e a b notis angulis a e b & e b a, vnà cum latere e b, quod conſtat ex terræ ſemidiametro per 4 ſecundi Regiomõtani innoteſcet a b latus. Conſtat igitur a ſtellę ab ipſo terrę centro diſtantia, ſi conſtitutam admittamus hypotheſin: nimirum vt vmbra d f ſit notabilis, & f b ſemidiametri terræ ad a b aliqua ratio quæ ſub ſenſum cadat, intelligatur: id quod demonſtrandum erat. Ad hanc obſeruationem Cardanus circulum ex metallo fabrefactum adhibet, cuius centro ad rectos angulos ſtylus infigitur, quod explorat perpendiculis vndiquaq; ei adhærentibus, ac vmbra notata per eandem demonſtrationem negocium abſoluit.

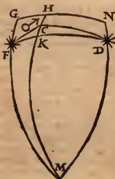
PROPOSITIO XIX.

De longitudine & latitudine cuiuſuis Planetæ, aut Cometæ explorandis, quibus annectuntur tabulæ uiciniorum Eclipticæ ſtellarum.

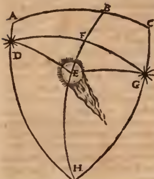
SEcundus ſtellarum ac planetarum motus ſuper polis obliqui circuli, qui eſt per medium ſignorum, abſoluitur. De quo Claudius Ptolemæus lib. 1. μεγάλης συντάξεως in hunc modum ſcribit. ἡ δὲ ἑτέρα καθ' ἣν αἱ τῶν ἀστέρων σφαῖραι, ὑπὸ τὰ ἐναντία τῇ προειρημένῃ φορᾷ ποιοῦνταί τινας μετακινήσεις περὶ πόλους ἑτέρους καὶ οὐ τοὺς αὐτοὺς τοῖς τῆς πρώτης περιαγωγῆς. & paulo pòſt. ἐκ δὲ τῆς τηρήσεως καὶ συνεχείας παρατηρήσεως τὰ μὲν ἄλλα πάντα τῶν ἀστέρων διατηροῦντα φαίνεσθαι, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ τὰ πρὸς τοὺς οἰκείους τῇ πρώτῃ φορᾷ τόπους ἐπὶ πλεῖστον ἰδιώματα, τὸν δὲ ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας μεταβάσεις τινὰς ποιεῖσθαι ποικίλας μὲν, καὶ ἀνίσους ἀλλήλαις, πάσας δὲ ὡς πρὸς τὴν καθόλου κίνησιν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς, καὶ ὑπολειπομένας μέρη τῶν συντηρούντων τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ ὥσπερ ὑπὸ μιᾶς σφαίρας περιαγομένων ἄστρων. Vt ergo ſtudioſus Aſtronomices intelligat, quibus in circulis hũc

diuerſum

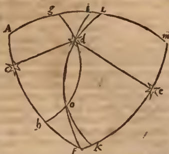
ac contra nitentem primę reuolutioni motum metiantur artifices, quid sit longitudo stellæ explicandum est. Definitio ergo longitudo stellæ arcus Eclipticæ, qui à principio Arietis primi mobilis, vbi verna Zodiaci & Aequatoris est intersectio, vsq; ad illam Eclipticæ partem, quam alius circulus per polos eiusdem, & centrum stellæ transiens, secat. Ptolemæus quidem in principio quinti libri Magnæ constructionis ad huiuscemodi longitudinum & latitudinū obseruationes faciendas, instrumentum Astrolabium ex armillis seu orbibus fabricare docet. Alij artifices Torqueti, alij radij Astronomici structuram in eundem vsum descripserunt. At sane nullum huic negocio commodius, ac conuenientius Quadrante instrumentum inueniri potest. Vt ad rem veniamus, antē omnia ex Ptolemæi consilio per Eclipsium obseruationes Solis & Lunæ motus emendatos habeamus. Secundò tabulis, in quibus stellæ fixę secundum veras longitudines & latitudines exquisitè descriptæ sint, opus erit. Exploraturus ergo alicuius planetæ aut Cometæ verum in Zodaico locū, duas stellas fixas benè cognitas cum eo triangulum constituentes obserues, quarum distantias à planeta & à se inuicem, cùm dimensus fueris, vera earum loca ex tabulis prædictis addiscas. Vtrum verò planeta superiorem illis, an inferiorem locum posideat citra instrumentum, vel solo visu discernes. His constitutis per triangulorum sphæricorum scientiam verum planetæ locum ratiocinari licet. Obseruationem stellæ Martis, vir de Matheseos studijs optimè meritus Gemma Frisius nobis reliquit. In sequenti figura sint f & d duæ syderis Capricorni stelle propè ortum caudæ collocatæ: quarum f prior Ptolemæo numeratur vicesima quarta, d posterior, vicesima quinta eius cōstellationis, g n Eclipticæ arcus, qui differentiam longitudinis duarum fixarum comprehendit, m polus Zodiaci Meridionalis, ex punctis g & n duo Quadrantes magni in polum m dimittantur, nempe g m & n m. Distantia Martis à priori stella f sit f c, à posteriori c d, & ipsarum stellarum obseruata distantia f d. h significat locum longitudinis Martis in Ecliptica, ex quo etiam in polum Quadrans magnus gra. descendit, h c Martis latitudinem complectitur. Est autem g n portio vnius gradus & 41 minut. f c 57 minutorum, d c vnius gradus, & 6 minut. latitudinem g f Ptolemæus inuenit 2 grad. 10 min: at d n 2 grad. Primùm assumamus triangulum sphæricum f m d, cuius tria latera nota sunt f d per obseruationem 1 grad. 44 minut. f m & d m sunt residui arcus latitudinum f g, & n d. Quare si subtrahas f m 2 grad. 12 minut. de 90 remanebit arcus f m 87 grad. 50 min. & d m 88 grad. tantùm. Quare per vltimam quarti Regiomontani, angulos omnes metiemur. Hac ratiocinatione angulus d f m 87 gra. cum sextante inuenitur. Iterum proponatur trigonus sphæricus f d c, cuius omnia latera cùm nota sint, per 34 quarti trigonorum Regiomontani angulus c f d inuenietur 35 grad. 56 minut. hic coniunctus d f m totum c f m 123 grad. & 6 min. constituit. Iam in c f m trigono cùm duo latera notum angulum comprehendentia dentur per 28 quarti Regiomontani latus c m inuenitur 88 gradus & 20 scrupul. qui subducti ex Quadrante relinquunt 1 partem & 40 scrupulos, veram ♂ latitudinem. Tandem tria latera trigoni m c f constituta angulum f m c per 34 eiusdem Regiomontani aperient. Ergo segmētum g h 40 minut. est,



Si nunc prioris stellæ fixæ longitudo sit 15 grad. Aquarij & 40 min. erit Martis locus in Zodiaco 16 grad. 20 minut. Atqui ex tabulis Alphonsij 18 grad. & 38 minut. Aquarij occupare colligitur. Hinc error tabularum 2 grad. 18 minut. deprehensus est. Iterum fingamus ut in sequēti schemate planetā aliquem, aut Cometā infra duas stellas apparere, paulū mutata ratio erit. Sint g & d duæ stellæ fixæ, quarū longitudinis differētia in Ecliptica sit a c, latitudines verò a d, & c g in e Cometa vel planeta. Tres quadrantes ad rectos angulos in Eclipticam incidentes h a. h b, h c. Hic iam inuenien di sunt arcus a b, & b e. Primum distantiæ d g, d e, & e g, sicut anteà explicauimus, instrumēto metiendæ sunt. Vtriusq; etiam stellę fixę longitudo & latitudo ex solida aliqua sphæra, aut tabulis exquisitè supputatis, cognoscēda est. Hinc omnes arcus d h, g h, d g, g e, & d e patefient. Assumo hic primò trigonum d g h, ex cuius omnibus notis lateribus per 34 quarti angulus g d h numerabitur. Iterū ex inuentis tribus lateribus trianguli d e g, angulus e d g supputetur, qui sublatus à toto g d h, h d e angulum relinquit. Quare per 28 quarti triangulorum notus trianguli d e h duobus lateribus datum angulum comprehendentibus, latus e h manifestum erit, Hoc sublato ex quarta circuli h b, vera latitudo e b remanebit. Deinde ex tribus d h e trigoni arcubus cognitis per 34 quarti d h e angulus habebitur, quem a b segmentum Eclipticæ subtendit. Atqui hoc modo vera longitudo Cometæ respectu d & g stellarum cognoscitur vera longitudo. Hic apparet ea commoditas, vt si planeta in arcu g consisteret, vt est l, eandem longitudinem, quam g habet, possideret. Quare addita latitudine e g, distantiæ g l, etiam latitudo eiusdem e l appareret. Nec prætermittendum est omnia hæc in solida stellarum fixarum sphæra satis exquisitè fabrefacta, commodius sine calculo experiri posse. Cum enim distātias planetæ à duabus fixis benè notis Quadrante dimensus fueris, & diligenter an sit illis superior, an inferior notaueris, fige alterum circumpedem in stellæ centrum, & secundum distantiam eius à planeta obscurum, qui postea deleri possit, arcum in superficie sphæræ depingat, similiter ex altera fixa alium designes. In altera horum arcuum superiore nimirum, aut inferiore, intersectione planetā existere oportebit, id quod visu distinguendum esse diximus. Quòd si omnes longitudinem circuli per Eclipticam in sphæra descripti, & in suos gradus singuli exquisitè diuisi fuerint, extemplo tam longitudo, quàm latitudo planetæ apparebit, sin minus in sphęra hi circuli videātur, in eundem vsum adhibebis æneum semicirculum, quem Eclipticæ polis infigas, vt per locum planetæ circumuolutus longitudinem ac latitudinem antè oculos constituat. Nam in ea Ecliptica parte quam secat semicirculus, verum alterum distinctionis punctum occupans esse planetæ non longitudinem est dubium: segmentū verò, quod inter locum planetæ & intersectionem Eclipticæ prædictam intercipitur, inquisitam latitudinem patefacit, ac facilius idem expedire licet, si circino acceptam planetæ ab Eclipticæ loco, qui longitudinem indicat, distantiam in aliquem maximorum circulorum transferas. Nam eodem modo quo antè latitudinis segmentum deprehendes. Quæ figuram huius rei desiderant, hanc



hanc exempli loco habeant. Sint duę fixę c & e, quorum arcus differentiæ longitudinis in Ecliptica a m polus, d planeta. Ex centro c secundũ quantitatem rectę c d describitur circuli segmentum g d h, secundò ex e ad magnitudinem d e alterius circuli arcus ducitur l d k. Hi duo sese intersecant in d signo superius & o inferius, erit ergo verus planetę locus in d o. Si ergo ex f per d semicirculus transeat in b signo Eclipticam secabit, atque ibi locus planetę longitudinis cõstituimus. Hic verò nos sapienter admonuit Gemma Frisius, qua ratione totus motus Cometę loca in sphęra liceat depingere, si enim obseruaueris iuxta antegressam obseruationem & longitudinis & latitudinis Cometę loca, caput ipsius ibi designetur, ac semicirculus, qui sphęrę congruat, Solis & Cometę vera loca complectatur. Quantum hîc cælestis circuli arcum totius Cometę longitudo occupauerit, tantum etiam ex aduerso Solis à centro Cometę cauda in oppositam partem reflectitur. Nam diligenter Appianus annotauit semper Cometarum caudas in contrarium à Sole partem extendi. De motu eorum multiplici, cùm non tantùm ab ortu in occasum primi motus vi rapiantur, sed aliàs in consequentia, aliàs in antecedentia signa insita vi deferantur, plura alij scripserunt. Georgij Trapezuntij ætate, quidam in Orientis angulo apparens, maxima velocitate in ortum ferebatur. Anno à Christo nato 1533 alius contra signorum ordinem ex Geminis in Taurum & deinceps in Arietem mouebatur. Alius anno 1240 in Oriente apparuit, qui crines in medium vsque cæli extendens, intra sex menses vix est extinctus. Haly etiam se quendam vidisse asserit, qui ex decimaquinta parte Scorpionis contra signorum ordinem velocissimè vsque in 15 Virginis gradum agebatur. Aliud exemplum motus Cometæ inuenitur in monimentis Iacobi Zigtieri, qui desumpsit hoc ex obseruationibus Ioannis Regiomontani, cuius verba sunt hæc. Idibus Ianuarijs, anno Domini millesimo quadringentesimo supra quintum & septuagesimum, visus est nobis Cometa sub Libra cum stellis Virginis, cuius caput tardi erat motus, donec propinquus esset spicæ, nunc incedebat per crura Bootis, versus eius sinistram. A qua discedendo die vno naturali portionem circuli magni quadraginta graduũ descripsit. Vbi cum esset in medio Cancri, maximè distabat ab orbe signorum sexaginta septem gradibus, & tunc inter duos polos Zodiaci & Aequinoctialis ibat, vsque ad intermedia pedum Cephæi, deinde per pectus Cassiopeiæ super Andromedę ventrem. Post digrediendo per longitudinem Piscis Septentrionalis, vbi valdè remittebatur motus eius, appropinquabat Zodiaco, transiens ipsum iuxta medium Arietis, donec cum stellis Ceti occasus Heliacus illum nobis occultauit in vltimis diebus Februarij. Hoc motu suo circuli magni portionem descripsit, quo in Septentrionem, & cum hoc contra signorũ successionem ferebatur à Libra in Arietem. In fine & principio tarde mouebatur, in medio verò apparitiones velocissimè, vno die ferè per quatuor signa à fine Virginis in principium vsque Geminorum. Cauda verò eius minus mobilis continuè respiciendo stellas Geminorum, eas circumibat, nunquam ab eis per totum apparitionis tempus deuians. Ideoque in prima emersione ad Occidentem illam extendebat, quoniam illic stellę Geminorum putarentur. In fine



verò Cometa ſub Ariete locato, propter Solis vicinitatem tantum in Occidente apparuit, cauda Orientem verſus protenſa, quia in hoc ſitu ſtellæ Geminorum ponebantur. In medio verò apparitionis caudam vertebat ad Meridiem, illic tunc erant ſtellę Geminorum, & contingebat eadem nocte, vt ſtatim poſt Solis occaſum cauda Orientem reſpiceret. Appropinquante medio noctis, reſpexit Meridiem, poſt medium noctis verò Occidentem. Antè Solis exortum indicabat locum Septentrionis. Hæc caudæ diuerſitas in ſitu ex motu diurno oriebatur, qui ſemper eſt ex conſequentia primi mobilis ab Oriente in Occidentem. Motu autem proprio extremitas caudæ quamuis tardius, quàm caput Cometę, ſemper tamen etiam ad Occidentem contra ſignorum ſucceſsionem deſcribens parallelum, à principio Libræ, vſq; ad medium Tauri mouebatur: vadens ſub pedibus vlulantis per Vrſam maiorem propinquando Perſeo: per quem circa Pleiades ad caudam Arietis ibat in medio ferè Tauri. Vndè patet, tam caput quàm caudam Cometæ verſus Occidentē, nunquam verò verſus Orientem proceſsiſſe, non ſolum motu diurno, ſed etiam proprio, atq; hæc de motu & conuerſione Cometarum hîc ſcripta ſufficiant.

Cùm autem ſciam non omnes ſtudioſos Matheſeos exquiſitam deſcriptionem ſtellarum ſecundum vera loca, quæ conſtitutis motuum obſeruationibus congruat habere, viſum eſt hîc tabulas expeditas, ac vſu faciles ſubnectere, quæ complectuntur illarum motus ſtellarum ad annum 1558 exquiſitè ſupputatos, quæ maiorem non ſortiantur latitudinem, quàm ſint maximæ remotiones planetarum ab Ecliptica.

ARIES

ARIES ♈

Longitudo. G.	Longitudo. M.	P.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Magnitudo.	Signa octauæ sphæræ	Nomina stellarum.
							Prima in lino Piscium
2	0	B	5	45	6	Pisces.	Secunda in lino
2	0	B	3	45	6		Tertia splendida in lino
2	10	B	2	15	4		Quarta in lino splendida
2	46	A	1	10	4		Zorealior iuxta linum.
13	30	A	2	0	6		Quinta in lino splendida.
14	0	A	1	0	4		Austrina duarum exiguarum prope linum
14	20	A	5	0	6		Antecedens trium, post flexum Piscium
17	30	A	2	20	4		Media trium, post flexum Piscium
19	20	A	4	40	4		Austrina triū, quæ sunt post eam, quę in lino Boreali
21	10	B	1	45	5		In Boreali lino Piscium
21	30	A	1	40	4		Media triū, quæ sunt post eā, quæ in lino Boreali
21	40	B	5	20	3		Ceruix Arietis
27	30	B	5	30	5	Aries.	Præcedens cornu Arietis
27	40	B	7	20	3		Iuba Ceti
28	20	A	4	10	4		

TAVRVS. ♉

Longitudo. G.	Longitudo. M.	P.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Magnitudo.	Signa octauæ sphæræ	Nomina stellarum.
2	30	B	6	0	5		Australior in rictu Arietis
3	40	A	6	20	4		Capilli Ceti
8	0	A	5	0	4		Extremum posterioris pedis
8	40	B	6	0	6		Lumbus Arietis
9	0	A	1	30	5		Poplus Arietis
10	40	B	1	30	5		Posterior cruris Arietis
12	20	B	4	50	5		Radix caudæ Arietis
14	50	B	1	40	4		Præcedens in cauda Arietis
16	20	B	2	30	4	Taurus.	Media trium in cauda
17	0	A	7	15	4		Sequens in sectione Tauri
17	20	A	6	0	4		Borealior sectionis Tauri
18	0	B	1	50	4		Vltima caudæ Arietis
23	10	B	4	30	5		Ex Virgilijs
23	20	B	3	40	5		Ex Virgilijs
24	40	B	3	20	5		Ex Virgilijs
24	40	B	5	0	5		Ex Virgilijs
28	0	B	0	40	5		Præcedens in collo Tauri
29	0	B	5	0	5		Australior antecedentium quadrilateri in collo Tauri
29	30	B	7	20	5		Borealior antecedentium quadrilateri
30	0	B	1	0	6		Sequens in collo Tauri
3	0	A	5	15	3		Ex Suculis

GEMINI. ♊

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Taurus	Nomina Stellarum.
1	20	A	4	15	3		Ex Suculis
2	40	B	4	0	5		Auſtralior in ore Boreali Tauri
2	40	B	5	0	5		Borealior ſequens quadrilateri in collo Tauri
2	50	A	3	0	3		Oculus Borealis Tauri
2	50	A	5	50	3		Ex Suculis
2	50	B	7	30	5		Borealior duarum in aure Boreali Tauri
3	0	B	3	0	5		Auſtralior ſequentium quadrilateri in collo Tauri
3	40	A	5	10	1		Oculus Tauri Auſtralis
6	40	A	4	0	4		Radix cornu Borealis Tauri
7	30	A	4	0	4		Radix cornu Auſtralis
11	0	A	3	30	5		Borealior in cornu Auſtrali Tauri
11	0	A	2	0	5		Extra formam Tauri
12	0	A	5	0	4		Auſtralior in cornu Auſtrali Tauri
11	20	A	1	45	5		Extra formam Tauri
16	40	A	5	0	4		Extremum cornu Borealis Tauri
16	40	A	2	0	5		Extra formam Tauri
17	0	B	0	40	5		Prima illarum, quæ ſunt extra formam ſub cornu Bo(reali Tauri
18	40	A	2	30	3		Cornu Auſtrale Tauri
18	0	B	1	0	5		Secunda illarum quæ ſub cornu Boreali Tauri
20	0	A	6	20	5		Extra formam Tauri
							Hic in 19 gradu incipit uia lactea, ac finitur in 30 gradu Geminorum
22	0	B	1	20	5		Tertia ſequens ex his, quæ ſub cornu Boreali Tauri
22	40	A	3	45	5		Summitas clauę Orionis
23	20	B	3	20	5		Quarta ſequens ex his
24	20	B	1	15	5		Quinta ſequens ex his
25	10	A	0	40	4		Extra formam Geminorum
25	40	A	4	15	5		Sequens in pede Geminorum
27	30	B	5	50	4		Extra formam Geminorum
27	30	A	1	30	4		Poples præcedentis Gemin.
28	30	A	1	15	4		Extremum pedis præcedentis Geminorum

CANCER

CANCER. ♋

Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Nomina ſtellarum.
3	0	A	7	30	3	Extremitas ſiniſtri pedis ſequentis Geminorum
4	0	B	1	30	3	Siniſtrum genu præcedent. Gemin.
6	10	A	2	15	5	Extra formam Geminorum
7	0	A	3	30	4	Extremitas pedis dextri præcedent.
9	5	A	2	30	3	Siniſtrum genu ſequentis Geminorum
9	40	B	7	20	4	Brachium ſiniſtrum pręcedentium Geminorum
12	40	B	2	40	5	Dextrum latus ſequentis Geminorum
12	40	A	0	30	3	Siniſtra axilla ſequentis Geminorum
12	0	B	5	30	4	Occiput præcedentis Geminorum
						Humerus eius dexter
15	0	B	4	50	4	Extra formam Geminorum
17	10	A	4	30	5	Siniſtrum latus præcedentis Geminorum
17	10	B	3	0	5	Extra formam Geminorum
17	20	A	3	20	5	Humerus ſiniſter præcedentis Geminorum
17	40	B	2	40	4	Hercules, ſiue caput ſequentis Geminorum
17	40	B	6	15	2	Extra formam Geminorum
19	20	A	1	20	5	Extra formam Geminorum
21	40	A	2	40	4	Poſterior pes Borealis Cancri
23	40	B	1	0	5	Poſterior pes Auſtralis Cancri
28	10	A	7	30	4	Borealior pręcedentium Quadrilateri
28	40	B	1	15	4	Auſtralior pręcedentium Q:adrilateri
29	0	A	1	10	4	

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo.		LEO. ♌ Nomina Stellarum.
2	20	A	0	10	4	Leo.	Auſtralior ſequentium Quadrilateri
4	0	B	2	40	4		Aſinus Borealior ſequentium Quadrilateri
5	0	B	4	50	5		Extra formam Cancri
7	30	A	5	30	4		Auſtrina forficis
8	0	B	7	15	5		Extra formam Cancri
10	10	A	2	20	4		Extra formam Cancri
12	10	A	5	40	4		Extra formam Cancri
12	10	B	7	30	4		Os Leonis
15	10	A	3	40	6		Vola dextra Leonis
18	20	A	0	0	5		Genu dextrum Leonis
18	20	A	4	10	4		Vola ſiniſtra Leonis
21	0	A	0	15	5		Cuſpis cordis Leonis
21	40	B	4	30	3		Collum Leonis
23	40	B	0	10	1		Regulus, ſiue cor Leonis
23	30	A	4	15	4		Genu ſiniſtrum Leonis
24	30	A	1	50	4		Pectus Leonis
28	0	B	4	0	6		Prior in ventre Leonis

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo		VIRGO. ♍ Nomina ſtellarum.
0	10	A	0	10	4	Virgo.	Maxilla ſiniſtra Leonis
3	10	B	2	20	6		Auſtralior ventris Leonis
4	0	B	5	20	6		Borealior ventris Leonis
8	10	A	1	30	5		Extra formam Leonis
8	30	B	1	10	4		Extra formam Leonis
9	0	A	2	40	5		Extra formam Leonis
11	20	B	5	50	3		Poſterior cruris Leonis
12	40	B	1	15	4		Poſterior poplitis Leonis
15	40	A	0	50	4		Cubitus Leonis
16	20	B	4	15	5		Auſtralior capitis Virginis
18	0	B	5	40	5		Septentrionalior capitis Virginis
18	30	A	3	12	5		Vola poſterior Leonis
20	0	B	0	10	3		Extremitas alæ Borealis Virginis
21	10	B	5	30	5		Auſtralior faciei Virginis
29	15	B	1	10	3		Præcedens 4 alæ ſiniſtræ

LIBRA

LIBRA. ♎

Longitudo G.	Longitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum.
4	10	B	2	50	3	Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra Virginis
5	40	A	3	30	5	Extra formam Virginis
8	10	B	2	50	5	Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra
10	0	A	3	30	5	Extra formam
12	0	B	1	40	4	Poſtrema ex quatuor alæ ſiniſtræ
13	15	A	3	20	5	Extra formam (rum cruris Virginis
17	20	B	3	20	5	Septentrionalior earum quæ præcedunt quadrilate-
17	40	A	2	0	1	Spica Virginis
18	10	A	7	10	6	Extra formam
18	15	B	0	10	6	Auſtralis earum quæ antecedunt cruris quadrilateri
19	0	A	3	0	5	Auſtralis ſequentium quadrilateri cruris
21	0	B	1	30	4	Antecedens quadrilateri cruris Virginis
22	40	A	1	30	5	Genu ſiniſtrum Virginis
27	20	B	7	30	4	Media quæ eſt in ſyrmate
28	20	B	2	40	4	Auſtrina earum

SCORPIO ♏

Lõgitudo. G.	Lõgitudo. M.	P.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum
1	0	B	0	30	4	Siniſter pes Virginis
4	0	A	7	30	3	Extra formam Libræ
8	0	B	2	30	5	Septentrionalior in lance Meridionali
9	0	B	0	40	2	Splendidior in Auſtrina lance
11	15	B	1	40	4	Media lancis Auſtrinæ
12	20	B	1	15	4	Lancis Auſtrinæ præcedens
18	50	B	3	45	4	Media in lance Septentrionali
21	20	B	0	20	5	Extra formam Libræ
22	50	A	1	30	4	Extra formam Libræ
23	30	B	4	30	4	Septentrionalior in lance Septentrionali
24	40	B	0	30	6	Extra formam Libræ
24	40	B	6	40	4	Extra formam
26	40	A	1	40	3	Lucida ſequens frontis Scorpij
26	40	A	5	0	3	Vltima ſplendidarum in fronte
27	20	B	1	20	3	Splendida in fronte Scorpij
27	20	B	0	30	4	Auſtrina in pede Scorpij
28	0	B	1	40	4	Pes Scorpij
29	50	A	6	30	5	Pes alius

SAGITTARIVS. ♐

Logitudo			Latitudo		Magnitudo.	Nomina Stellarum.
G.	M.	P	G.	M.		
1	40	A	3	45	3	Lucida in corpore Scorpij
1	40	A	6	40	5	Quæ ſequitur in pede Scorpij
1	40	B	3	10	5	Quæ eſt in medio trium ſiniſtræ tibiæ Ophiulci
1	40	B	0	45	4	Planta Ophiulci
2	40	B	5	20	5	Septentrionalior trium in ſiniſtra tibia Ophiulci
3	20	B	0	40	5	Calcaneus ſiniſter Ophiulci
3	40	A	4	0	2	Antares, ſiue cor Scorpij
5	30	A	5	30	3	Quæ ſequitur ex tribus ſplendidis in corde Scorpij
						Hic in 5 parte eſt initium partis uiæ lacteæ ſinus in 15 Sagittarij.
12	10	B	7	30	3	Dextrum genu Ophiulci
14	0	B	2	15	4	Præcedens quatuor in dextro pede Ophiulci.
15	20	B	1	30	4	Quæ ſequitur de quatuor in dextro pede Ophiulci
16	0	B	0	20	4	Sequens tertia pars Ophiulci
16	30	A	1	10	5	Extra formam Scorpij
16	30	A	6	10	5	Extra formam
16	50	B	0	45	5	Vltima de quatuor in pede Ophiulci
17	40	B	2	15	3	Dextra tibia Ophiulci
18	10	B	1	30	5	Calcaneus Ophiulci
						Hic in 29 partę conſtituitur aliud initium partis uiæ lacteæ productum ad 4 partem Capricorni.
27	40	B	2	50	4	Borealior arcus Sagittarij
28	40	A	6	30	3	Capulus enſis Sagittarij.
30	0	A	1	30	3	Auſtrina arcus Sagittarij

CAPR

CAPRICORNVS. ♑

Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo.		Nomina ſtellarum.
-	30	A	6	20	3		Cuſpis ſagittæ Sagitarij
4	0	A	3	30	4		Haſta cuſpidis
6	10	B	0	45			Nebuloſa in Sagittario
6	20	A	3	10	3		Siniſter humerus Sagittarij
6	40	B	2	10	4		Antecedens in capite Sagittarij
7	20	A	6	45	3		Poſtrema ſub axilla Sagittarij
8	40	B	1	30	4		Media in capite
8	40	A	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
10	10	B	2	0	4		Vltima capitis Sagittarij
11	0	A	2	30	5		Scapula Sagittarij
12	20	B	2	50	5		Auſtrina in ſcapula
13	20	B	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
13	40	A	1	50	5		Humerus dexter Sagittarij
13	50	B	6	30	4		Septentrionalis ſcapularum Sagittarij
15	50	A	2	50	4		Cubitus dexter Sagittarij
16	20	B	5	30	6		Obſcura in ſcapulis Sagittarij ſequens tres
18	20	A	4	50	5		Septētrionalis lateris antecedēs de 4 in radice caudę
18	40	B	2	0	6		Auſtrina duarum in ſiniſtro ſcoptulo
19	50	A	4	50	5		Quæ ſequitur in Boreali latere radicis caudæ
19	50	A	5	50	5		Præcedens Auſtrini lateris in radice caudæ
20	30	B	5	50	5		Septentrionalior duarum in ſiniſtro ſcoptulo
20	40	A	6	30	5	Capricornus	Sequens Auſtrini lateris in radice caudæ
27	10	B	0	40	5		Antecedens trium ſub oculo dextro Capricorni
28	20	B	5	0	3		Auſtrina trium in ſequenti cornu Capricorni
28	20	B	7	20	3		Septentrionalis triū in ſequenti cornu Capricorni
28	40	B	6	40	6		Media trium in ſequenti cornu
29	40	B	1	45	6		Antecedens duarum in rictu Capricorni
29	50	B	1	36	6		Sequens earum
30	0	B	0	45	6		Auſtrina trium quæ ſunt in rictu

AQVARIVS. ♒

Lõgitudo. G.	Lõgitudo. M.	P.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum.
1	50	A	6	30	4	Sinister humerus Capricorni
2	40	B	3	50	6	Septentrionalior duarum in collo Capricorni
2	50	B	0	10	5	Austrina in collo Capricorni
2	50	A	0	10	3	Antecedens duarum in cauda Capricorni
7	40	A	0	0	4	Præcedens duarum in scapula
7	40	A	2	50	5	Septentrionalior duarum in corpore Capricorni
7	40	A	4	0	5	Australior duarum reliquarũ in corpore Capricorni
8	40	B	5	30	3	In sinistra manu Aquarij
9	40	A	4	15	5	Sequens trium in medio corpore Capricorni
11	20	A	6	0	5	Sequens duarum contiguarũ sub ventre Capricorni
12	0	A	0	50	4	Sequens duarum in scapula Capricorni
14	50	A	4	45	4	Antecedens earum, quæ sunt in cauda Capricorni
16	0	A	4	30	4	Sequens earum, quæ sunt in cauda Capricorni
17	0	A	6	50	4	Antecedens duarũ contiguarũ sub vẽtre Capricorni
17	20	A	2	0	3	Sequẽs de duabus, quę sunt propè caudã Capricorni
17	50	B	3	20	4	Præcedens quatuor, quæ sunt in Boreali cauda Capricorni
18	20	B	2	50	5	Media ex illis quatuor caudæ Capricorni
18	20	B	6	15	5	Sub axilla Aquarij
19	40	B	0	0	5	Austrina de illis quatuor caudæ Capricorni
19	40	B	4	20	5	Septentrionalis ex illis quatuor caudæ Capricorni
22	40	A	1	40	4	Austrina duarum, quæ in sinistra vertebra Aquarij
24	10	B	0	15	6	Septentrionalior duarũ in sinistra vertebra Aquarij
25	40	A	5	40	5	Crus Aquarij
27	10	B	3	0	4	Dextra vertebra Aquarij
28	0	B	3	10	5	Quæ sequitur in dextra vertebra Aquarij
29	40	A	0	50	4	Altera in dextra vertebra

PISCES

PISCES. ♓

Lōgitudo.			Latitudo.		Magnitudo.	Nomina Stellarum.
G.	M.	P.	G.	M.		
2	20	A	5	0	4	Poples Aquarij
2	40	A	7	30	3	Dextra tibia Aquarij
5	50	B	0	10	4	Prima aquæ Aquarij
6	0	B	2	0	4	Secunda aquæ
8	40	A	1	0	4	Tertia aquæ
10	0	A	3	30	4	Quarta aquæ
10	50	A	4	10	4	Quinta aquæ
10	0	A	0	30	4	Sexta aquæ
11	30	A	1	40	4	Septima aquæ
11	40	B	7	30	4	Dorſum Piſcis
15	10	B	7	30	4	Cranium Piſcis
17	0	B	4	30	4	Præcedens duarum in ventre Piſcis
20	40	B	3	30	4	Sequens duarum in ventre Piſcis
21	40	A	5	30	4	Extra formam Piſcium
22	10	A	2	40	4	Extra formam Piſcium
23	15	A	2	30	4	Extra formam
23	20	A	5	30	4	Extra formam
27	0	B	6	20	4	Cauda præcedentis Piſcis

Sunt igitur omnes Zodiaci Stellæ quibus Planetæ corpore coniungi poſſunt 246.

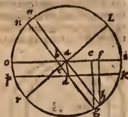
Insigniorum aliquot stellarum uera loca remotius ab Ecliptica distantium hac tabula ostenduntur.

Signa	Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Nomina Stellarum.
♈	3	10	B	12	30	2	Ala Pegasi
♈	8	50	B	26	0	2	Vmbilicus Pegasi
♉	20	40	B	23	0	2	Caput Algol
♉	25	50	B	30	0	2	Dextrum latus Persei
♊	10	50	A	31	30	1	Pes Orionis
♊	15	20	A	17	30	2	Sinister Orionis humerus
♊	16	0	B	22	30	1	Hircus Aurigæ
♊	18	20	A	24	50	2	Cingulus Orionis
♊	23	0	A	17	0	1	Dexter humerus Orionis
♊	23	50	B	20	0	2	Dexter humerus Aurigæ
♋	8	40	A	39	10	1	Canis ardens vel canicula
♋	14	20	B	9	30	2	Apollo, siue caput Geminorum antecedens
♋	20	30	A	16	10	1	Canis minor, Procyon
♌	21	0	A	20	30	2	Splendida Hydræ
♌	23	10	B	8	30	2	Ceruix Leonis
♍	5	10	B	13	40	2	Dorsum Leonis
♍	15	30	B	11	50	1	Cauda Leonis
♎	18	0	B	31	30	1	Arcturus inter pedes Bootis
♏	5	40	B	44	30	2	Maior coronæ Borealis
♏	13	10	B	8	50	2	Luminosior lancis Septentri.
♐	15	50	B	36	0	3	Caput Serpentarij
♑	8	20	B	62	0	1	Vultur cadens in lira
♑	24	50	B	29	10	2	Vultur volans
♒	21	0	A	23	0	1	Fomahant in Aquario
♓	0	10	B	60	0	2	Cauda Cygni
♓	17	40	B	19	40	2	Dorsum Pegasi
♓	23	10	B	31	0	2	Crus Pegasi.

PROPOSITIO XX.

Qua ratione stellarum fixarum à punctis æquinoctiorum distantiæ deprehenduntur.

AD huius propositionis vsum absoluendum in primis requiritur, vt exquisitè poli eleuationem supra obseruationis tuæ finitorem cognoscas: Ac assumas stellam aliquam, quæ non longè deflectat ab Ecliptica: nam faciliorem admittet operationem, quàm aliæ procul aberrantes. Dehinc vbi sereno cœlo stellam in Meridianum circulum incidisse conspexeris, assumpto quadrante, diligenter semel atque iterum altitudinem eius supra Horizontem, aut à vertice distantiam dimetiaris, & si altitudo sic inuenta, minor fuerit poli, stellæ complemento ab eodem subtracta, declinationem stellæ ab Aequatore Austrinam restituet, sed si distantiam à vertice poli eleuatio excesserit, illa ex hac subducta segmentum declinationis Borealis relinquet, atque hoc modo per suos canones operatur Ptolemæus. Exemplo subiecto euidentius tota res intelligetur. Ioannes Vernerus Norimbergensis, vt Mathematicę artifex disciplinę peritissimus, ita in obseruationibus motuum stellarum vigilantissimus anno Domini 1514, die 16 Decembris Norimbergæ, vbi polus arcticus supra Finitorem eleuatur 49 partibus, 23 scrup. 30 secund. per Canones Ptolemæi spicæ Virginis primæ magnitudinis stellæ distantiam à vertice 57 part. 53 scrupul. dimensus est. Cum hac minor sit eleuatio poli 8. grad. 29 minut. 39 secund. habemus declinationem stellæ Meridionalem inuentam. latitudo huius stellæ ab Ecliptica ex Claud. Ptolemæi tabulis inuenitur 2 par. 0 minut. Huc etiam requiritur maxima Solis declinatio, quæ nostro tempore 23 grad. 30 minut. ab artificibus deprehensa est. His constitutis, ne quid erres figuram huic obseruationi congruentem ad absoluendam ratiocinationem depingas, vt sequitur. Ex a centro secundum quantitatem a r designetur circulus Meridianus r m l g, i a o linea Aequatorem repræsentet, m a h Eclipticam, cuius m punctum est principium cancri, h capricorni. Septentrionalis Eclipticæ polus l, Austrinus r, circumferentia latitudinis Austrinæ h g, g n æquidistet m h. Arcum declinationis stellæ referat i k & k p æquidistet i o, segmentum i k h maximam Solis declinationem repręsentat. sinus i h circumferentiæ sit f h & i g sinus e g, & i k sinus a d. constituti sunt ergo duo trigoni rectanguli æqualium angulorum f h a & e b g. Quare per quartam sexti elementorum Euclidis, quæ est ratio f h ad a h, eadem erit e g ad g b. Circumferentia i h est 23 partium, 30 scrupulorum: cuius sinus rectus 39874, & i g 25 partium, 30 scrupulorum, cuius sinus 43051. Si multiplices igitur e g, hoc est 43051 in a h 100000 consurgunt 4305100000, quæ partes diuisæ in f h, scilicet 39874 constituunt lineam b g 107967: iterum assumantur duo trianguli f h a & a d b æquianguli: Quare per quartam sexti Elementorum eandem rationem habet f h ad h a, quam a d ad b d. Ducas igitur a d 14766 in a h 100000, & producta 1476600000 in f h 39874 partiaris: hinc egrediuntur 37031 d b lineæ, qua subducta ex b g 107967 supersunt 70936 lineæ d g. Præterea cum ex h k m semicirculo subduxeris duplam circumferentiam ipsius h g, restat n k g 176, cuius semissis r g est 88 partium, & sinus e g 99939. Ex hoc ablato d g



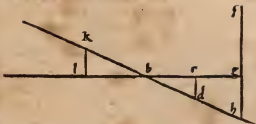
70936, relinquitur 29003 ipsius c d. Superest tandem, vt inueniamus quot partes contineat c d, quarum c g est 100000. Ducam igitur c d 29003 in 100000, per c g 99939 distribuo. Hinc mihi proueniunt 29020, quarum partium circumferentia est 16 grad. 53 scrupul. Tanta est spicæ Virginis ab intersectione Autumnali distantia ex hac obseruatione per ratiocinationem collecta.

PROPOSITIO XXI.

De ortus & occasus Heliaci planetarum obseruatione.

DE multiplici ortu & occasu stellarum satis quidem copiose in libellis sphæricis tractatur, quare nobis hîc tantùm est propositum de ratione ortus & occasus heliaci planetarum tractationem instituere. Hæc ortus & occasus species potissimum ratione luminis Solis constituitur. Nam tres inferiores planetæ, quando velocius Sole mouentur, cum propius accesserint, ipsius radios ingredientes nostro conspectui subtrahuntur, atque hi occasu matutino occidere & ortu vespertino oriri dicuntur. Cæterùm tres superiores, nec matutino occasu occidere, nec vespertino ortu ex Solis radijs propter motus tarditatem emergere possunt, tantùm manè oriuntur, & vesperi occidunt. Operæpretium est igitur, vt perquiramus quanta necessariò singulorum planetarum constituatur distantia, vt manè ante Solis ortum, aut vesperi post occasum conspiciantur. Multa quidem huc requiruntur, quæ rei difficultatem non mediocrem adferunt. Nam diuersis temporibus apparentes planetarum magnitudines nunc propter accessum ad terræ centrum propinquiorem incrementa sumunt, nunc propter longiores ab eodem recessus sub minori angulo apparent, quin etiam inclinationes Horizontum non exiguam varietatem habent. Interim scire licet apparitionem aut occultationum distantias frustra inquiri, nisi arcus visionis, (qui nihil aliud est, quàm segmentum maximi circuli, qui per signum τῆς κορυφῶ, & Solis centrum ducitur, inter Horizontem & Solem interceptum) dimensio sit antegressa. Horizontis circulus sit d f c, cuius polus b, d e c Zodiacus, & polus eius a, b f e segmentum circuli maximè ex b polo in e centrum Solis sub Horizonte ductum, f locus stellæ in Horizonte. Circumferentia e f dicitur arcus visionis stellæ, e d apparitionis aut occultationis, tam in ortu, quam occasu distantia. Progrediamur hinc ad inuentionem arcus visionis in hunc modum. Diligentior sereno cœlo, potissimum quando Sol cancri tropico propinquiores partes peragrat, stellæ primò ex Solis radijs egredientes, aut in eosdem incidentis distantiam ab eodem secundum signorum ordinem, non neglecta interim latitudinis Austrinæ, vel Septentrionalis ratione dimetiaris. Hinc secundum doctrinam Claudij Ptolemæi, libro decimotertio magnæ Constructionis explicatam arcus visionis inuestigabimus. Inuenit ipse sub altitudine poli 33 grad. 18 scrupul. Saturnum principio apparitionis in prima Cancri parte à Sole destitisse 14 grad. Iouem 12 gradibus 45 minut. Martem 14 grad. 30 minut. cum latitudine 12 scrupul. Venerem vespertinam 5 gradibus 40 minut. Mercurium 11 part. 30 scrupul. Ex his distantijs singulorum planetarum arcus visionis supputauit eo modo, vt sequitur. Sit Horizontis circulus l b g, zodiaci k b h, circulus ex Horizontis polo in h Solis

Solis cẽtrum descendens f g h. In b sit stella rectè sub Ecliptica citra omnem latitudinem, altera in l habeat latitudinẽ Austrinam, altera in e Borealem. Sit hîc propositum ratiocinari ar



cum visionis Saturni g h. Per traditionem Libri 2 capitis 11 angulus Horizontis & principij Cancri, nempe h b g offertur 51 grad. 30 scrupul. quorum totus circulus continet 360. Igitur sinus rectus est 78260, qui multiplicatus per sinum rectum 14 partium 24192 constituit 1893265920, & hic distributus in totum reddit 18932, cuius sinus arcus est 10 partium, 54 scrupul. 30 secund. Vt etiam exemplum habeas planetæ ab Ecliptica deflectentis assumamus Venerem, cuius latitudinem Septentrionalem in eodem situ Ptolemæus deprehendit 1 partis, cuius sinus est 1745, vt in præsenti schemate c d. Vt hîc inueniamus b d, cuius ratio ad c d, est sicut 62441 ad 78260. Dispositis igitur numeris in ordinem, vt sequitur 78260 |1745| 62441, & secundo in tertium multiplicato & producto in primum distributo exurgit sinus 1391, cuius arcus 48 scrupul. 5 part. 40 scrupul. coniunctus totum b h 6 part. 28 scrup. constituit. Hinc g h est 5 partium 4 scrup. Eodem modo arcus visionis Mercurij g h inuentus est 10 partium, Iouis 10 & Martis 11 part. 30 scrupul. Ex his arcubus constructa est tabula occultationum & apparitionum quinque planetarum sub eleuatione poli prædicta ad omnium signorum principia. Quòd si volueris ad huius imitationem ad aliam poli eleuationem similem extruere in primis, vt nos in canonibus primi motus explicauimus, vel secundum rationem 11 cap. libri secundi μεγάλης συντάξεως angulorum, quos Eclipticæ signorum principia cum Horizonte constituunt, quantitates inuenias, quorum sinus recti primum sibi locum in operis processu vendicant, secundum, sinus maximus, arcus visionis sinus, tertium. Habita insuper latitudinis ratione, quando secundum in tertium multiplicatum in primum partitus fueris, sinus apparitionis aut occultationis innotescet.

TABVLA ORTVS ET OCCASVS quinque Planetarum.

	♄		♃ Ortus matutinus		♂		ortus uespertinus ♀		Occasus matutinus		Ortus uespertinus		occasus matutinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	29	28	19	33	29	0	15	31	4	25	24	10	12	24
1	26	26	18	21	27	11	13	48	4	29	21	15	12	18
2	22	10	14	15	22	14	10	39	7	38	17	10	13	37
3	17	18	11	44	18	15	8	38	8	58	14	9	14	19
4	14	8	9	44	16	7	7	5	8	59	12	53	16	39
5	13	8	9	7	15	8	6	53	10	46	12	8	20	23
6	12	15	9	0	14	12	6	57	11	9	12	10	23	50
7	13	1	9	7	15	8	7	11	11	26	12	41	23	49
8	13	47	9	44	16	7	7	56	12	27	14	8	20	44
9	16	36	11	44	18	15	9	18	9	28	16	19	16	19
10	21	16	14	14	22	14	12	47	8	29	20	15	14	7
11	26	46	18	11	27	11	15	28	7	43	24	38	12	14

	Occasus uespertinus ♄		♃		♂		ortus matut. ♀		Occasus uespertinus		ortus matutinus		occasus uespertinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	13	46	9	28	14	12	3	36	2	27	22	43	12	9
1	14	7	9	38	15	8	4	9	3	30	21	23	12	12
2	15	5	10	16	16	7	5	14	8	47	22	28	14	44
3	17	9	11	44	18	15	10	12	10	44	18	48	19	48
4	14	48	13	32	22	14	17	45	11	30	15	18	23	25
5	22	0	15	23	27	11	23	40	7	43	13	18	26	37
6	22	32	16	7	29	0	22	27	6	40	12	29	25	38
7	21	20	15	23	27	11	15	14	6	17	12	10	20	35
8	18	35	13	32	22	14	7	1	5	12	12	16	17	41
9	16	36	11	44	18	15	2	18	2	18	12	15	12	30
10	14	40	10	16	16	7	1	36	1	14	14	25	11	32
11	14	0	9	38	15	12	2	43	1	31	18	22	11	47

Hinc quolibet constituto tempore ad quamcunq; poli eleuationem, an planeta ante Solis ortum, aut post eiusdem occasum cõspiciatur, supputare licet. Inquisito enim angulo horizontis & Eclipticæ sinum eius diuisoris loco statuas, & cum visionis arcus sinum duxeris in totum, & productum in sinum anguli prædicti diuiseris, exorietur sinus distantiæ, qua primum appareret planeta, si hæc maior fuerit, quàm distantia Solis à planeta secundum ordinem signorum, manifestum erit ipsum videri non posse: sin minor apparere concludas. Sub altitudine poli 48 partium Sole 2 partem 26 Geminorum minutum occupante, stella Mercurij cum 19 parte & 43 scrupul. Tauri supra horizontem ascendat, est igitur angulus horizontis & Eclipticæ 22 graduum 41 scrup. cuius sinus rectus 38563, & cum arcus visionis sit 10 partium, sinus eius 17364 in totum multiplicatus, cum in primum diuiditur, exoritur 45028, sinus cuius arcus 26 partium, 46 minutor. Tantam oportet hic esse Solis distantiam, vt Mercurius in ortu videatur. Si nunc à 19 grad. 43 minut. Tauri 26 grad. 46 minut. secundum ordinem signorum numeraueris, finem in 16 grad. 29 minu. Geminorum incidere videbis. Distantia Solis & Eclipticæ partis vnà cum Mercurio in horizonte constitutæ tantum est 12 grad. 46 minut. Quare manifestum est hoc tempore Mercurium videri non posse. Eadem ratione comperies, an paulò post Solis occasum videatur. Occidebat Mercurius cum 9. grad. 4 minut. Tauri, & cum Sol constituatur 2 parte 26 Geminorum scrupulo, certum est eum neq; post occasum conspectum iri.

PROPOSITIO XXII.

Quomodo ex aspectu cuius. Planetæ naturam stellæ fixæ referant, agnoscamus.

Stellæ candidissimæ & splendidæ sunt naturæ Iouis, splendidissimę buxeę sunt Venereæ, cãdidæ pallentes, & debilioris luminis, Lunares. Rubeæ, fuscæ, siue sint splendidæ, siue non, Martiales. Claræ, splendidæ valde, & modicè rubentes, Solares. Plumbeæ omnes siue splendidæ sint, siue non, Saturninæ, Splendidæ, cinerei coloris, Mercuriales. Obscuræ, sunt naturæ Saturni & Lunę. Nubilosæ omnes & maculosæ, Lunæ & Martis.

PROPOSITIO XXIII.

De Stellarum magnitudinibus.

Vt cognoscamus qua ratione intelligant artifices stellarũ diuersas esse magnitudines, & quomodo hę debent obseruari: scire licet stellas primę magnitudinis, vt sunt Venus & Iupiter, habere diametrum minutorum 8, Saturnus, Mars & omnes stellæ magnitudinis secundæ dimetientem habent 6 minut. quæ sunt magnitudinis tertiæ, minut. 4, quę sunt quartæ, minut. 3, vt etiam est Mercurius. Quæ sunt quintæ magnitudinis diametrum habent 2 minut. & quæ magnitudinis sextæ, minut. 1, Saturnus etiam, Iupiter & Mars in absidis opposito, crescunt 1 minut. & eodem decrescunt in abside. Quando Venus est in abside dimetientem ostendit minut. 7, sed in opposito, minut. 10, Sol in abside excentrici apparet, sub minut. 31, at in opposito minut. 33 & Luna in abside sub minut. 31, sed in opposito sub 35, atq; ita maior apparet Sole, quando in loco proximi ad terram accessus est. Atq; hinc etiam corporales cõgressus Planetarum & fixarum agnoscere licet ex cõiunctione semidiametrorum, exemplum Cardanus hoc constituit. Sit Luna in parte 19, minut. 25 Capricorni in longitudine media, vbi semidiameter est minut. 16, secund. 30, in parte 19, scrupul. 8, constituitur Borealior sinistri scoptuli Sagittarij: differentia vtriusq; longitudinis est scrupul. 17, Et cum Lunæ semidiameter sit 16 scrup. 30 secun.

semidiameter stellæ, quæ est magnitudinis quintæ, sit 1 scrupul. si coniungātur semidiametri exurget quantitas 17 scru. 30 secund. quæ maior est 17 min. differentiæ, scilicet longitudinis. Dicendum ergo stellas sese mutuò contingere. Porrò hos contactus ad vnguem scire, præsertim exorientium stellarum, aut in cæli medio existentium nemo facilè potest nisi per experientiā. Nam huiuscemodi pręcisionem, vt rectè dixit Ioannes Regiomontanus in opere Directionum primi mobilis, nullum capit instrumentum.

PROPOSITIO XXIIII.

Ad quantam distantiæ Stellas fixas planetæ occultent.

OMnes stellas nostro conspectui adimit Sol: sed in exortu admittit Venerem vt videri possit, donec supra terram ad qualemcunq; altitudinem eleuetur: quandoq; etiam vnà cum Sole in medio cęli conspicitur, id quod aliqui miraculi instar sunt admirati. Lunam verò tegit manifestè vsq; ad distantiā quindecim partium, interdum etiam ad viginti, fixas stellas omnes, quæ primę sunt magnitudinis, Luna ad interuallum vnius partis, eas verò, quæ secundæ magnitudinis sunt, ad tres partes occultat, nisi cælo valde sereno & ea vacua existente, reliquas autem longius tantùm in occasu vel exortu. Planetas nunquam è conspectu aufert: nam Iupiter & Venus nihil splendoris in ipso etiam contactu perdunt. Saturnus & Mars, etsi multum obscurentur, tamen omnino non teguntur. Mercurium vltra duas partes non abscondit omnino. Contingit hoc non propter Mercurij lumen: sed quia Luna, quoties eidem copulatur necessariò exiguæ magnitudinis videatur. Iupiter & Venus stellas omnes secunda quantitate minores in cōtactu occultant: quæ secundæ quidem magnitudinis sunt, offiscantur plurimum, quę primæ licet debilioris luminis esse videantur, in quātitate earum tamen nulla apparet diminutio. Saturnus & Mars propè Iouem aut Venerem hebetiores apparēt, decrementi tamē aut occultationis nullum admittūt indicium. Mercurius aūt cum Ioue & Venere, licet exiguus admodum appareat, tamen nullo modo sub radijs euanescere videtur. Nullus etiam planeta sui generis, alium omnino potest è conspectu submouere. Iupiter interim & Venus fixas minimas ad distantiam 8 part. obscurant. Saturnus & Mars cum Bebenijs siue stellis fixis primę magnitudinis lumine contendunt, & quanuis superentur, hebetiores tamen non euadunt, cum stellis secundæ quantitatis etiam decertant, & cum lumine splendidiores videātur, eas tamen radijs non tegunt, sed paulò hebetiores reddunt. Si propè Saturnū aut Martem fuerint stellæ magnitudinis tertiæ, aut quartæ obscurantur plurimū, sed propè eosdem quintæ & sextæ prorsus euanescūt. Mercurius nullas occultat, & vicissim non occultatur, à stellis primæ magnitudinis tamen offuscatur. Porrò stellarum omnium in nostro climate apparentiū pulcherrima est Canicula, & splendidissima, quæ in ore Canis maioris existit: maxima omnium est Canopus, licet nobis non appareat, sed quāuis Caniculam vincat magnitudine, splendore tamen ab eadem magno vincitur interuallo.

PROPOSITIO XXV.

Quomodo Polus mundi proximè & simplicissimè ex obseruatione stellarum fixarum, sine omni instrumento cognoscatur.

EXplicauimus quidem breuiter, quomodo per instrumentum ex obseruatione circūuolutionis alicuius stellę fixæ supra Finitorem semper apparentis mundi polus exquisitissimè cognoscatur, id quod ad obseruationes omniū φαινομένων maximè necessarium est: nunc etiam quomodo proximè sine instrumento certiùs tamen quàm soleant obseruare nautæ & agricolæ eundem inueniamus

inueniamus, ex traditione Cardani subijciemus. Ad Septentrionem in Vrsa maiori conspiciuntur stellæ septem, ex quibus quatuor schematis quadranguli speciem ostendunt, reliquæ tres in figuram caudæ inflectuntur. Harum omnes sunt magnitudinis secundæ, præter Borealiorem quadrilateri antecedentem, quæ minor etiam sex reliquis est designata, & est magnitudinis tertię, paulò reliquis minor. Omnes simul exprimunt figuram currus cum temone flexo. In recta linea duarum sequentium ab exteriori parte versus incuruationem Temonis, est stella Polaris magnitudinis tertiæ, naturæ Saturni & Veneris, distans ab ipso mundi Polo partibus 4, scrupu. 9, & consistit in 19 parte, min. 48 Geminorum, & appellatur Cauda minoris Vrsæ. Ita autem rectè in eadem linea, cum prædictis duabus quadrilateri consistit, vt per instrumentum obseruanti in eodem ferè circulo maximo, cum ijsdem iacere videatur. Etsi autem non vsq; adeò magnæ quantitatis videatur, tamen quia circumiacentes omnes valde sunt exiguę, quasi sola locum occupare videtur. Hæc circum Polum tempore 24 horarum æqualium circumuoluitur, in cuius locum intra spaciũ 1000 annorum ingredietur, ita vt loco Poli cõspiciatur. Eidem alia stella quartæ magnitudinis valde est propinqua, distans à Polo tantùm nostro tempore scrupul. 50, quàm rectè stellam Poli nominamus, alteram quę remotior est, stellam Polarem. Sequitur figura huius obseruationis.



PROPOSITIO XXVI.

Qua obseruatione inueniatur Polus Zodiaci.

Zodiaci Polus semper est proximus duabus stellis, quæ sunt in triangulo Draconis sextæ magnitudinis, & vix apparẽtibus. Cõsyderes igitur stellam polarem, propè quam in Vrsa minore, præter septem stellas Vrsæ maioris animaduertas duas alias secundę magnitudinis, quarum superior est in eadem recta duarum antecedentium quadrilateri prædicti, quæ sunt propè Temonem. Ex prima igitur quadrilateri versus Septentrionem, per superiorem duarum Vrsæ minoris imaginatione deducas lineam rectam vsq; ad Draconem, quæ subsistet ad duas stellas in eo constitutas, & vix (vt dictum est) apparentes. Hæ proximæ sunt Zodiaci Polo, distantes ab eodem partibus 2, scrupul. 30, nec ab eo digrediuntur vnquam, nec eidem appropinquant. Ex hoc igitur schemate manifestum est Polum Zodaici paulò longius per lineam rectam à Borealiore sequentium distare, quàm polares mundi ab Australiore sequentium distet, quàm polaris mundi ab Australiore sequentium distet. Obserues etiam quomodo pes Cephei in eadem recta linea, cum stella Polari & Australiore antecedentium quadrilateri consistat.

PROPOSITIO XXVII.

De obseruatione Zodiaci & circuli Solstitij.

AGnita poli Zodiaci stella versus Austrum in oppositam partem conuertas faciem, per quam partem imagineris duci circulum maximum totum cælum bifariam secantem, cuius semisses supra Finitorem apparet semper. In hoc est Zodiacus pluribus & frequentioribus stellis insignitus, quàm vlla pars cæli, in quo ferè semper aliquis apparet planeta. Dehinc imaginaberis lineam, aut circumferētiam circuli ex polo Zodiaci per mundi polum procedentem, quæ totum cælum in duas æquales portiones dispescat. Et consyderes vtrum Cancri, an Capricorni initium supra horizontem appareat: nam horum alterū necessariò videbitur cum sint opposita signa. Quoties igitur fuerit primū Cancri punctum supra terram, erit etiam pars Tropici coluri per illud punctum ducta in conspectu: idem etiam de Capricorni signo velim intelligas, id quod non difficulter deprehendes, si ascendentem Eclipticæ partem, aut temporis nocturni momentum obseruaueris. Et si principium Cancri supra terram apparuerit, ab Orientali coluri circuli parte primo Geminorum capita magis Septentrionalia conspicies, huic procedenti ab eadem parte versus Austrum Canis minor, siue Procyon offeretur, inde Canicula, quæ est splēdidior Canis maioris, & hæc magis in Meridiem inclinatur. Ab Occidentali eiusdem circuli parte versus Septētrionem offendes, primò dextrum humerum Aurigæ, inde Orionis constellationem à capite ad pedes, tanquàm prędicto circulo æquidistantem, ita vt pedes versus Austrum, caput versus Septentrionem extēdantur: postremò sex Stellas glomeratas, è quibus duę sunt magnitudinis in naui valdè Australes. Ab Orientali verò coluri circuli, quę per initium Capricorni ducitur parte, primò stellam Vulturis cadentis inuenies, dein stellam vlterius in Austrum tendentem, quę vocatur Vultur volans: vltimò secundę magnitudinis stellam, quę est in genu Sagittarij benè Australis, ita vt parum supra terram maneat. Ab Occidentali verò huius coluri parte, nulla insignis magnitudinis stella conspicitur.

PROPOSITIO XXVIII.

Quomodo stellas fixas semel obseruatas semper agnoscamus.

SEx potissimùm signa, quibus stellas fixas ab inuicem distinguunt artifices, obseruare docent. Primò magnitudinem, quia nōnullę sunt primę magnitudinis, nonnullę secundę, alię tertię, alię quartę, alię quintę, alię sextę, quę omnium inter has minimè apparent. Quę pręter has minoris quantitatis sunt vix obseruari possunt. Secundò colorē: nam quędam videntur albę, quędam pallentes, quędam buxeę, quędam plumbeæ, quædam aureæ, alię rubeę. Tertiò splendorem: nam alię plurimum, alię mediocriter, alię valdè parum, alię nihil omnino splendent, quapropter etiam nebulosę, licet magnę inter eas sint, appellantur. Quartò obseruamus configurationes viciniorū stellarum. Inter has alię rectam lineam, alię triangulum, alię quadrangulum & alias etiam figuras cōstituunt. Vt cingulus Orionis cōstat tribus magnis & splendidis stellis, quę ita in rectā lineam cōstituuntur, vt cinguli speciem repręsentent, similiter Hœdi sunt duę paruę stellę ita coniunctę, vt vnam quasi longam referant. Ita Pleiades à multitudine cōglomerata facillimè agnoscuntur, eodem modo septē stellę maioris & minoris Vrsę. ex tribus quę figuram incuruatę caudę, & reliquis quatuor quadrangulum schema exprimentibus addiscūtur. Quintum signum est scintillatio: nā quędam frequētissimè micāt, vt Procyon, quędam rarissimè vt Regulus, quędam mediocriter, vt pes & humerus Orionis. Sextū signū est stellarū situs tam in Zodaico, quàm in mundi cardinibus. Nam stellę fixę propter

pter maximã motus octauę sphęrę tarditatē per multos annos ijsdem locis supra Horizontē ascendunt, ad cæli medium uoluuntur, & sub Horizontem demergũtur. Vnde ex earũ situ semel deprehenso facilè quiuis, qui non sit omnino nullius memoriæ, ipsas retinere & alio tēpore cõspectas agnoscere potest. Similiter ex ipsarũ à planetis distãtia facilè agnoscũtur, videlicet si antares stella Saturno posterior fuerit 12 part. cognito Saturno, quã stellã ab ipso 12 gra. in orientē tendere maximè splendere cõspexeris eã cordis Scorpij esse indubitatò noueris. Cõsultissimũ tamē in omnibus fuerit adhibita sphęra stellifera, quę ad singulos mundi cardines & propositi tēporis constitutionē exquisitē disposita sit, per has rationes & obseruationes altitudinũ & locorũ stellas obseruare.

PROPOSITIO XXIX.

Quomodo ex imaginum zodiaci aspectu solo stellę agnoscuntur.

COgnitis iam & obseruatis pręcipuis octauę sphęrę stellis, sequitur, vt etiã ad obseruationes imaginũ cœlestiũ, quas stellæ nobis repræsentant, progrediamur. Cõmodissimũ hîc fuerit, vt exordiamur ab obseruatione figurarũ zodiaci, quas ante omnes nouisse expedit. nã cũ harũ stellis, quę nõ longius ab Ecliptica distant. planetę corpore cõiungi possunt. Ad huiusmodi obseruationes maximè requiritur, quoties sphęris stelliferis caruerimus, vt omnes zodiaci figuras cũ suis stellis, sicut in ipso cœlo apparēt, depictas habeamus. Hîc iam scire licet duas in cœlo stellas esse, quarũ semper altera, eo quòd in oppositis locis cõstituantur, supra Horizontē statuatur, quarũ vna est aldebara, altera antares, ambę regiæ, quas à reliquis frequēti obseruatione ita distinguere discas, vt statim apparētes eas sine errore agnoscas. Dehinc ex præmissis tabulis nomina, situs, & magnitudines stellarũ zodiaci inquisitas dilig ēter adhibitis & idem tidem cõsultis picturis obserues procedendo ab altera harũ cognitarum, quæ apparuerit secundũ succesionē signorũ ad orientē finitoris partem. Obserues etiã diligēter 27 illas valdę splendidas, quę extra zodiacũ collocãtur vnà cum sex vrsę maioris & duas vrsę minoris, quas in capite obseruationis polorũ Aequatoris & zodiaci adscripsimus. Et cũ ad Horizontē descēderis, iterũ à loco prioris obseruationis, nimirũ stellę regię cõtra signorũ ordinē figuras ad occidentē descēdentes eadē omnino ratione, qua antea vsus es, obseruabis. Memineris tamē hîc diligēter, vt lineas ex polo zodiaci ad ipsas stellas ductas imagineris. Poteris etiã per instrumentũ illarũ à polo zodiaci distãtias, an cũ tabulis cõueniant experiri, ita certius argumētũ inuenteę stellę cõsequeris, pręsertim si alijs ꝓxima nõ fuerit, sed tribus aut quatuor partibus ab ijs distiterit. Primùm aũt memorię cõmendes eas, quę sunt nobiliores aut magnitudine, vt est canicula, aut multitudine, vt pleiades & suculæ, paruitate vt hœdi, similitudine vt asini, loco, vt scapula Capricorni, quę pręcisè in ipsa est ecliptica. Et dextrũ genu Ophiulci, quod in extremo zodiaci constitutũ initiũ prębet viæ lacteę. Etiã eas obserues, quę sunt nebulosę, vt pręsepe, & quę dignitate pręstant, vt regulus & spica, quę magnitudine fortitudinis & forma insigni, vt totũ sydus Orionis, quod facillimè cognosci potest: vt dixit Poeta: *Orion magni pars maxima cœli.*

Hac obseruãdi ratione paucissimis diebus omnes stellę & asterismi cœli, qui supra finientē loci, in quo fiũt obseruationes, apparēt, sine magno negocio cognosci possunt. Porrò, vt eorũ etiam succurramus industriæ, qui tabulis caret, omnes imaginũ zodiaci stellas, quę formã cõplectũtur, exquisita descriptione suis asterismis intexã, vt ex mutua collatione cõgruentię in situ ac positione à studiosis, qui attētè eas inquirēt in cœlo facilè agnoscãtur. Atq; in has imaginũ picturis nõ solùm quantũ ex correctissimis tabulis didicimus, verũ stellarum in situ symmetriã cõstituimus, verumetiam singulas magnitudinũ differentias certis discretas signis ante oculos constituimus, eo modo qui hîc apparet.

Vt ergo ueram iconum positionem explicemus, scire licet artifices omnes Arietis constellationi primum locum attribuisse. Hæc autem Higinij tempore proximè intersectioni uernæ Æquatoris & Eclipticæ consistebat, sed elapso multorum annorum spatio ad hæc nostra tempora longius indè in consequentes partes processit. Caput ipsum conuertit in ortum, ac constituitur infra sydus cœleste, quod Triangulum appellant. Cæterùm formam duntaxat ingrediuntur stellæ 13, quarum magnitudinis tertiæ duæ, quartæ quatuor, quintæ sex, sextæ una. Ex his, præter duas extremas, quarum una est in poplite, altera in extremo posterioris pedis ab Ecliptica in Septentrionem deflectunt.

SEQVITVR IMAGO ARIETIS.



Tauri ſydus imperfectum eſt. Nam poſterior medij corporis pars deeſt, ut non ineruditè ſcripſerit Ouidius: Poſteriora latent. Reliqua anterior per medium ab Ecliptica ſecatur. Poſt caudam Arietis in ſectione uerſus Auſtrum quatuor ſtellæ conſpiciuntur. In tergo ſunt Virgiliæ Græcis πλειάδες appellatæ, infra caput Meduſæ. Caput ita flectit, ut frons occaſum reſpiciat, & caput orientem. Cornu Septentrionali altero pede inſiſtit Erichtonius. Totum uerò conſtituitur ex ſtellis 32, præter eam quæ in extremo cornu Septentrionali: una ex his primæ magnitudinis in oculo lucens à Romanis Palilicium appellata. Tertiæ magnitudinis ſunt ſex, quartæ undecim, quintæ tredecim, ſextæ una.

SEQVITVR IMAGO TAVRI.



Geminorum pedes in Occaſum uerſus cornua Tauri extenduntur, capita uerò, quæ appellantur Caſtor & Pollux magis Orientem ſpectant, ac in Septentrionem ab Ecliptica deflectunt. Tota uerò conſtellatio conſtat ſtellis 18, quarum magnitudinis ſecundæ duæ, tertiæ quinq;, quartæ nouem, quintæ duæ. Ac omnes ſtellæ, quæ numerantur à principio uſq; ad ſiniſtrum genu ſequentis Geminorum in Septentrionem deflectunt, reliquæ in Auſtrum.

SEQVITVR IMAGO GEMINORVM.



Constellatio Cancri in medio ab Ecliptica secatur, constat autem exiguis stellis, ex quibus duæ in testa asini appellantur, ac una in pectore nebulosa, præsepe. Magnitudinis quartæ sunt septem, quintæ una,

SEQVITVR IMAGO CANCRI.



Caput Leonis occaſum ſpectat, ac maior pars corporis ab Ecliptica in Septentrionem deflectit: nam ultra ſectionem Eclipticæ pedes duntaxat in Auſtrum extenduntur. In corde, ſiue pectore eſt ſplendida ſtella, quam Regulum ac Baſiliſcum uocant primæ magnitudinis. Totum ſydus conſtat ſtellis 27, quarum altera primæ magnitudinis fulget in extremo caudæ. Secundæ magnitudinis ſunt duæ, tertiæ ſex, quartæ octo, quintæ quinq;, ſextæ quatuor.

SEQVITVR IMAGO LEONIS.



Totum Virginis sydus in Septentrionem ferè deflectit, constituitur caput post Leonis caudam Eclipticę propius, in sinistra manu, quam in Austrum porrigit, splendidam gestat stellam, quæ spica nominatur. Supra corpus Virginis ulterius in Septentrione apparet Bootis, inter cuius pedes stella splendida, quæ Arcturus nominatur. Constat autem 26 stellis, quarum 1 magnitud. una tertię 6, quartæ 6, quintæ 11, sextæ duæ.

SEQVITVR IMAGO VIRGINIS.



Propter nimiam magnitudinem constellatio Scorpij in duas imagines distribuitur, quarum antecedens appellationem Libræ sortitur, quæ apud Ptolemæum Chelæ dicuntur. Hæc tota in Septentrionem deflexa, sub Virginis pedibus constituitur. Constat autem stellis octo, quarum magnitudinis secundæ duæ, quartæ quatuor, quintæ duæ.

SEQVITVR IMAGO LIBRAE.



Scorpionis conſtellatio maiore ſui parte in Auſtrum deflectit, quatuor in fronte lucidæ occaſum ſpectant, dextram corporis partem in Septentrione pede premit Ophiuchus, cauda magis in ortum circumflectitur. Conſtat ſtellis 21, quarum ſecundæ magnitudinis 1, tertiæ 13, quartæ 5, quintæ 2.

SEQVITVR IMAGO SCORPII.



Sagittarius Centauri ſpecie pingitur, ſagittam uerſus Occaſum dirigens in caudam Scorpionis toto ferè corpore in Auſtrum conuerſus, excepto capite & ſtellis aliquot exiguis in contactu, quæ in Septentrionem uergunt. Conſtat ſtellis 31, quarum magnitudinis 2, duæ, tertiæ 9, quartæ 9, quintæ 8, ſextæ duæ, nebuloſa una.

SEQVITVR IMAGO SAGITTARII.



Poſt con-

Poſt contactum Centauri ſequuntur cornua Capricorni una cum capite in Septentrionem deflexa. Inde reliqua pars corporis ab Ecliptica ſecta in Auſtrum uertitur, reflexa in Septentrionem cauda. Conſtituitur autem ſtellis 28, quarum magnitudinis tertiæ 4, quartæ 9, quintæ 6, ſextæ 6.

SEQVITVR IMAGO CAPRICORNI.



In medio corpore Aquarius ſecatur ab Ecliptica, ut ſuperior pars in Septentrionem, inferior in Auſtrum deflectat. Siniſtram manum in Occaſum ſupra tergum Capricorni porrigit. Vrna in exortum effundit aquam, quæ ſtatim ultra Eclipticam in Auſtro uerſa in Occaſum refluit. Vltima in aqua ſtella ſplendida ore Piſcis, qui ſolitarius figuratur, abſorbetur. Conſtat ſtellis 42, quarum primæ magnitudinis 1, tertiæ 9, quartæ 18, quintæ 13, ſextæ 1.

SEQVITVR IMAGO AQVARII.



Poſtremum

Postremum Piscium sydus existit, quorum alter in Occasum spectans Aquarium in Septentrione ex cauda linum educit, quod ultra Eclipticam in Austrum productum & nodo contractum ac ligatum, iterumque in Septentrionem reflexum annectitur caudæ, alterius piscis, cuius caput est infra humerum sinistrum Andromedæ.

SEQVITVR IMAGO PISCIVM.



PROPOSITIO XXX.

De signis quibus errantes stellæ à fixis octauæ sphæræ distinguuntur.

FAcillima ratio, qua ad cognitionem stellarum fixarum introducimur, constat signorum, quibus erraturæ stellæ à se inuicem & à fixis octaui cœli distinguũtur obseruatione. Triplici autem signorum discrimine à stellis fixis planetæ differre cognoscuntur. Primò quòd stellarum fixarum aliàs rarius, aliàs frequentius scintillare obseruemus, planetas verò nunquam. Secundò, quòd inerrantium semper à se inuicem æqualis distantia deprehendatur, sed planetarum (quia infinitis partibus velocius fixis stellis moueãtur) ab ijsdem octauæ sphæræ stellis diuersis temporibus obseruatę distantię semper manifestam differentiam sortiantur. Tertiò quòd illis, qui frequentibus obseruationibus fuerint assuefacti, planetæ, vel primo aspectu stellis fixis inferiores appareãt, sed fixæ longæ à terræ superficie altiores conspiciantur. Etiam inter se planetæ satis euidenti discrimine differre videntur. Primò Sol & Luna, quomodo à reliquis omnibus stellis differant, nemo, nisi communis sensus expers, ignorare potest. Stella Saturni, Martis magnitudini aspicientibus æqualis videtur, distinguitur tamen ab eodem, quòd plumbei coloris & minus splendida, & altiorem cœli regionem occupare videatur, etiam inspecta Ephemeride vtriusq; locus differre cognoscitur. Iupiter stellæ Veneris omnium aliarum simillimus deprehenditur, sed minus splendoris obtinet, & quantitatis minoris videtur, nec Solem, vt Venus semper comitatur, quæ nunquam à Sole antè aut retro longius 48 partibus digreditur, etiam ex motuum tabulis vter horum orientalior sit, inueniri potest. Agnito igitur Ioue, qui omnes alias stellas præter Venerem excellit, non difficulter ipsa etiam Venus cognoscetur. Stella Martis subobscura, cum rubore quodam micare, & scintillare videtur, à Ioue autem & Venere plurimum rubere, magnitudinis defectu, & obscuritate discrepare obseruatur. Venus omnium, quæ in cœlo conspiciuntur, stellarum & maxima & splendidissima est: ita vt sola tantùm luminis effundat, quo corporum vmbræ euidenter distingui possunt, neque Lunæ propinquitate offuscatur, sed in ipsius contactu splendidior apparet. Mercurij stella semper ipsi Soli propinqua, nec ab eodem vltra 28 partes diuagatur, exiguæ magnitudinis, non candida sed luminosa existit.

PROPOSITIO XXXI.

Ratio, qua tempus congressus planetarum cum stellis fixis præscire possimus.

AD huius congressus prædictionem in primis requiritur, vt quolibet tempore, vel ex motuum tabulis, vel ex certissima Ephemeride verum planetæ locum inuentum habeas. Deinde ex zodiaci tabula superius descripta longitudinem & latitudinem stellæ, cuius congressum cum planeta nouisse diligenter inquiras, & quo tempore planeta ad eandem zodiaci partem & minut. pertingat, consideres. Quo inuento, si vtriusque stellæ eandem latitudinem calculo oblatam videris, congressus corporalis dicetur, sed si discrepante latitudine vtranq; in longitudine tãtùm coire perspexeris, longitudinis congressus appelletur. Vtrum verò hæc prædictio experientię cõsentiat, non difficulter aspectu iudicare licet: nam cum zodiaci poli locum diligenter notaueris, si ex eo lineam rectam, aut segmentum circuli per stellam & planetam simul transire videris, vtriusq; loci eandem esse longitudinem non dubitabis.

Et quanuis

Et quamuis superiorum planetarum tam apparens, quàm vera coniunctio sit eadem, in inferioribus tamen παράλλαξις ratio præsertim in Luna & Mercurio diligentissimè est obseruanda. Nam in Mercurio coniunctionum loca interdum 10 scrupulis differre videntur. Lunæ diuersitas interdum ad quantitatem integrę partis increscit. Nam siue citra siue vltra nonagesimam ab ascendente zodiaci partem constiterit, nunquam in ea parte exquisitè, quàm linea ex mundi centro per centrum lunæ ad zodiacum extensa, designat, in superficie terræ consistentibus apparere potest. Cum enim in Oriente fuerit, partem veri motus excessisse conspicitur: sed in Occidente verum locum antecedere iudicatur. Quare diligenter ad tempus propositum ex tabulis motuum cœlestium Nicolai Copernici, aut Ioannis Verneri, aut Erasmi Rheinoldi, quę omnium sunt exactissimæ, Lunæ locum supputare oportebit. Eodem modo etiam cognoscitur quando fixa zodiaci stella radios planetæ oppositos, quadratos, trinos, aut hexagonos, siue iuxta sententiam Ioannis Regiomontani, qui omnes eos in Eclipticam deducit, siue opinionem Ioannis Blanchinij, qui in omnibus exceptis tetragonis, obseruationem latitudinis requiri vult, ingrediatur. Obseruationem nobis hic excellentissimus nostri temporis philosophus Hieronymus Cardanus talem reliquit. Anno 1538 die decimotertio Aprilis, inuenit verum stellæ Iouis locum in parte 26 minut. 23 Tauri cum latitudine australi part. 0 scrupul. 46. Quæritur ergo in tabulis stellarum zodiaci, an vltra 26 part. 23 minut. Tauri aliqua stella inueniatur, quæ latitudinem ab Ecliptica partis 0, minut. 46, aut paulò minorem obtineat, siquidem Iupiter versus Septentrionem ascendat, & latitudo minuatur. Hic nulla propinquior inuenitur, quàm præsepe in parte 29 minut. 58 Cancri per obseruationem Cardani in latitudine Septentrionali part. 0 scrupul. 20 consistens. Hanc zodiaci partem stella Iouis ex motuum tabulis anno 1540 die octauo Iunij egrediebatur, eodem tempore deflectens ab Ecliptica via in Septentrionem parte 0, minut. 26. Quare differentia latitudinis tantùm est 6 scrupul. qui comprehenduntur à semidiametris Iouis & stellæ prædictæ. Dicendum igitur in sequenti nocte coitionem corpoream fuisse. Vnde etiam his, quibus in angulo contingebat, nebulosa tempestas effecta est. Hinc manifestum est, quàm rarò fiant planetarum cum stellis fixis, præterquàm Lunæ corporei congressus. Nam hæc non tantùm propter motus velocitatem, sed etiam semidiametri magnitudinem stellis fixis sæpius cōmiscetur. Vnde frequētiores etiam cœli mutationes & euidentiores euenire quotidiana docet experientia.

PROPOSITIO XXXII.

Quomodo nouis obseruationibus tota cœli stellati facies explorata describi possit, ut singulæ stellæ repræsentent eam in situ congruentiam ac symmetriam, qua in ipso cœlo constitutæ apparent.

Veteres artifices mirabili industria ac artificio totam cœli stellati faciem, vsi obseruationibus per instrumentum Armillarum factis, ita depinxerunt, vt singulas stellas sphærico corpori imponentes, in eum situm ac ordinem distribuerent, qui cœlestium corporum symmetriæ ac distantijs exquisitè congrueret. Ex his alias animantium imaginibus, quarum formæ huic similitudini ac positioni optimè conuenirent, intexebant: reliquas verò passim dispersas, neque constitutioni alicuius imaginis congruentes proximè quasi extra ordinem formis annumerabant. Hac solertia cōsequebantur eum vsum ac fructum, vt non tantùm existeret iusta in constitutione proportio, ac sin-

gularum magnitudinis exquisita distinctio, verumetiam singulæ certis denominationibus ab alijs discretæ, facilius agnoscerentur, ac posteritati communicarentur. Atque hac ratione Claudius Ptolemæus 1022 stellas manifestiores à se instrumento exploratas ac in tabulas artificiosè distributas posteritati reliquit. Sed, vt in his rebus fieri solet, inscitia ac negligentia describentium multis in locis errata ac corruptelæ irrepserunt. Quare vtilissimum laborem humano generi nostro tempore artifices subirent, si ea loca, quæ in tabulis Ptolemæi deprauata sunt, instrumentorum adminiculo stellarum situs explorantes, in integrum restituerent. Vtinam verò Gemma Frisius, vt promiserat, studiosis Matheseos hoc operis absoluisset. Equidem eleganter exponit, quomodo per radium Astronomicum obseruationes hæ fieri possint, sed nos eadem commoditate per Quadrantem, vt quilibet huius artificij studiosus rem ipsam experiri debeat, ante oculos constituemus. Hîc autem ea commoditas offertur, vt sine vlla longitudinis, aut latitudinis obseruatione quocunque anni tempore ac loco stellas omnes in nostro hemisphærio apparentes, quæ sint alicuius magnitudinis per Quadrantem obseruatas sphærico corpori exquisitè fabrefacto secundum verum situm, quo in cœlo constituuntur, imponere liceat. In hunc vsum optimè fecerimus, si dimetientem sphærici corporis trium aut quatuor pedum assumamus. In superficie eius corporis designabimus circulum maximum obscura linea, vt postea deleri possit, more Astronomico in 360 æqualia segmenta distributum, cuius vsus erit, vt exploratas instrumento stellarum distantias ipsi superficiei rectè applicemus. Primùm igitur, per Quadrantem obseruabimns, vt superius explicatum est, duarum quarumuis stellarum interualli segmentum, quas secundum similem eius magnitudinem in designato circulo deprehensam, quam circino facilè licet explorare, in superficie sphæræ constituemus. Deinde alterius alicuius ab vtraque harum metiemur interuallum, ac iuxta eam rationem superficiei imponemus, quæ in obseruationibus Planetarum & Cometarum longitudinum est exposita. His per idem artificium dimensionis succedet quarta, deinceps quinta, & reliquæ omnes donec certis obseruationibus exploratæ congruentem symmetriæ cœlesti situm sortiantur. Vt autem operationi sua constet certitudo interdum stellarum, quæ fuerint obseruatæ distantias omnium à se inuicem cum situbus descriptarum in superficie sphæræ conferemus. Aut interdum vnius stellæ, quæ constituenda erit, à septem aut octo alijs designatis experiemur interualla, quæ si in idem punctum concurrant, nullum inter operandum errorem incidisse, certum erit. Cæterùm hîc memineris certa opus esse memoria conspectarum stellarum, vt ne si eædem repetantur, totius operis confusio ac perturbatio oriatur. In magnitudinum quoque distinctionibus non minorem adhibere oportet industriam, quantum ad faciliorem operis absolutionem attinet, interdum per Quadrantem experiemur quænam stellæ in eodem maximi circuli segmento consistant. Hunc situm occupant illæ, quæ per eandem instrumenti planam superficiem intuentibus apparent. Quòd si eędem stellę similem positionem obtineant in sphęrico corpore, non dubium est, quin rectè sint collocatæ. Id autem hîc explorabimus æneū circulum, aut Quadrantem congruentem conuexo sphęrę accōmodantes. Manifestum est igitur, quo artificio omniū stellarū, quæ in nostro apparent hemisphærio vera pictura ac constitutio in sphærico corpore absolui debeat. Superest deinceps, vt expendamus quibus rationibus facillimè harū stellarū longitudines, latitudines, ac declinationes ante oculos cōstituantur. In hūc vsum primò per Quadrantem metiemur 3 aut 4 stellarū, quę in eandem mundi partem vergant eleuationes in Meridiano circulo. hinc earū declinationes eo modo, quē

in princ

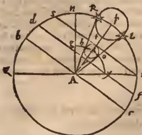
in principio operis expoſuimus, innoteſcent, ſed complementa earum à Polo interualla patefacient. Quare iuxta magnitudinem vniuſcuiuſq; complementi ſiue interualli maximi circuli ſegmentum circino deſignabimus. In eo ſigno, in quo ſingula concurrent, Polum ipſius ſphæræ conſtitutum intelligemus, & in oppoſito ex diametro pūcto alterum. Excipiemus deinde circino deſignati in ſuperficie circuli Quadrantem, ſecundum cuius quantitatem ſuper inuento Polo circulum maximum deſignabimus, qui Aequinoctialis vicem ſuſtinebit. Hinc ſtatim apparebunt omnium ſtellarum declinationes. His conſtitutis, ad deſignandam Eclipticam progrediemur in hunc modum. Explorantes Lunam propè initium alterius Tropici, nempe Cancri aut Capricorni, cum aliqua ſtella conſtituta in cæli culmen aſcendentem, aut per vmbram ſtyli in ſuperficie Horizontis πρὸς ὀρθὰς erecti in Meridianam lineam proiectam, aut per planiciem inſtrumenti in eandem collocati, ſi vtraq; ei videatur applicari, per Lunæ curſum ex tabulis collectum, cognoſcemus ipſius ſtellæ fixæ & aſcēſionem rectam & diſtantiæ magnitudinem ab Ecliptice verna ſectione iuxta partes Aequinoctialis. Quare ducentes ex Polo per cōſtitutam ſtellam circulum in Aequatorem, numerabimus à ſectione vtriuſq;, quę deprehenſa fuerit aſcenſionem rectam. Hinc innoteſcit punctū vernæ ſectionis in Aequatore. Quare & oppoſita ſectio nempe autumnalis, vnà cum intermedijs Cancri & Capricorni locis in Aequatore patefiunt. Atq; hoc operis abſoluto, facillimum fuerit iuxta artificium ſphæricum, Eclipticam vnà cum ſuis polis cōſtituere. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo ſtatim omnium ſtellarum longitudines ac latitudines citra vlteriorem inquiſitionem antè oculos conſtituantur. Cæterùm ſi quis voluerit inuerſo ordine hoc negocium expedire, nimirum vt primò in ſphęrico corpore circulos deſignet, ac deinceps ſingularum ſtellarum vera loca in longitudine ac latitudine eo ordine, quo Planetarum ac Cometarū ſitus ſuprà inquiſiuimus, ſiue circino, ſiue per ſcientiam Triangulorum ſphæricorum, inueſtiget, per me quidem id licebit, cum vtraque obſeruationis ratio exiſtat certiſsima.

PROPOSITIO XXXIII.

Quomodo ex reuolutione alicuius Stellæ fixæ certa nocturni temporis hora poſsit deprehendi.

EXplicabimus hic deinceps, quomodo ex reuolutione alicuius ſtellæ fixæ, quæ ſupra Horizontem ſemper appareat, certa nocturni temporis hora poſsit deprehendi. Vtq; tota res facilius intelligatur, repetēda ſunt aliqua eorum, quæ in veſtibulo huius operis ſunt expoſita, in eum vſum, vt per obſeruationem declinationis, manifeſtè conſtet, quænam ſtellæ ſupra Horizontē perpetua circumuolutione agantur. Nam, vt expoſitum eſt, nunquam illæ ſtellæ infra Horizōtem deſcendunt, quarum declinationis circumferentię eleuationis Poli complementum excedunt, ſed quarum declinatio dicto complemento, eſt æqualis, tantùm leuiter Horizontem ſtringunt. Vt ergo facillima obſeruatione negocium abſoluatur, exquiſitam alicuius ſtellæ ſemper apparētis declinationem officio Quadrantis, vt in principio demonſtratum eſt, explorare oportet: quo conſtituto, innoteſcit eiuſdem à Polo mundi diſtantiæ ſegmentum, atq; hoc conſtituit ſemiſſem dimetientis eius circuli, in quo primi motus vi circum mundi Polum ſtella reuoluitur. Manifeſtum eſt igitur, ſi huius reuolutionis circulo alium exquiſitè congruentem in Quadrante conſtituerimus, futurum vt ex centro ſtellam obſeruanti appareat ſemper illud circumferentię ſegmentum, quo illa diſtiterit à Meridiano. Quare ſi veri loci Solis & huius ſtellæ aſcenſiones rectę conſtiterint, qua ratiocinatione temporis differentia

sit elicienda non erit obscurum. Primùm enim constabit ex apparenti à Meridiano stellæ distantia, quænam pars Aequatoris in medio cæli consistat. Et ex oppositi loci Solis ascensione recta vtriusq; patefiet differentia, qua in tempus conuersa more Astronomico, quanta Solis à media nocte sit distantia ratiocinamur. Sed hæc euidentiùs exponemus paulo pòst, cum ex obseruatione altitudinis stellæ fixæ certum temporis momentum colligemus. Superest igitur vt hîc structuram eius circuli, qui constitutæ stellæ reuolutioni congruat, expendamus. Si ergo exploratam habuerimus ex obseruatione declinationis à polo stellæ distantiam, in ipso Quadrante similiter eandem considerabimus, ab eo puncto, qui Poli respondeat altitudini. Huius distantiæ sinum rectum duplicantes ipsi puncto in Quadrante vice Poli designato prætendemus. Super hanc chordam in medio puncto ad quantitatem semissis circulum designabimus, cuius plana superficies ipsius Quadrantis planiciem πρὸς ὀρθὰς secet, vt nimirum neutram in partem ad eandem inclinet. Disposito igitur Quadrante super tabellam planam ad Horizontis superficiem stratam in Meridiana linea, circumferentia in Septentrionem conuersa, erit designatus circulus in situ congruenti constitutæ stellæ reuolutioni, ac radij visus ex centro Quadrãtis emissi, ad hunc circulum semper aliqua in parte stellam deprehendent. Qua diligenter obseruata, eiusdem à Meridiano distantia patefiet. At ne hîc obscuritas verborum aliquam pariat difficultatem designato schemate rem euidentiùs ante oculos constituemus. Super a centrum designemus Meridianum circulum b p c, quem secet Horizon z a m. Superior pars secetur in semisses m n & n z per rectam n a. Per idem a centrum ducatur Aequinoctialis b a c, & à signo b numeretur circumferentia b p æqualis z n, siue n m. Erit ergo p Polus mundi, ex quo descendat in centrum a axis p k a, eiusdem eleuatio est p m & complementum c. Quod ergo de stellarum declinationibus dictum est, his exemplis intelligetur: constituamus primò stellam in d, cuius declinatio b d, cui æqualis statuatur in inferiore loco c f, quam manifestum est minorem esse Poli complemento c m. Itaq; stella ex d per reuolutionem paralleli circuli Aequatori infra Horizontem in f descendit. Sit alia stella in h, & declinatio h b sit æqualis Poli complemento, tum euidenter stellam ex h infra m deuolui non posse apparet. Tertiò constituamus aliam in l, cuius declinatio l c complementum Poli c m exuperat. Itaq; hæc suprà Horizontem perpetuo motu circumuoluitur in circello Aequatori parallelo l f r, cui debeamus hîc in terra alium congruentem fabricari. Vt hoc operis absoluamus, Quadrantem a g x super Meridianam lineam a x m versus Septentrionem collocantes, notetur in circumferentia signum k, per quod axis mundi p a procedit Iam verò ex altitudine n l obseruata, patefit distantia stellæ l à Polo, quæ est l p, cui similis sit in Quadrante k r inferior, & h k superior. Segmento h r subtendatur chorda h k r, & in medio designetur circellus h x r ad quantitatem semissis k r, cuius planum sit erectum ad planam superficiem Quadrantis. Hoc constituto circellus h x r, est in simili situ cum ipso r x l. Quare visus radij ex a centro per circumferentiam propioris circuli emissi in remotiorem r f l incidunt. Sit ergo stella reuoluta ex l in f, tum radius visiuus circulum h r in f delatus, attingit in x signo. Est autem similis f stellæ à cæli medio



medio r diſtantia ipſi x h, quæ in Quadrante apparet. Si ergo conſtiterit Aequatoris pars, quæ cum f Meridianum ingreditur ex f r conſtabit punctum Aequatoris, quod Meridianum occupat cum r. Reliquum operis, quomodo ſit abſoluendum ex differentia aſcenſionum rectarum, quarum altera ſit loci Solis oppoſiti, altera cæli medij exemplo ſequentis propoſitionis intelligetur.

PROPOSITIO XXXIIII.

Quomodo certum nocturni temporis momentum per obſeruatam apparentis ſtellæ altitudinem ratiocinemur.

IN præcedenti propoſitione craſsiori Minerua per reuolutionem alicuius ſtellæ fixæ ſupra Horizontē ſemper apparentis, horas noctis inueniri poſſe declarauimus: verùm quia hoc modo temporū minuta, non tam exquiſitè inueniantur, niſi maxima cum difficultate, qua ratione artifices exactiſsimè eundem finem ex eleuatione alicuius fixæ ſtellæ ſupra Horizontem, & tabulis ſinuum conſequantur, deinceps expediemus. Maximè enim in obſeruationibus τῶν φαινομένων exactiſsima minutorum temporis cognitio neceſſaria eſt. Nihil hîc nobis officij aut vſus ex Quadrante ſperandum eſt, præter alicuius ſtellæ ſupra Horizontem altitudinis dimenſionem. Primò cum alicuius inſignioris fixæ ſtellæ altitudinem dimenſus fueris, inquirere oportebit eiuſdem declinationem, aſcenſionem rectam, altitudinem Meridianam, & declinationis complementum. Deinde etiam complementum altitudinis Poli, & Solis aſcenſionem rectam in promptu habeas. Multiplices inde altitudinis Meridianæ ſinum in totum, & productum per ſinum complementi altitudinis Poli diuidas: & quod extractum fuerit, ſeorſim conſerues. Secundò ſinum altitudinis ſtellæ ſupra Horizontem in totum ducas, productum per ſinum complementi altitudinis Poli partiaris, quod hinc eduxeris à paulo antè reſeruato numero ſubtrahere debes (nam poſterior hic numerus ſemper à maiore ſuperatur) reſiduum ducas in totum, atq; iterum productum in ſinum complementi declinationis ſtellæ diuidas in Quotiente occurret inuentum tertium. Hoc ſi minus inueneris ſinu toto, ab eo abſtrahas, cuius reſidui arcu è 90 ſublato, portio circumferentiæ, qua ſtella à Meridiano diſtat, remanebit. Quòd ſi tertium inuentum maius fuerit ſinu toto, hic ſublatus ex illo differentiam relinquit, cuius arcui 90 partes adijcies. Porrò ſi ſtella tibi in Orientis plaga apparuerit, quam hîc diſtantiam inueniſti, ex ipſius aſcenſione recta tollere debes, ſin autem in Occidentis plaga eandem conſpexeris, diſtantiam prædictam aſcenſioni rectæ copulabis, vt hinc verum Aequatoris gradum Meridianum poſsidentem ratiocineris. Quòd ſi tum aſcenſio recta eius Eclipticæ gradus, qui Meridianum poſsidet, minor inueniatur, quàm ſit aſcenſio recta loci Solis oppoſiti: certum erit mediam, ſiue 12 noctis horam nondum præterijſſe. Quare ſubducta minori aſcenſione à maiori diſtantia loci Eclipticæ Soli ex diametro oppoſiti, à Meridiano apparebit. At ſi aſcenſio loci, qui in Ecliptica Soli ex aduerſo eſt, parte Aequatoris, quæ in Meridiano ſit, minor deprehendatur, differentia vtriuſq; tempus, quo Sol à media nocte loci obſeruationis verſus ortū proceſſerit, indicabit. Nam 15 gradus Aequatoris 1 horam, & 1 grad. 4 minuta ſignificāt. Obſcura ſatis & difficilia hæc viderentur, niſi per exemplum manifeſtius eadem explicaremus. Anno 1559 Nouiomagij, vbi Geldriæ metropolis eſt, cum Sol nonum Tauri gradum peragraret, nocte altitudinem ſpicę Virginis primæ magnitudinis ſtellæ ſupra Horizontem 23 grad. per Quadrantem obſeruauimus, ex qua ſupputare velim quota tunc temporis hora noctis fuerit. Vera ſpicæ longitudo deſumpta nobis erat ex tabulis Cardani 16 grad.

18 minut. Libræ. Altitudo eius in Occidentis plaga obseruationis tempore 24 grad. apparebat, cuius sinus rectus est 40673, declinatio 8 grad. 16 minut. complementum 81, grad. 44, sinus rectus huius arcus 98970, altitudo spicæ Meridiana 32 grad. 44 minut. & sinus 54072, ascensio recta 194 grad. Altitudo Poli est 49 partium, cuius complementum 41 & sinus 65605. Loci Solis recta ascensio 36 grad. 35 minut. & loci huic oppositi 216 grad. 35 minut. Primò si ducas sinum altitudinis stellæ maximæ, qui est 54072 in sinum maximū 100000, habebis 5407200000, qui diuisus per sinum complementi altitudinis Poli 65605 producet 82420 & $\frac{35900}{65605}$. Secundò si multiplices sinum altitudinis spicæ supra Horizontem, qui est 40673 in totum, exorietur 4067300000, qui per sinū cōplementi Poli 65605 diuisus, producit 61996 & $\frac{524420}{65605}$. Sed neglectis his fragmentis, quæ parum erroris adducūt, posteriorem numerum priori adimam, tum residuus 20424 inuenietur. Hic multiplicatus in sinum maximum, profert 2042400000, qui diuisus per 98960, nempe stellæ complementi declinationis sinum, 20638 & $\frac{6352}{9896}$ constituit. Et cùm hic sit minor sinu toto, ab eodem sublatus, 79362 relinquit, cuius arcus 52 grad. 32 minut. 90 ademptus, arcum distantiæ spicæ à Meridiano 37 grad. 28 minut. restituit. Iam verò cum stella in Occidentis plaga apparuerit, ascensioni eius rectæ arcum 37 grad. 28 minut. proximè inuentum adijcio, hinc consurgunt 231 partes cum 28 scrupu. Constat igitur punctum Aequatoris, quod obseruationis tempore Meridianum possidebat. Ascensio recta loci Soli ex diametro oppositi, quem Barbari Nadir vocant, est partium 216 scrupul. 35, qua sublata ex Aequatoris arcu medium cæli occupante, relinquitur differentia 14 part. 53 scrupul. Cum ergo vna pars Aequatoris ex 360 quatuor scrupulorum temporis spatio ascendat, efficient 14 part. temporis, 56 scrupul. & 53 qui supersunt, constituent 3 scrupul. & 32 secun. Ex his collectis cōsurgit tempus à media nocte 59 minut. & 32 secun. quod huic congruit obseruationi.

SECTIO SECVNDA, DE CANONIBVS PRIMI MOTVS.



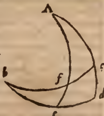
HACTENVS explicauimus, quantum industria consequi potuimus, obseruationes ferè omnium φαινομένων ita, vt quæ pluribus instrumentis, nempe Armillis, Torqueto, Radio Astronomico, & Astrolabio absoluūtur, ea omnia faciliùs per Quadrantem expediri posse manifestis demonstrationibus constet. sequitur nunc vt versa vice consideremus, quomodo per sinuum tabulas congruentem calculum ipsis apparentijs ad quoduis tempus constitutum liceat exhibere. Si enim obseruationes præterito tempore factæ, fuerint exquisitę per ratiocinationem triangulorum planorum ac sphæricorum, ad quoduis futurum tempus alias prædicere licebit. Id quod eruditè demonstrarunt in Epitome Ptolemæi summi artifices Georgius Peurbachius & Ioannes Regiomontanus. Petrus Apianus ex assumptis illorum demōstrationibus calculum instituit, & praxin earundem studiosis simpliciter exhibuit. Nos verò, vt veritatis amantes & vsum triangulorum & tabularum sinuum, ac quomodo calculus congruat obseruationibus, euidentius perspiciant, hos artifices sequemur, vt eos qui veros fontes nobis aperuerunt. Atq; hîc duntaxat præcipuos primi motus canones delegimus, vsi aliquibus in locis Apiani exemplis, quia propter tēporis breuitatem alium calculum

calculum experiri non licuit. Præterea ſtructuram propoſitionum quibuſdam in locis pro ratione noſtri inſtituti indicauimus, nũc ad rem ipſam veniamus.

PROPOSITIO XXXV.

Quomodo uera Lunæ latitudo per ſinuum tabulas colligatur.

PRimò videamus, quomodo Lunæ latitudo ab Ecliptica ſit ratiocinanda per triangulos ac ſinuum tabulas. Primùm ex vera Ephemeride, aut motuum tabulis veri Lunæ loci & eiuſdem eccẽtrici ſectionum in Ecliptica, quarum vna caput, altera cauda Draconis appellatur, petita cognitio requiritur. Deinde per 15 quarti Regiomontani negocium abſoluemus. Eſt enim eadem ratio ſinus totius ad ſinum maximæ latitudinis, quæ eſt ſinus minoris Quadrante circumferentię ad ſinum ſuæ latitudinis. Videndum igitur vtri puncto ſectionis, nempe capitis an caudæ Luna propior fuerit, ſinum huius diſtantiæ multiplicantes in ſinum maximæ latitudinis, productum partiemur in totum. Hinc ſinus latitudinis inquiſitæ prodibit. Sit igitur exempli gratia b caput Draconis, b d Quadrans Eclipticæ, b f c deferentis Lunæ, a Polus Eclipticæ, a c d Quadrans circuli tranſiens per maximam Lunæ latitudinem, c d in ſignum Eclipticæ d πρὸς ὀρθὰς, ac ſit angulus c b d 5 partium, Lunæ locus in f per quod punctum agatur circumferentia a f e. Erit igitur vera Lunæ latitudo f e. Iam autem demonſtratum eſt à Regiomõtano eandem eſſe rationem ſinus b c ad c d, quę eſt b f ſinus ad f e: quare multiplicantes ſinum b f in c d, productum diſtribuemus in b c. Hinc ſinus latitudinis f e patefiet. At experiamur, quomodo calculus ex hac demonſtratione inſtituatur. Segmentum c d ſemper eſt 5 partium, cuius ſinus 8715, ſed b f conſtituamus 60, cuius ſinus 86602. Hic multiplicatus in alterum ſi diuidatur in ſinum maximum, producit 7551, quarum partium ſinus eſt 4 grad. 20 minut. Tantam eſſe dicimus latitudinem f e, quæ erat inuenienda. Hinc non difficile fuerit ratiocinari, quomodo vice verſa ex data Lunæ latitudine eiuſdem ab altera ſectione eccentrici diſtantia colligatur.



PROPOSITIO XXXVI.

Cuiuslibet Eclipticæ circumferentiæ aſcenſionem rectam ſupputare.

NIhil aliud per aſcenſionem rectam intelligũt artifices, quàm circumferentiam Aequatoris, quæ concluditur inter punctum mutuæ ipſius & Eclipticæ interſectionis, & circulum magnum, qui ex mundi Polis per illam Eclipticæ partem, cuius aſcenſio recta inquiritur, in ipſum Aequatorem ad rectos angulos ſphæricos ducitur. Hinc ſequitur, cum circulus Solſtitiorum & Aequinoctiorum Eclipticam & Aequatorem in quatuor æqualia ſegmenta diſtribuat, ſingulos illius Quadrantes à mutuis interſectionibus numeratos ſuis aſcenſionibus rectis adæquari, ita vt primo Cancri puncto ex Aequinoctiali quarta circuli ſtatuatur, & aſcenſio Eclipticæ ſemiſsis (quia per 19 tertij Regiomontani omnes circuli magni in ſphæra in æquales partes ſeſe diuidunt) Aequatoris ſemicirculum contineat. Quare cum vnius Eclipticæ Quadrantis partium aſcenſiones ſupputatæ fuerint, quomodo etiam aliarũ omnium aſcenſiones inueniantur, patefiet. Conſtat punctis eandem ab orbe medio declinationem ſortitis æquales ab altera ſectionum, cui propiora fuerint, circum-

ferentias Aequinoctialis competere. Nam ſegmentum Aequatoris inter ſectionem autumnalem, & arcum declinationis 30 partis Cancri interceptum, ęquale eſt alteri inter ſectionem vernam & arcum declinationis 30 partis Tauri concluſo. Si igitur complementum aſcenſionis 30 gradus Tauri aſcenſionis 90 partium adieceris, prodibit aſcenſio recta 30 partis Cancri. Exempli gratia 30 Tauri gradus aſcenſio recta eſt 57 grad. 47 minut. qui ex 90 ſubducti relinquunt complementum 32 grad. 13 ſcrupulorum, qui iterum Quadranti coniuncti, conſtituunt 122 grad. 13 ſcrupul. nempe circumferentiam aſcenſionis 30 partis Cancri. Eadem via reliquarum Eclipticæ partium aſcenſionis vltra principium Cancri ad initium vſq; Libræ, ſine repetitione ſupputationis inquiruntur. Sed nunc modum has circumferentias minores Quadrante numerandi ſubijciemus. Propoſitæ partis Eclipticæ à ſectione verna numeratæ complementa declinationis & à primo ſectionis puncto diſtantiæ perquiras, & horum alterius ſinum, qui minor fuerit, in maximum ſinum multiplices, & productum per maiorem partiaris. hinc prodibit ſinus περιφερείας, cuius complementum declinationem quæſitam patefaciet. Sit verbi gratia propoſitum rectam aſcenſionem 21 Tauri partis ſupputare, cuius complementum 39, & ſinus rectus 62932. Declinatio huius partis 18 grad. 3 minut. & complemẽtum 71 grad. 57 minut. huius ſinus eſt 95078, ductis ergo 62932 in 100000, & producto diuiſo in 95078, exurgunt 66199 quarum partium arcus 41 grad. 27 minut. ex 90 ſublatus relinquit aſcenſionem 48 grad. 33 minut. Nec ratio diſsimilis eſt reliquarum Eclipticæ partium, quæ vltra 30 Virginis gradum, ſcilicet poſt ſectionem autumnalem numerantur, aſcenſiones ſupputandi. Nam circumferẽtiarum quæ ſunt inter hanc ſectionem & principium Capricorni, aſcenſiones inueniuntur non alio modo, quàm partium, quæ ſunt ab Arietis principio, vſq; ad primam partem Cancri, niſi quod illis ſemper 180 gradus adijciantur. Cum autem multiplex ſit harum aſcenſionum in Aſtronomia ſcientia vſus, tabulam earundem, quæ tam ſphæræ rectæ, quàm reliquis omnibus conueniat, ad omnes Eclipticæ partes, quæ ſunt à ſectione verna vſq; ad finem 30 gradus Virginis ſubſcribemus.

	♎		♏		♐		♑		♌		♓	
	♈		♉		♊		♋		♒		♍	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	0	55	28	50	58	50	91	6	123	15	153	4
2	1	50	29	48	59	53	92	11	124	17	154	1
3	2	45	30	46	60	56	93	17	125	19	154	58
4	3	40	31	44	61	59	94	22	126	21	155	55
5	4	35	32	42	63	2	95	28	127	23	156	52
6	5	30	33	40	64	5	96	31	128	24	157	48
7	6	25	34	38	65	9	97	38	129	26	158	45
8	7	20	35	36	66	13	98	43	130	27	159	41
9	8	16	36	35	67	17	99	48	131	29	160	37
10	9	11	37	34	68	21	100	53	132	29	161	33
11	10	6	38	33	69	25	101	58	133	29	162	29
12	11	1	39	32	70	29	103	3	134	30	163	25
13	11	57	40	31	71	33	104	8	135	30	164	21
14	12	52	41	30	72	37	105	13	136	30	165	17
15	13	47	42	30	73	42	106	18	137	30	166	12
16	14	43	43	30	74	47	107	22	138	29	167	8
17	15	39	44	30	75	52	108	27	139	29	168	3
18	16	35	45	30	76	57	109	31	140	28	168	59
19	17	31	46	31	78	2	109	35	141	27	169	54
20	18	27	47	31	79	7	111	39	142	26	170	49
21	19	23	48	32	80	12	112	43	143	25	171	44
22	20	19	49	33	81	17	113	47	144	24	172	40
23	21	15	50	4	82	22	114	51	145	22	173	35
24	22	12	51	36	83	27	115	55	146	20	174	30
25	23	9	52	37	84	33	116	58	147	18	175	25
26	24	5	53	39	85	38	118	1	148	16	176	20
27	25	2	54	41	86	43	119	4	149	14	177	15
28	25	59	55	43	87	49	120	7	150	12	178	10
29	26	56	56	45	88	54	121	10	151	10	179	5
30	27	53	57	47	90	0	122	13	152	7	180	0

PROPOSITIO XXXVII.

Cuilibet aſcenſionis rectæ circumferentiæ conuenientem Eclipticæ arcum reſtituere.

HAec propoſitio præcedentem conuertit, ita vt qui eam intellexerit, hanc etiam facilius aſſequatur. Ratio tamen ſupputationis hîc alia inuenitur. Aut enim vna cum rectæ aſcenſionis arcu eiuſdem declinatio cognoſcitur, aut ſolius aſcenſionis περιφέρεια proponitur. Si declinationis ſegmẽtum etiam detur, multiplicet ipſius ſinum per maximum ſinum, & quod productum fuerit, in ſinum maximæ Solis declinationis partiaris. Hinc tibi ſinus Eclipticæ partis prodibit, quæ cum ſegmento aſcenſionis datæ in rectæ ſphęrę ſitu ſupra Horizontem emergit. Exemplum antecedens repetamus. Arcus aſcenſionis rectæ ſit 48 partium, 33 ſcrupulorum, cuius declinatio 18 partium, 3 ſcrupul. detur, & ſinus rectus 30984, hic multiplicatus per ſinum totum conſtituit 3098400000, qui diſtributus in ſinum maximæ Solis declinationis 39874 producit 77704 ſinum 51 partium. Hæ numeratæ ab interſectione verna finiuntur in 21 Tauri gradu. Quòd ſi detur ſola rectæ aſcenſionis circumferentia ſine declinatione, ſinum illius complementi, ſi Quadrante minor fuerit, per maximæ declinationis ſinum multiplices, & productum in ſinum maximum diuidas, cuius arcus è nonaginta ſubductus, relinquet alium, cuius ſinus, modò aſcenſionis rectæ ſinu minor extiterit, per maximum multiplicatus, in ſinum maiorem diuidatur: ſin autem ſinus ille aſcenſionis datę ſinu maior fuerit, operationem conuertas. Hinc exorietur tibi ſinus Eclipticæ partis aſcenſioni propoſitæ reſpondentis. Exemplum præcedens iterum aſſumamus. Complementum aſcenſionis datæ eſt 41 grad. 27 minut. cuius ſinus rectus 66196 per ſinum maximæ declinationis 29874 multiplicatus, producit 2639499304, hic diuiſus in 100000 profert 36394 cum fragmentis
$\frac{99304}{100000}$ & hic ſinus eſt 15 partium, 18 ſcrupulorum, & complementum 74 graduum, 42 min. & ſinus rectus 96455. Et quia hoc minor eſt ſinus aſcenſionis propoſitę, multiplices 74953 in 100000, hinc exoriũtur 7495300000, quę diuiſę in 96455, producunt 77707, quarum partium circumferentia eſt 51 graduum, hinc ſubtractis 30 gradibus dodecatemorij Arietis, relinquitur 21 pars Tauri. Quotieſcunq; verò arcus Aequatoris maior extiterit 90 partibus, attamen 180 minor, ſubductus ex ſemicirculo relinquet complementum, cuius Eclipticę arcum ſimili modo ſupputatum, ſi ex circuli Zodiaci ſemiſſe abſtuleris, ſegmentum Eclipticę huic aſcenſioni reſpondens apparebit. Sed ſi aſcenſionis arcus mediam circuli partem exceſſerit, hinc erunt ſubtrahendę 180 partes, & cum reſiduo eadem via procedes, quam anteà oſtendimus, ac inuento Zodaici ſegmento 180 adijcies.

PROPOSITIO XXXVIII.

Segmentum aſcenſionis obliquæ propoſitæ Zodiaci parti conueniens ad quamlibet Poli altitudinem ſupputare.

EXpedita nunc aſcenſionum rectarum tractatione, quę facilior exiſtit, ſequitur vt rationem ſingularum Eclipticę partium aſcenſiones obliquas inueniendi proponamus. Vt autem ſtudioſi intelligant quidnã artifices aſcenſionem obliquam vocent, ſcire licet, quemadmodum in rectæ ſphæræ ſitu arcum Aequatoris cum certa Eclipticę parte aſcendentem rectam aſcenſionem appellant, ita circumferẽtiam eiuſdem Aequatoris, cum aliqua Eclipticæ

parte

parte in obliquo sphæræ situ supra Horizontem emergentem obliquam vocant. Contingit autem in omnibus sphæris obliquis, semper minores Aequatoris portiones cum punctis Eclipticæ Borealibus supra Finitorem ascendere, & quanto maior obliquitas fuerit, tanto etiam pro ratione ascensionis ipsas decrescere, ita vt in diuersis locis, quæ obliquam sphæram sortiuntur, eædem Eclipticæ partes cum ijsdem Aequatoris arcubus non ascendant. Contrarium Austrinis partibus habita ratione altitudinis arctici Poli euenire necessarium est. Sed in omnibus locis, quæ vtrumque mundi Polum in Horizonte habent ijsdem Eclipticæ partibus omnino æquales ascensionum circumferentiæ manent. Quibus verò supra Finitorem antarcticus Polus eleuatur, illis versa vice signa Eclipticæ Septentrionalia maiores ascensionum arcus sortiuntur, & Austrina vicissim minores, quæ omnia vel vnico intuitu in sphęra solida perspicere licet. Inter omnes propositiones nulla facilior existit, qua obliquæ ascensionis inuentio cognoscitur, si modò ascensionalis differentiæ, & ascensionis rectę cognitio, quam suprà explicuimus, antegressa sit. Vt ad institutum veniamus, si punctum Eclipticæ, cuius ascensio obliqua inuestigatur, ab Aequatore in Septentrionem declinauerit, differentiam ipsius, vt vocant, ascensionalem, per quam longitudo dierum supputatur, ab eiusdem ascensione recta auferes: sed si idem punctum in Austrinam partem deflexerit, differentiam ascensioni rectę adijcies, ita vtriusque obliqua ascēsio cognita prodibit. Sit huius rei exemplum tale. In regione supra quam Polus arcticus eleuatur 48 partibus, 40 scrupulis, inuestigandus sit arcus ascensionis obliquę 26 partis Geminorum, cuius ascensio recta inuenitur 85 part. 38 scrupul. & eiusdem ascensionalis differentia 29 part. 30 scrupul. quibus subtractis ab illis, relinquitur obliquę ascensionis circumferentia 56 part. 8 scrupulorum. Cæterùm adiectis 29 grad. 30 scrupul. gradibus 85 minut. 38 vnà cum semicirculo, prodibit ascensio obliqua puncti ex diametro oppositi, scilicet 26 Sagittarij 295 partium 8 scrupul. Eodem modo sequentes tabulę, quę omnium Eclipticę graduum ascensiones obliquas complectuntur, ad eleuationem Poli 48 part. 40 scrupul. constructæ sunt.

	♈		♉		♊		♋		♌		♍		*Signa Septentrionalia.*
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	
1	0	28	15	5	33	51	61	29	98	48	140	7	
2	0	56	15	36	34	37	62	37	100	10	141	30	
3	1	23	16	9	35	22	63	44	101	32	142	53	
4	1	50	16	40	36	8	64	52	102	54	144	16	
5	2	19	17	13	36	54	65	59	104	15	145	39	
6	2	47	17	47	37	44	67	10	105	37	147	1	
7	3	15	18	20	38	32	68	20	106	59	148	24	
8	3	44	18	55	39	22	69	31	108	21	149	47	
9	4	12	19	28	40	10	70	41	109	43	151	10	
10	4	40	20	2	41	0	71	51	111	5	152	32	
11	5	9	20	37	41	52	73	4	112	27	153	55	
12	5	37	21	14	42	45	74	18	113	50	155	18	
13	6	6	21	49	43	38	75	30	115	12	156	39	
14	6	34	22	26	44	31	76	44	116	35	158	2	
15	7	3	23	1	45	23	77	57	117	57	159	25	
16	7	32	23	39	46	20	79	13	119	20	160	48	
17	8	1	24	16	47	16	80	30	120	43	162	10	
18	8	30	24	54	48	12	81	45	122	6	163	33	
19	8	59	25	31	49	8	83	2	123	29	164	55	
20	9	28	26	9	50	5	84	18	124	52	166	18	
21	9	58	26	49	51	5	85	36	126	16	167	40	
22	10	27	27	29	52	5	86	54	127	39	169	2	
23	10	58	28	11	53	6	88	12	129	2	170	25	
24	11	27	28	51	54	6	89	30	130	25	171	47	
25	11	57	29	31	55	5	90	48	131	49	173	9	
26	12	28	30	14	56	8	92	8	133	12	174	30	
27	12	59	30	56	57	12	93	28	134	35	175	53	
28	13	30	31	40	58	15	94	47	135	58	177	16	
29	14	1	32	22	59	19	96	7	137	21	178	38	
30	14	32	33	5	60	22	97	27	138	44	180	0	

♎

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	181	22	222	39	263	53	300	41	327	38	345	59
2	182	44	224	2	265	13	301	45	328	20	346	30
3	184	7	225	25	266	32	302	48	329	4	347	2
4	185	30	226	48	267	52	303	52	329	46	347	32
5	186	51	228	11	269	12	304	55	330	29	348	3
6	188	13	229	35	270	30	305	54	331	9	348	33
7	189	35	230	58	271	48	306	54	331	49	349	2
8	190	58	232	21	273	6	307	55	332	31	349	33
9	192	20	233	44	274	24	308	55	333	11	350	2
10	193	42	235	8	275	42	309	55	333	51	350	32
11	195	5	236	31	276	58	310	52	334	29	351	1
12	196	27	237	54	278	15	311	48	335	6	351	30
13	197	50	239	17	279	30	312	44	335	44	351	59
14	199	12	240	40	280	47	313	40	336	21	352	28
15	200	35	242	3	282	3	314	37	336	59	352	57
16	201	58	243	25	283	16	315	29	337	34	353	26
17	203	21	244	48	284	30	316	22	338	11	353	54
18	204	42	246	10	285	42	317	15	338	46	354	23
19	206	5	247	33	286	56	318	8	339	23	354	51
20	207	28	248	55	288	9	319	0	339	58	355	20
21	208	40	250	17	289	19	319	50	340	32	355	48
22	210	13	251	39	290	29	320	38	341	5	356	16
23	211	36	253	1	291	40	321	28	341	40	356	45
24	212	59	254	23	292	50	322	16	342	13	357	13
25	214	21	255	45	294	1	323	6	342	47	357	41
26	215	44	257	6	295	8	323	52	343	20	358	10
27	217	7	258	28	296	16	324	38	343	51	358	37
28	218	30	259	50	297	23	325	23	344	24	359	4
29	219	53	261	12	398	31	326	9	344	55	359	32
30	221	16	262	33	299	38	326	55	345	28	360	0

Ex ijfdem tabulis etiam defcenfiones facillimè inueniuntur. Nam fi arcus Eclipticæ à verna fectione initium fumpferit, ex oppofitæ partis afcenfione femifsis circuli fubductus, defcenfionis fegmentum relinquet. Eundem etiam fcopum attinges, fi eiufdem arcus afcenfionalem differentiam rectæ afcenfioni adieceris, aut ab eadem fubtraxeris pro ratione Poli fupra Finitorem loci eleuati. Sit verbi gratia 30 partis Arietis defcenfio inuenienda, affumes 30 partis Libræ afcenfionem, quæ eft 221 graduum, 16 minut. hinc ablatus femicirculus relinquit 41 partes & 16 fcrupulos.

PROPOSITIO XXXIX.

Cum quota Eclipticæ parte cognita obliquæ afcenfionis circumferentia Finitorem loci, cuius Poli eleuatio conftiterit, attingat.

Qvamuis ex obliquę afcēfionis tabulis facillimè partes Eclipticę videantur, cum quibus fingulæ Aequatoris circumferentię fupra Horizōtem afcendant, tamen vt peritioribus etiam fatisfaciamus, qui fubtiliores inquirūt rationes, quomodo per numeros eædem inueniantur, expediemus. Laboriofifsimam huius propofitionis tractationē nō tamē iniucundam Appianus erudité explicat. Facilius quidem hoc operis abfolues, fi oblatæ afcēfionis circumferentiæ à proxima interfectione Eclipticę & Aequatoris initiū numraueris. Quoties igitur obliqua offertur afcēfio nō fecus ac fi recta effet, ex antegrefsis

propositionibus arcum Eclipticæ, qui cum in recta sphæra conscendit, inquiras. Huius inuenti arcus declinationem ab Aequatore supputabis. Dehinc illius Aequatoris circumferentiæ, quam tibi velut ascensionem rectam proposuisti, sinum rectum ducas in totum, & productum per sinum Eclipticæ arcus simul ascendentis diuidas, & Quotientis arcum ex semicirculo tollas, modò arcus Eclipticæ finiatur in semicirculo ascendente, hoc est inter principium Capricorni & oppositum punctum Cancri secundum signorum ordinem, sed si finis arcus Eclipticę inter principium Cancri & Capricorni fuerit, arcũ Quotientis conseruabis. Quod autem ex altero huius supputationis modo fuerit oblatum, dicetur inuentum primum. Deinde multiplices sinum altitudinis Poli per sinum declinationis arcus Eclipticæ propositi, & productum in sinũ totum partiaris, arcus Quotientis (vt loquũtur) erit inuentum secundum. Ad hæc proponas tibi sinum complementi huius inuenti secundi, & sinum complementi altitudinis Poli, quorum minorem in maximum sinum multiplicatũ in maiorem distribuas, arcus Quotientis erit inuentum tertium. Hoc ipsum si subtrahas ab inuento primo, & sinum residui ducas in sinum complementi secundi inuenti, atq; diuidas in totum, deinde Quotiẽtis arcum subtrahas à 90, sinum quoq; residui tibi proponas, cum sinu inuenti secundi, minorem ex ijs in sinum totum ducas & productum in maiorem diuidas, tandem Quotientis arcus quæstioni satisfaciet, si ipsum adieceris arcui Eclipticæ, qui propositæ ascensioni in recta sphęra respondet, quando finis huius arcus Eclipticæ inter principia Cancri & Capricorni fuerat, aut subtraxeris eidem, quando arcus ille inter principium Cancri & Capricorni secundum ordinem signorum fuerit. Vt autem pleniùs res, quæ satis obscura videtur, intelligi poßit, exemplum ipsius diligenter animaduertas. Proponitur arcus Aequatoris ab Arietis principio numeratus 35 partium, 32 scrup. ad eleuationem Poli 48 grad. qui cum Eclipticę arcum ascendentem inuenire debeas. Primò inquiritur segmentum Eclipticę cum hoc Aequatoris in recta sphæra ascendens hoc modo. Ducitur sinus complementi, quod est 54 grad. 28 minut. datę ascensionis scilicet 81377 in sinum maximæ Solis declinationis 39874, & productum per totum diuiditur, hinc consurget sinus 32448. cuius arcus 18 grad. 56 minut. & complementum 71 grad. 4 minut. Si huius sinus, vnà cum sinu ascensionis rectę scilicet 58117 proponatur, & minor in totum ducatur, & productum in maiorem diuidatur, proueniet 61441, cuius arcus 37 grad 55 minut. qui est arcus Eclipticę à principio Arietis respondens arcui Aequatoris, qui cum in recta sphęra ascendit. Vlterius inquiritur huius Eclipticę arcus ab Aequatore declinatio, & quia est 37 grad. 55 minut. attingit 7 gradum & 55 min. Tauri, cuius declinatio ita supputatur. Multiplicatur sinus 37 gra. 55 minut. in sinum maximę Solis declinationis, scilicet 39874, & productum in sinum totum distribuetur, hinc prodit 24499, cuius arcus 14 grad. 11 minut. declinatio videlicet propositi Eclipticę puncti. Insuper sinus arcus ascensionis rectę Aequatoris 58117 in totum multiplicatus per sinũ arcus Eclipticæ, illi in recta ascensione respondentis diuiditur, & exoriuntur partes 94589, quarum arcus 71 grad. 4 minut. Et quia hic finitur in media parte Eclipticę ascendente, subducuntur 71 grad. 4 min. ex semicirculo, ac supersunt grad. 108, minut. 56. Atqui hoc est inuentum primum. Deinde sinus altitudinis Poli 48 grad. 74314 in sinu declinationis datę partis Eclipticæ scilicet 14 grad. 11 min. 24499 multiplicatus diuiditur in totum & exoriuntur 18206 partes, quarum arcus 10 gra. 29 min. dicitur inuentum secundum. Insuper sinus complementi altitudinis Poli, quia minor existit, si ducatur in sinum totum & productum in sinũ complementi secundi inuenti 79 grad. 29 minut. 98330 distribuatur, prodibunt

in Quot

in Quotiente 68049, quarum partium arcus 42 grad. 53 minut. appellatur Inuentum tertium. Hoc a primo inuento 180 grad. 56 minut. subtracto, restant 66 grad. 3 minut. quorum sinus 91390 cum ducitur in sinum complementi secundi inuenti 79 grad. 31 minut. 98330, & productum in sinum totum diuiditur, prodeunt in Quotiente 89864, quarum partium arcus 63 grad. 59 minut. è 90 subtractus, restituit 26 grad. & 1 minut. Tandem proposito sinu 26 grad. 1 minut. scilicet 43863 & sinu inuenti secundi 18206 hic minor in totum multiplicatus per 43863 distribuitur. Hinc prodeunt in Quotiente 41506, cuius arcus grad. 24, 31 minut. si iuxta modum operandi præscriptum arcui Eclipticæ 37 graduum 55 minut. adijciatur, cum sit in semisse ascendentis Eclipticæ, prouenient 62 grad. 26 minut. Eclipticæ, qui cum arcu ascensionis 35 grad. 32 min. sub eleuatione Poli 48 grad. supra Horizōtem ascendunt. Incidunt autem 62 grad. & 26 minut. in secundam partem Geminorum & 26 minut. Nec silentio hic prætereundum est, in reliquis tribus quartis à Cancro ad Libram, à Libra ad Capricornum, & à Capricorno ad Arietem, interdum alios operandi modos euenire, quos per se facilè quiuis intelliget, qui hanc rationem benè fuerit assecutus.

PROPOSITIO XL.

Quæ'nam Eclipticæ pars constituto temporis minuto Meridianum circulum attingat, supputare.

IN huius quæstionis solutione, necesse est, vt æqualium horarum tempus, quo Sol à Meridie distiterit, assumas. Hoc in partes & scrupulos Aequatoris conuersum, si ante Meridiem Solem inueneris, ab ascensione ipsius recta tolles, sin à Meridie discedentem conspexeris, ascensioni adijcies, atq; hinc recta medij cæli ascensio cognoscitur. Et si deinceps gradum Eclipticæ, qui cum Meridianum tangat, cognoscere velis, repetenda fuerit operatio 37 propositionis, sicut in exemplo patefiet. Quidam natus est anno 1540, die 11 Iulij horis 15, minut. 30 à Meridie, Sol eo tempore sub horoscopo constitutus 28 part. 45 minut. Cancri occupabat, cuius ascensionem rectam ex tabula 120 partium, 56 scrupul. inueni, & 15 horis cum 30 scrupulis, respondent 232 part. 30 scrupul. hę coniunctæ faciunt 353 part. 26 minut. Hinc ascensionis arcui quærendus est Eclipticæ gradus, qui cum in recta sphæra ascendat, & cum semissem circuli excedat, subtractus ex toto restituit 6 partes 34 scrup. complementum huius 83 part. 26 scrup. cuius sinus 99343, sinus maximæ Solis declinationis 39874. hic per illum multiplicatus constituit 3961202782, qui diuisus in totū 100000, constituit 39612 & arcus huic respondens 23 grad. 20 minut. est, cuius complementum 66 partium, 40 scrupul. & sinus 91821. Multiplico tandem 11435 in totum, & productum in 91821 partior: huic nascuntur 12453, quarum partium arcus 7 grad. 9 minut. His ex semicirculo sublatis, restant 172 grad. & 51 min. quibus semicirculo coniunctis, prodeunt 352 grad. 51 minut. atq; hi diuisi per 30 conficiunt 11 dodecatemoria, siue signa, 22 partium 51 scrupul. Erat igitur 22 Piscium pars & 51 minut. in medio cæli tempore huius γενέσεως.

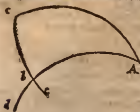
PROPOSITIO XLI.

Quantitates angulorum quos Ecliptica cum Meridiano singulis momentis constituit, inuenire.

SCire licet hoc loco ex cognitione vnius angulorū, ad quos Ecliptica quouis tempore Meridianum intersecat, reliquos etiam tres facillimè inueniri. Noueris etiam in primo Zodiaci Quadrante, qui est à principio Arietis ad

finem Geminorum, inueniri angulum Septentrionalem Orientalem, in secundo à primo Cancri puncto, vsque in finem Virginis angulum dici Orientalem Austrinum, in tertio ab initio Libræ ad primum Capricorni punctum dici Meridionalem Orientalem, & vltimo asignari Septentrionalem Orientalem. Huius quæstionis praxis instituitur in hunc modum. Constituto Eclipticæ Quadrante, in quo punctum, cuius angulum inquiris, consistit, quære gradum Aequatoris, qui cum in recta sphæra Horizontem contingit, & distantia puncti à proxima Aequatoris intersectione notata, huius complementi sinum per maximæ declinationis sinum multiplices, & productum in totum distribuas. Hinc arcus egredietur, qui ex 90 sublatus, angulum quæsitum restituat. Inquiratur, verbi gratia, quantum constituat angulum cum Meridiano 2 pars Geminorum & 26 scrupul. Circumferentia rectæ ascensionis huius partis est 60 grad. 21 minut. cuius complementi 29 partium, 39 minutor. sinus rectus 49470 in sinum maximæ declinationis 39874 ductus in sinum totum diuiditur. Hinc sinus exurgit 19726, cuius arcus 11 grad. 37 scrupul. ex Quadrante subductus restituit 78 grad. 37 minut. anguli, scilicet Borealis Orientalis, & hic subtractus ex semicirculo relinquit alterum ipsius lateri adhærentem 101 grad. 23 scrupul. Eundem etiam angulum faciliori negocio licet inuenire, nimirum si distantiæ puncti Eclipticę à proxima intersectione, & eiusdem ascensionis rectæ sinus inter contuleris, & minorem ex his in totum multiplicatum per maiorem diuidas. Hinc enim sinus egrediens circumferentiam anguli quæsiti patefaciet, in primo quidem Quadrante Borealem Orientalem, in secundo Orientalem Meridionalem, in tertio etiam Orientalem Meridionalem, in quarto iterum Orientalem Borealem. Idem hic exemplum retineamus. Distantia propositæ partis Eclipticæ à proxima, scilicet Arietis & Aequatoris intersectione grad 62 minut. 26 numeratur, cuius sinus 88647, ascensio recta est 60 grad. 51 minut. cuius sinus 86906, quia altero minor est, in totum multiplicatus, per maiorem diuiditur. hinc prouenit sinus 98036, cuius arcus 78 grad. 37 minut. eandem anguli quantitatem superius inuentam ostendens. Si demonstrationes harum propositionum, & aliquot sequentium Lector studiosus requirat, diligenter libros Regiomontani de Triangulis sphæricis, præcipue quartum euoluat. Nobis hic non est propositum singula ad viuum resecare, quin potius aliquid studiosorum industriæ relinquendum existimamus.

Vt tamen aliquem huius rei gustum percipiant Lectores, quomodo proxima propositio ex sphæricis Triangulis Regiomontani sit extructa videamus. In contextu ad inuentionem anguli Eclipticæ & Meridiani assumuntur tantùm sinus duarum circumferentiarum, nimirum ascensionis rectę & distantię 2 Geminorum partes, & 26 scrupul. ab intersectione verna, cui proxima existit. Iam constat Aequatorem ad rectos angulos Meridianum dissecare. Quare tria maximorum circulorum segmenta, scilicet 2 grad. 26 minut. Geminorum ab Aequinoctij puncto, distantia eiusdem partis ascensio, & declinatio sphęricum trigonon rectangulum constituũt, vt in hac figura manifeste patet. Communis Aequatoris & Zodiaci intersectio fiat in a, punctum sit b 2 graduum, 26 scrupul. Geminorum, cuius ab a distantia est b a, eiusdem ascensio recta c a. & declinatio e b: nẽpe segmẽtum Meridiani inter vtrũq; circulũ interceptũ. Angulus a c b est rectus,



rectus, & hic angulus d b e, cui æqualis est interior a b c, est inueniendus. Propositio 25 libri 4. Triangulorum Regiomontani docet in sphæricis trigonis vnicum habentibus rectum angulum ex cognitione duorum laterum, reliquos angulos & tertium latus inueniri posse. Atq; hic duo latera nempe a c & b a cognita sunt. Quare ex eadem propositione inueniemus angulum c b a hoc modo, vt in explicatione sequitur. Sinum lateris oppositi angulo quæsito per sinum Quadrantis extende, productumq; per sinum lateris rectum subtendentis partiaris, exibit enim sinus anguli quæsiti, cuius arcus tabula sinuum quęsitus anguli propositi quantitatem patefaciet. Vides igitur cur sinus 60 grad. 51 minut. in totum sit multiplicatus, & in sinum lateris a b distributus. Nam a c latus angulo c b a quęsito opponitur, & a b rectum angulum a c b subtendit. Hoc modo quilibet mediocriter ingeniosus, reliquarum primi mobilis propositionum structuram facilè perspiciet. Nobis hic exemplo rem declarasse sufficit.

PROPOSITIO XLII.

Quanta sit distantia Zenit (ut loquuntur) à nonagesimo ab Ascendente gradu.

HVius propositionis vsus ad instituendam aliquot sequentium' aliarum praxin conducit. Quare hic eam breuissimè exponemus. Ex antegressis propositionibus inuento Eclipticæ & Meridiani angulo maiori, qui Oriẽtem spectat, sinum eius in sinum complementi altitudinis Meridianę ductum per totum diuidas, ex quo egredientis sinus arcus propositę quęstioni satisfaciet. Exempli gratia, statuatur in Meridiano 16 grad. & 40 scrup. Arietis, angulus vtriusq; intersectionis inuenitur 67 part. 23 minut. cuius sinus 92309, ducitur in sinum complementi altitudinis Meridianę, scilicet 66174, & productum diuiditur in sinum totum. Hinc exit 61084, cuius arcus 37 partium 39 scrup. distantiam inquisitam patefacit.

PROPOSITIO XLIII.

Quotus Eclipticæ gradus quolibet tempore ubiuis terrarum in Horizonte consistat.

DIligenter etiam hanc primi motus propositionem explicauit Apianus: quò fit, vt nos aliam rationem hic effingere superuacaneum existimemus. Sed qua ratione sit inuenta, qui sphæricos Regiomontani triangulos, sicut etiam paulò antè indicauimus, intellexerit, facilè perspiciet. Nos igitur hic ipsam praxeos rationẽ proponemus. Primò inquiritur nonagesimi ab Ascendente gradus numerati à cęli medio interuallum, hoc modo. Multiplicatur sinus distantiæ partis medium cæli occupantis ab intersectione Zodiaci & Aequatoris, cui proxima astiterit, per sinum maximę Solis declinationis, & qui productus est in sinum maximum distribuitur. Hinc sinus declinationis medij cęli ab Aequatore innotescit. Secundò inuenitur angulus Meridiani & Eclipticę, qui recto minor fuerit, & ad partem Orientis, si propositis maximę declinationis & medij cęli declinationis complementorum sinibus, minor ex his per totum multiplicatus in maiorem diuidatur, arcus Quotientis est quantitas eius anguli. Insuper cum sinus distantię verticis à parte medij cęli ducitur in sinum anguli iam inuenti & productus in totum diuiditur, sinus arcus distantię verticis à nonagesimo ab Ascendente gradu innotescit, qui arcus semper ad rectos angulos sphęricos in circulum maximum ex polis Zodiaci per verticem capitis procedentis cadit. Deinceps inuestigatur quãtum 90 ab Horoscopo gradus à cęli medio distiterit, & propositis sinibus arcus cõplementi

distantiæ verticis à 90 ab Ascendente gradu, & complementi distantiæ verticis à cæli medio, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Hinc tibi sinus egredietur, qui arcum Eclipticæ inter cæli medium & Occidentem Finitoris partem interceptum patefacit. Et si hunc subtraxeris è 90 grad. restabit arcus distantiæ 90 gradus ab Ascendente à supremo cæli. Si deinde partem Eclipticæ Occidenti ex diametro oppositam sumpseris, gradus supra Horizontem ascendens apparebit. Quòd si medij cæli punctum fuerit in semisse Eclipticæ descendentis, adijcies arcum Quotientis cæli medio, & prodibit gradus Ascendentis, cui oppositus in Occidētis Finitoris parte consistit. Si verò Quotientis arcum subduxeris è nonaginta, & residuum ex cæli medij parte, restabit 90, tam ab Oriente quàm Occidente gradus, qui semper est summus Eclipticæ supra Finitorem apparentis. Exemplo res euidentius intelligitur. Constituatur 15 pars 40 scrupul. Arietis in cæli medio. Sinus distantiæ ab intersectione proxima est 28680, quem ducas in sinum maximæ declinationis, & producto in totum diuiso, inuenies 11435, cuius arcus 6 part. 34 scrupul. est cæli medij declinatio. Et cum multiplicatur sinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 in totum, & productus in sinum complementi declinationis cæli medij 99343 diuiditur, consurgit 92312, cuius arcus 67 partium 25 minut. angulum Eclipticæ & Meridiani Orientalem Septentrionalem patefacit. Dehinc multiplices hunc Quotientem per sinum distantiæ verticis à cæli medij puncto, scilicet 66174, & productum in sinum perfectum diuidas. Hinc prodibit 61084 sinus, cuius arcus 37 partium, 39 minut. significat distantiam verticis à 90, qui computatur ab Ascendente gradu. Porrò si duxeris sinum altitudinis cæli medij, qui sinus est complementi distantiæ verticis à cæli medio, in totum, & productum in sinum complementi distantiæ verticis à 90 ab Ascendente gradu diuiseris, inuenies 94691, cuius arcus 71 partium, 15 scrupul. quem si contra ordinem signorum à cæli medio numeraueris, incidet in quintam partem 25 minut. Aquarij, quæ tum in Occidua Finitoris parte consistit. Huic opponitur ex diametro 5 pars 25 min. Leonis in Ascendente numerum constituta. Si hic subtraxeris 71 gradus, 15 minut. ex 90 remanebunt 18 gradus 45 minut. distantiæ 90 ab Ascendente gradus à cæli medio versus Orientem. Et cum adieceris 15 Arietis parti 40 scrupul. 18 grad. 45 minut. incidet finis in 4 partem Tauri, 25 minut. quæ est 90 ab Ascendente.

PROPOSITIO XLIIII.

Dimensio angulorum, quos Eclipticæ partes cum quouis obliquo Horizonte constituunt.

CVm ascendentem Eclipticæ partem inueneris, quærendus est angulus, quem Zodiacus præcisè in gradu Ascendentis cum Meridiano versus Orientem efficit. Hinc quando cognoscere volueris angulum, quem Ecliptica in ipso Ascendentis cum Horizonte puncto constituit, propositis sinibus complementi declinationis huius Eclipticæ partis, & eleuationis Poli supra Finitorem, minorem ex his per totum multiplicatum in sinum maiorem partiaris, arcus hinc exeuntis sinus dicitur angulus communis, maximè si punctum Eclipticæ ascendens, cuius angulum cum Horizonte inquiris, fuerit in aliquo signo descendente. Nam tunc adijcies angulum communem angulo, quem facit idem punctum in cæli medio cum Ecliptica & Meridiano. Hac summa ex semicirculo subducta, restabit angulus, quem prædictum Eclipticę punctum cum Horizonte constituit. Et si proposita Zodiaci pars fuerit ex

semisse

semisse Eclipticæ ascendente, angulum communem ex angulo Meridiani subduces, & restabit angulus Eclipticæ & Horizontis quæsitus. Sit igitur 5 pars 25 minut. Leonis in Ascendente, cuius declinatio est 18 grad. 58 minut. & complementum 71 grad. 2 minut. cuius sinus 94570, sinus complementi maximæ declinationis 91706, hic minor ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in 94570, hinc prodit sinus 96971, cuius arcus 75 grad. 52 minut. ostendit angulum, quem facit 5 pars 25 minut. Leonis cum Meridiano. Pręterea multiplicatur sinus eleuationis poli 48 grad. 74314, cum sit minor in totum, & productum in sinum complementi declinationis puncti propositi 94578 distribuitur. Hinc exit sinus 79581, cuius arcus 51 grad. 48 minut. dicitur angulus communis. Et cum Leo sit in semisse Eclipticæ descendente, nimirum inter principia Cancri & Capricorni, adijcitur angulus communis angulo medij cæli 75 grad. 52 minut. & proueniunt 127 grad. 40 minut. quibus è semicirculo ablatis, supersunt 52 gradus, 20 min. anguli Eclipticæ & Horizontis, quando 5 pars, 25 minut. Leonis in Horizonte constituitur sub altitudine Poli 48 graduum. Hîc etiam diligenter memineris, quando Eclipticæ punctum in Horizonte constitutum fuerit ex semisse Ascendente, scilicet inter principium Capricorni & finem Geminorum, vt est 2 pars 26 scrup. Geminorum, vt inuenias angulum huius partis & Meridiani, qui est 78 grad. 37 minut. & sinum altitudinis Poli 48 graduum, scilicet 74314, vt minorem in sinum totum multiplices, & productum in sinum complementi declinationis Solis 93544 diuidas. hinc exit 79335, cuius arcus 52 grad. 30 minut. anguli communis ab angulo medij cæli subductus, relinquit angulum Horizontis & Eclipticæ Orientis partis 26 grad, 7 minut. Idem etiam angulus facilius potest inueniri, quando medij cæli gradus cognitus fuerit. Nam inuento angulo quem Ecliptica cum Meridiano efficit, sinus huius rectus in sinum distantię verticis à parte medij cæli ducitur, & productus in totum diuiditur. Complementum arcus hinc prodeuntis sinus est angulus Eclipticæ & Horizontis, quicumque etiam in Ascendente gradus constiterit. Sit iterum in cæli medio 15 pars 40 scrupul. Arietis, cuius angulus, quem cum Meridiano constituit, est 67 partium, 23 scrupul. & sinus 92309, qui ducitur in sinum distantię verticis à cæli medio, quę est 41 partium 26 scrup. puta 66174, & diuiditur in sinum maximum. Hinc egreditur sinus 61084, cuius arcus complementum 25 parti 21 min. patefacit quãtitatem anguli, quem Ecliptica, tam ex parte Orientis, quàm Occidentis cum Horizonte facit.

PROPOSITIO XLV.

Quantitates angulorum, quos Eclipticæ partes cum Horizonte in Occidente conficiunt, metiri.

HAec conuersa pręcedentis propositionis dici potest. Nam quod illic ad inquisitionem anguli Horizontis & Eclipticę adijcitur, hîc detrahitur, & vicissim quod hîc aufertur, illic assumitur. Quare tota res exemplo facilius innotescet. Sit igitur constitutum inquirere anguli Eclipticę & Horizõtis quantitatem, cum 5 pars, & 25 scrupul. Leonis in Occidente consistit. Primò inuenietur angulus quem hîc efficit Ecliptica cum Meridiano 75 partium 52 scrupul. Deinde angulus communis inquiritur hoc modo. Sinus altitudinis Poli, 48 partium, est 74314. Et hic cum sit minor multiplicatur in totum, & productus distribuitur in sinum complementi declinationis 5 part. 25 minut. Leonis, scilicet 94570, hinc exurgit sinus 78581, cuius circumferentia 51 part. 48

scrup. constituit angulũ cõmunem ex quo inueniri potest angulus, tam Orientalis, quàm Occidentalis. Cum aũt Leo sit pars Eclipticæ semissis descẽdentis, cõmunem angulum subduces ex angulo Meridiani & Eclipticę, qui cõstat 75 par. 25 scrup. Superest igitur angulus Eclipticæ & Horizõtis Occidentalis 24 part. 4 min. Aliud exemplum sumatur ex semisse Eclipticæ ascendente, nimirũ 2 par. 26 min. Geminorũ. Hæc pars Eclipticæ cum Meridiano constituit angulum 78 part. 37 minut. Deinde ad inquisitionem anguli communis assumitur sinus eleuationis Poli 48 part. nempe 74314, & sinus complementi declinationis propositæ partis 93544: ex his ducitur sinus altitudinis Poli in totum, & productus in alterum sinum distribuitur. Atq; hinc emergit sinus 79442, cuius arcus 52 part. 36 minut. efficit communem angulum. Si hunc adieceris angulo Meridiani & Eclipticæ, inuenies 131 part. 13 scrupu. anguli Eclipticæ & Horizontis occidui, qui Septentrionem spectat, qui sublatus ex 180 partibus, restituit alteri angulo, qui Meridiem spectat, 48 partes 47 scrupulos, Et hunc inueniri oportebat.

PROPOSITIO XLVI.

Quanta singulis temporis momentis, ubicq; terrarum Solis supra Horizontem altitudo sit, exquisita supputatione inuenire.

IN principio operis explicauimus, quomodo per Quadrantem Solis supra Horizontem altitudines metiendæ sint, verum hîc qua ratione quantum singulis momentis supra cuiuslibet loci, cuius tamen eleuatio Poli constiterit, Horizontem eleuetur, certa calculatione inuenire docebimus. Constituta certi diei hora, ac minuto, diligenter ex tabulis vel Ephemeride accuratè supputata, verum Solis motum deprehendas, quo cognito, eiusdem ab orbe medio declinationem inuenias, & hac ex nonaginta partibus subducta, sinum rectum residui per sinum differentiæ ascensionalis multiplices, & productum in maximum diuidas: hinc tibi sinus exibit, qui adiectus sinui complementi declinationis, sinum operationis perfectum constituet. Præterea tempus, quo Sol à Meridiano distiterit, in partes & scrupulos Aequatoris conuersum ex Quadrante circuli tollas. & residui sinum rectum ex toto sinu subducas. Hinc tibi constabit sinus versus temporis propositi, quem duces id sinum complementi declinationis Solis, & productum in maximum distribues. Absoluta deinde operatione exeuntem sinum sinui operationis perfecto adimes, & relictum in sinum complementi altitudinis Poli multiplicabis, & qui collectus fuerit, eum in maximum partieris. Ex hac operatione ad constitutum temporis momentum sinus altitudinis Solis supra Finitorem tibi innotescet. Interim diligenter hîc memineris, hanc quidem operandi rationem absolutam esse, quando Sol in signis Septentrionalibus extiterit, sed cum Austrinam Eclipticæ partem perettrauerit, sinus differentiæ ascensionalis per regulam proportionis conuersus, à sinu complementi declinationis est subtrahendus, ex quo tibi sinus operationis perfectus remanebit. Exemplum huius tractationis ex superiori obseruatione repetamus. Inquisiuimus anteà ex obseruatione altitudinis Solis, quam anno 1559 Coloniæ Agrippinæ fecimus, cum Sol 15 Geminorum partem peragraret, verum illius temporis momentum, quod ex accurata supputatione deprehendimus, constare quatuor horis, o scrupul. 48 secund. quibus Sol à Meridiano distabat. Hinc versa vice inuenire velim, si fortasse non obseruassem, quanta Solis eo momento supra Finitorem Coloniensem fuerit eleuatio. Declinationem 15 Geminorum partis 23

tis 22 grad. 39 minut. 9 secund. constare supputaui, complementum huius est 67 gradus, 20 minut. 51 secund. & sinus rectus 92278. Differentiam ascensionalem inueni 31 part. 1 scrupul. cuius sinus rectus est 51528. Hunc multiplicaui in sinum complementi declinationis 92278, & exurgebant 475490078 4, quem in sinum totum distribui, & inueni 47549, sinus hic si adijcitur sinui complementi declinationis, & prodit 139827. Deinceps tempus quatuor horarum, & 48 secund. in partes Aequatoris transmutatum, efficit arcum sexaginta graduum, 12 scrupul. cuius complementum 29 grad. 48 minut. & sinus 49697, qui sublatus ex sinu maximo relinquit 50303. Hunc multiplicaui in sinum complementi declinationis, & inueni 4641860234, quem partitus sum in maximum, & exiuit 46418, sinus quem subduxi ex sinu operationis perfecto, qui est 139827, & relictus est 93405. Hunc etiam duxi in sinum Poli complementi, scilicet triginta nouem part. qui est 62932, & productus est 5878163460, quem distribui in sinum totum, & egressus est 58781, cuius circumferentia est triginta sex partium exactè. Ita vides, quomodo calculationes obseruationibus & obseruationes calculationibus exquisitè ferè respondeant: nam antea ex obseruatione altitudinis triginta sex partiũ, tempus quatuor horarum, o scrupul. 48 secund. supputaueram. Sunt plures etiam modi, quibus idem negocium non minori facilitate ac certitudine possimus expedire. Nam si inueneris partem Eclipticæ in Orientali Finitoris parte constitutam, & quantum angulum cum Horizonte faciat distantiam motus Solis ab eadem numerabis, cuius sinum rectum in sinum anguli Eclipticæ & Horizontis duces, & productum in sinum totum distribues, circumferentia sinus hinc exeuntis altitudinem Solis quæsitam patefaciet. Memineris hic etiam ijsdem temporibus, quibus Sol à Meridiano distiterit, tam ante quàm post Meridiem easdem eleuationes competere. Nam eadem est altitudo Solis supra Finitorem hora vndecima ante Meridiem, quæ est prima post eandem: item decima, quæ est secunda, eiusdem tamen diei. Tertius modus est, vt cognitis altitudinis poli complemento, & declinatione Solis, & quanto tempore Sol à Meridiano distiterit, primum ducas sinum complementi Solis declinationis in sinum distantiæ à Meridiano. & productum in sinum totum partiaris, sinus Quotientis indicat arcum distantiæ Solis ab ortu Aequatoris: hunc sinum conferas cum sinu declinationis, minorem multiplices per totum, & eum qui producitur in sinum maiorem diuidas. Quòd si Sol Eclipticæ partem Septentrionalem occupauerit, arcum hinc inuenti sinus complemento altitudinis Poli adijcies, sed si partem Zodiaci Austrinam Sol peragrauerit, inde subduces. Quicquid ex hac additione vel subtractione prouenerit, dicetur angulus operationis. si hic Quadrans circuli fuerit, altitudinem Solis quæsitam habebis, at si angulus hic maior nonaginta gradibus fuerit, subductus ex semicirculo verum operationis angulum relinquit, sinum deinde huius anguli ducas in sinum Quotientis primi, & productũ in sinum totum distribuas, arcus hinc exeũtis sinus quæsitam Solis altitudinem patefaciet. Quartus modus est, vt constituta cæli medij ab ortu vel occasu, cui propius fuerit, distantia, eiusdem etiam supra Finitorem altitudinem consideres, & minorem ex his per totum sinum multiplicatum in maiorem partiaris, & prodeuntem in sinum distantiæ Solis ab Ascendente multiplices, ac productũ in totum diuidas. Quotientis arcus optatã ostendet altitudinem. Quòd si principiũ Cancri vel Capricorni medium cæli occupauerit, considerabis sinus altitudinis meridianę & distantiæ Solis ab Oriente vel Occidente. ex his minorẽ multiplicabis in totum

& productum in maiorem diuides. Sinus hinc egredientis arcus etiam altitudinem Solis inquisitam producet. Noueris autem quod arcus primi Quotientis metiatur angulum, quem Horizon eodem momento cum Ecliptica constituit. Quintus modus est talis: Sol hic omnibus conspicuus, aut distat à Meridiano præcisè 90 partibus, atqui tum semper est hora sexta, aut pluribus his, vt si ante sextam, quartam, vel quintam, scire velis altitudinem, aut denique paucioribus ab eodem distat, vt semper contingit post horam sextam. Eandem intelligas rationem temporis pomeridiani. Si igitur altitudinem horæ sextę pręcisè inquisiueris, ducas sinum eleuationis Poli in sinum declinationis Solis, & productum diuidas in sinum totum, hinc altitudinis inquisitę sinus innotescet. Porrò si distantia Solis à Meridiano Quadrante circuli minor fuerit, multiplices sinum illius in sinum complementi altitudinis poli, & productum in sinum totum partiaris, arcus Quotientis ex circuli Quadrante sublatus, restituit arcum primum. Præterea huius arcus primi sinum rectum conferas cum sinu eleuationis Poli: minorem ex his in totum multiplicatum in maiorem distribuas, & exibit sinus arcus, cuius complemento adiecta Solis declinatio, si in parte Septentrionis fuerit, aut ab eodem subducta, si in Austrum Sol deflexerit, quando minorem circuli Quadrante arcum produxerit, ostendet arcum secundum, sed cum 90 partes excesserit, subtrahetur ex 180, & residuus arcus dicetur secundus. Tandem sinum arcus primi multiplices in sinum arcus secundi, & productum in totum diuidas, hinc arcus Quotientis petitam altitudinem patefaciet. Iterum si ad datum tempus distantia Solis à cæli medio nonaginta partes superauerit, subduces eam ex semicirculo, & residui sinum in sinum complementi altitudinis Poli multiplices, & productum in totum diuidas arcus Quotientis è nonaginta subtractus, reddet arcum primum. Huius primi arcus sinum, cum sinu eleuationis Poli conferas, & minorem ex his in totum ducas, & quod exortum est, in maiorem diuidas: ex Quotientis arcu declinationis complementum sustollas, & remanebit arcus secundus. Postremò si duxeris arcus primi sinum in sinum arcus secundi, & productum in totum partitus fueris, ex Quotientis arcu veram altitudinem obtinebis. Interdum contingit, vt arcus secundus sit exactè nonaginta partium, & tum veram altitudinem habes, nec vlteriori opus est inquisitionę. Nec silentio prætereundum est, quando Sol principium Arietis aut Libræ occupauerit, vt multiplices sinum complementi distantiæ Solis à Meridie, in sinum complementi eleuationis Poli, & productum in sinum totum partiaris, tum Quotientis arcus eleuationem Solis petitam in lucem proferet. Exempla harum rationum industrius Lector sibi ipse fingere potest, ne in hac tractatione prolixiores simus. Obserues hîc etiam, quęcunq; de Sole scripsimus, nimirum arcum diurnum, eleuationem supra Finitorē, & id genus alia, etiam in stellis fixis eundem vsum obtinere.

PROPOSITIO XLVII.

Distantiam cuiuslibet Stellæ à uero Aequatoris ortu uel occasu uersus Austrum, uel Septentrionem, aut à Meridiano ad Orientem uel Occidentem expeditè numerare.

Diximus alibi, quid sit verus Aequatoris ortus & occasus. Iam verò circulus ille magnus à vertice per Aequinoctiorum puncta, quæ sunt in ortu

& occasu

& occasu ductus, dicitur circulus verticalis, à quo plerunq; solet hæc Solis & stellarum distantia numerari, & si idem sic quoq; appelletur cum distantia à Meridiano versus ortum vel occasum supputatur. Præterea verticalis circuli nomen sortitur, quicumq; circulus maior ex vertice cælesti per centrum Solis, aut stellæ quocumq; loco constitutæ ad Horizontem descendit, vt in vestibulo huius operis explicauimus. Hîc autem distantia in Horizonte veri ortus Aequatoris, aut verticalis circuli per hunc ducti à circulo per centrum Solis transeunte appellatur distantia Solis Horizontalis ab ortu. Cum autem numeratur in Horizonte distantia Meridiani à circulo altitudinis siue verticalis, dicitur distantia Solis Horizontalis Austrina versus ortum. Atq; hæc distantia à plerisq; artificibus Arabum idiomate dicitur Azimuth, quam Appianus Latinè vertendam esse dicit, quorsum Germanicè **wo hinaus**. Diligenter autem nobis hanc propositionem explicauit, & vtilem fecit idem Appianus: nos igitur quæ sit eius praxis hîc consideremus. Primùm ad constitutum tempus inquiritur angulus, quem Ecliptica cum Horizonte ab Orientis parte constituit, vnà cum gradu in Ascendente constituto & altitudine Solis supra Horizontem. Dehinc numeratur segmentum Eclipticæ inter Ascendentem & Solis centrum interceptum. Huius segmenti complementum inquiras, & eiusdem sinum rectum, cum sinu complementi altitudinis Solis conferas, & minorem ex his per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus Quotientis producet Finitoris circumferentiam, quæ inter punctum, vbi Ecliptica secat Horizontem, & locum verticalis circuli, qui ex vertice per centrum Solis ductus est, concluditur. Si ergo compereris gradum Ascendentis declinare in Septentrionem eiusdem ortiuam amplitudinem ab inuenta circumferentia subduces, sed si in Austrum deflexerit, amplitudinem Ascendentis inuentæ circumferentiæ adijcies, & hinc voti compos fies. Exemplum huius rei tale proponitur. Sit altitudo Solis supra Horizontem 44 grad. 52 minut. & in Ascendente 5 pars Leonis, 25 minut. distantia centri Solis ab Ascendente 62 grad. 59 minut. Angulus Horizontis & Eclipticæ inuenitur 52 grad. 21 minut. Sinus ergo complementi distantiæ Solis ab Ascendente 45424 ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Solis supra Horizontem, scilicet 70875. Hinc egreditur 64090, cuius arcus 39 gradus, 54 minut. ex Quadrante circuli subductus, restituit 50 gradus 6 minut. arcum nimirum Horizontis inter punctum Eclipticæ ascendentem & circulum Solis verticalem interceptum. Insuper inquiritur arcus amplitudinis 5 partium, 25 minut. Leonis in hunc modum. Ducitur sinus declinationis huius partis 18 gradus, 58 minut. scilicet 32465 in totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Poli 66913, & exoritur in Quotiente 48563, cuius arcus est 29 gradum 4 minut. amplitudinis 5 partis, 25 minut. Leonis sub eleuatione Poli 48 part. Et quia pars Leonis est in semicirculo Eclipticæ Septentrionali, subducenda est amplitudo ipsius à prius inuenta Solis Horizontali distantia, quæ ab interfectione Horizontis & Eclipticæ numerata est, quæ inuenta est grad. 50, minut. 8, & restabunt 21 grad. 4 min. nimirum Azimuth Solis ab ortu Aequinoctiali versus Meridiem. Hæc quidem regula in vniuersum certa est, quando Solis altitudo supra Horizōtem maior est, eiusdem altitudine in circulo verticali, qui per ortum & occasum Aequinoctiorum procedit. Quòd si altitudo Solis ad tēpus propositū minor fuerit, quàm sit altitudo eiusdem in circulo verticali, certū est tunc Solem esse in aliquo signorū Septentrionalium, & tum subtrahes seruatam circumferentiā ex inuēta amplitudine, restabit distantia Solis ab Horizontalis Septentrionalis, hoc est, arcus ab ortu

Aequatoris versus Septentrionem numeratus. Quoties verò gradus Eclipticæ ascendens fuerit Austrina, adijcies amplitudinem ascendentis ad seruatam circumferentiam, & prodibit distantia Solis horizontalis meridionalis, id est quæ ab exortu Aequinoctiali versus Meridiem supputatur. Hinc subijcit etiã aliam rationem eandem distantiam Horizontalem inueniendi, quæ etiam ad omnes stellas fixas & erraticas possit accommodari. Ducitur sinus complementi declinationis Solis in sinum distantiæ illius à Meridiano, s. in Aequatore, semper pro 1 hora 15 grad. numerando, productum diuiditur in sinum totum, & Quotiens seorsim conseruatur. Deinde confertur is cum sinu complementi altitudinis Solis, ex quibus minor ducitur in totum, & productus diuiditur in maiorem, Quotientis arcus ex 90 subtractus, relinquit distantiam Solis Horizontalem quæsitam. Exemplum sequitur huiusmodi. Cum Sol 2 part. 26 minut. Gemin. occuparet, hora 9 ante Meridiem, declinatio eius erat 20 grad. 42 minut. cuius complementum 68 grad. 18 min. & sinus rectus 93544, qui ducitur in sinum distantiæ Solis à Meridiano, quæ est 45 grad. (quòd hora 9 distantia Solis à meridie sit 3 horarum) scilicet 70710, & productus diuiditur in sinum totum, in Quotiente emergit 66145, sinus qui deinceps ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Solis, quam 9 hora obtinebat. hæc erat 44 grad. 52 min. & complementum eius 45 grad 8 minut. & sinus 70876, in Quotiente prodit 93316, cuius arcus 68 grad. 56 minut. Si hunc ex Quadrante subduxeris restabit 21 grad. 4 min. distantia Solis quæsita. Intelligas tamen arcum Horizontis, qui ad tempus propositum à puncto Aequinoctialis & Horizontis vsq; ad circulum verticalem è vertice per centrum Solis ad Horizontem ducitur. Atqui hic modus inquirendæ distantiæ, tam in Sole quàm in planetis & stellis fixis locum habet. Tertius modus quo eandem inquirit, est talis. Sinus complementi distantiæ Solis à puncto intersectionis Horizontis & Aequatoris cum sinu cõplementi altitudinis Solis supra Finitorem cõfertur, ex his minor ducitur in totum & productus diuiditur in maiorem. Arcus hinc prodeuntis sinus è Quadrante circuli subductus, relinquit distantiam Solis Horizontalem ab exortu Aequatoris. Exemplum hoc proponitur: altitudo Solis inuenta est 44 grad. 52 min. cuius complementum 45 grad. 8 minut. huius sinus est 70875. Distantia verò Solis ab ortu Aequatoris in hoc loco est 48 partium, 35 minut. cuius complementum 41 part. 25 minut. Huius sinus rectus 66145, cum sit minor altero ducitur in sinum totum: & si productus diuidatur in maiorem, exurget 93326, cuius arcus 68 part. 56 minut. ex 90 sublatus, relinquit 21 part. 3 minut. Secundus inuestigandi modus declinationis stellarum, quæ sunt in circulo transeunte per tropica puncta Cancri & Capricorni, est talis. Si latitudinem oblata stella Septentrionalem sortiatur in semicirculo per initium Cancri ducto, maximam Solis declinationem, cum segmento latitudinis coniunges. Hinc declinatio inquisita constabit, in eodem semicirculo, si ab Ecliptica in Austrum stellæ deflexerint ad latitudinem inclinationi Aequatoris & Eclipticæ, æqualem nullam omnino declinationem habebit, sed exquisitè locum in Aequatore occupabit. Quòd si Austrina latitudo minor fuerit dicta circulorum inclinatione, illa ex hac sublata, relinquetur declinatio Septentrionalis: sin autem constituta latitudo inclinationem illam excedat, vtriusq; differentia dicetur Austrina stellæ declinatio. Porrò si aliqua stella occupauerit semicirculum per tropicum punctum Capricorni ductum, totius operationis processus conuerso ordine erit instituendus.

PROP

PROPOSITIO XLVIII.

Quantæ stellarum declinationes sint, ex sinuum tabulis colligere.

Stellarum declinationes ab Aequinoctiali circulo, pro ratione partiũ Zodiaci, quas occupant, diuersis modis inuestigantur. Nam alio modo inquiruntur earum declinationes, quæ sunt in aliqua parte circuli per polos Zodiaci & Aequinoctiorum puncta circumducti, alio verò earum, quæ partem circumferentiæ occupant per initia Cancri & Capricorni transeuntis. Quæ verò passim extra hos circulos dispersæ conspiciuntur, adhuc variatam rationẽ sortiuntur. Vt autem à primo modo exordiamur, si stellam aliquam in circulo per initia Arietis & Libræ procedente conspexeris, multiplicabis eiusdem latitudinis sinum in sinum complemẽti maximæ Solis declinationis & productum distribues in maximum sinum. Huius Quotientis arcus oblatæ stellæ declinationem producet. Tertius modus illarum, videlicet stellarum, quæ in locis intermedijs constituuntur, plus negocij requirit. Nam hic primò omnium considerandum, vtrum oblata stella propiùs accedat ad principium Cancri, an Capricorni, idq; secundum successionem signorum, an contra: & inuentæ distantiæ sinum multiplices in sinum maximæ Solis declinationis, & productum diuidas in totum. Hinc sinus exeuntis arcus ex Quadrante circuli sublatus, relinquit circũferentiam primam, cuius complementi sinum vbi contuleris, cum sinu complementi maximæ Solis declinationis, duces minorem ex his in totũ, & productum in maiorem diuides. Sinus Quotientis ex 90 partibus subductus, secundam circumferentiam reddit, quæ appellationem sortietur ab illa Zodiaci parte, in qua stella collocata fuerit, & si constiterit in parte Septentrionis, dicetur secunda circumferentia Septentrionalis. Hanc autem stellæ latitudini adijcies, si vtraq; Septentrionalis fuerit, aut minorem subtrahas à maiori, si latitudo stellæ & altera Zodiaci pars diuersis appellentur nominibus. Quicquid ex huiuscemodi additione coaluerit, aut subtractione reliquum fuerit, argumentum declinationis appellabitur. Sed maioris differentiæ causa, si ex additione confletur, appellationem argumenti, si ex subtractione relinquatur maioris numeri denominationem cõseruabit. Insuper multiplicabis sinum complementi primæ circumferentiæ in sinum declinationis argumẽti, & productum distribues in totum. Quotiẽtis arcus declinationem stellæ inquisitam patefaciet, quæ etiam argumenti nominis cõmunionem suscipiet. Interim hic memineris, vt si nihil in argumento restiterit, declinationem etiam nullam esse noueris. Exempli gratia, quartam stellam Agitatoris, Apianus secundum Alphonsi Regis hypotheses, constituit in longitudine part. 19 minut. 59 Geminorum, & in latitudine Septentrionali 26 part. o minut. Huic longitudini propter motum absidum Planetarum & stellarum fixarum ab eiusdem Alphonsi tempore, vsq; ad annum 1517, adiectæ partes 2 & 37 minut. eandem constituunt in partem 22, minut. 35 Geminorum. Cuius latitudinem fixam & immotam, vnà cum artificibus retinemus. Est igitur huius stellæ secundum obliqui circuli ordinem à primo Cancri puncto distantia 7 part. 25 scrupul. cuius sinũ 12908, si multiplices in sinum maximę Solis declinationis 38974 & productũ in totum partiaris, emergit 5147, cuius circumferentia 2 part. 57 scrup. est prima. Insuper sinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 multiplicetur in totum, & productus numerus diuidatur in sinum complemẽti primæ circumferentiæ 99867. Hinc prodit 91829, cuius arcus scilicet 66 part. 41 minut. complementum est circumferentia secunda & Septentrionalis, propter signi sui declinationem. Præterea hæc circumferentia s. 23 part. 19 scrup. adiecta stellæ latitudini, quę est 20 part. cum eiusdem partis appellationẽ habeant,

profert argumenti declinationis partes 43 ſcrup.19. Supereſt tandem vt multiplices primæ circumferentiæ complementi ſinum, ſcilicet 99867 in ſinum argumenti declinationis, ſcilicet 68603, & productum in totum diſtribuas: ex quo reſultabit ſinus 68512, cuius arcus 43 part.15 minut. inquiſitam declinationem oſtendit. Et cum argumentum ſit Septentrionale, eodem nomine appellabitur & declinatio. Eandem etiam declinationem alia ratione licet inuenire, & aliquorum iudicio cōmodiore forſan. Inſtituitur autem huiuſcemodi operis proceſſus in hunc modum. Conſiderandum eſt primò, vtrum oblata ſtella Zodiaci ſemiſſem poſsideat, & vtri Aequinoctiorum puncto vicinior fuerit, cuius diſtantia è Quadrante circuli ſublata, complemēti ſinum ducas in ſinum complementi ſtellæ latitudinis. Et producto in totū diuiſo in Quotiente prouenier ſinus, cuius arcus complementum erit circumferentia prima. Ad hæc ſinum latitudinis ſtellæ multiplices in totum, & productum diuidas in ſinum primæ circumferentiæ. In Quotiente prodibit ſinus circumferentiæ ſecundæ, quam maximæ Solis declinationi adijcies, ſi nomen latitudinis nō differat ab Eclipticæ ſemiſſe. Ex his conflatur ſumma, quæ dicitur argumentum declinationis. Hoc eius Eclipticæ ſemiſsis, in quo oblata ſtella conſtiterit, appellationem conſequitur. Sed ſi latitudo ſtellæ aliam denominationem habuerit, quam ſemiſsis Eclipticæ. quem occupauerit, ac circumferentia ſecunda minor fuerit, maxima Solis declinatione, illa ab hac eſt ſubducenda, & reſidua pars dicetur argumentum declinationis, quod denominabitur à ſemiſſe Eclipticæ. Sinautem ſecunda circumferentia maximam Solis declinationem exceſſerit, hanc auferas ab illa. Differentia relicta argumētum declinationis erit, quod denominationem latitudinis ſortietur. Tandem multiplices argumenti ſinum in ſinum primę circumferentiæ, & productū in totum diſtribuas. Quotientis arcus declinationis ſegmētum in lucem proferet. Exemplum eiuſdem quartæ Agitatoris ſtellæ, quæ ſupra dextrum ſcoptulum cōſiſtit, hic repetitur. Huius ſtellæ complementum diſtantię ſecundum Eclipticæ ductum à ſectione verna eiuſdem, & Aequatoris, eſt 7 part.25 ſcrup. cuius ſinum ſi duxeris in ſinum complementi latitudinis, qui eſt 93969, & productum diuiſeris in ſinū maximum, prodibit 12129, cuius arcus 6 part.58 ſcrup. complementum 83 par. 2 ſcrup. conſtituit circumferentiam primam. Porrò cum ſinus latitudinis ſtellæ multiplicatur in totum, & productum diſtribuitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, prodit in Quotiente 34456 ſinus, cuius circumferentia 20 part.10 ſcrup. hic dicitur ſecunda. Cum autem ſtella poſsideat ſemiſſem Eclipticæ Septentrionalem, & in eandem partem deflectat latitudo, ex maximę Solis declinationis, & ſecundæ circumferentiæ ſumma conſurgit argumētum declinationis Septentrionale 45 part. 40 ſcrup. Huius argumenti ſinus nimirum 69046 cum ducitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, & productum diuiditur in totum, exoritur 66536, ſinus cuius arcus 43 part.15 minut. oblatę ſtellę declinationem patefacit.

PROPOSITIO XLIX.

Quænam Æquatoris pars, cum oblata ſtella Finitorem rectum aut Meridianum circulum attingat, inuenire.

QVando ex præmiſſa propoſitione ſtellæ declinatio fuerit inuenta, eiuſdem complementi ſinum proponas tibi vnà cum ſinu primę circumferentiæ, quem duces in totum, & productum diſtribues in alterum. Quotientis arcus erit aſcenſionis radix, & ſi fuerit ſtella in primo Zodiaci Quadrante, eius radicis complementum aſcenſionis arcum oſtendet: ſi in ſecundo Quadrāte, qui eſt à principio Cancri ad finem Virginis, eadem ſtella inuenietur, radicem

ipſam,

ipsam adijcies 90 partibus, si fuerit inter principium Libræ & finem Sagittarij, radicis complementum adijcias semicirculo: si fuerit inter principium Capricorni & finem Piscium, radicem ad das 270 circuli partibus, & ascensio recta prodibit. Quartæ Agitatoris stellæ inuenta est declinatio 43 part. 15 scrup. cuius complementum 46 part. 45 scrup. cuius sinus diuisoris locum subibit. Primæ circumferentiæ complementum erat 6 part. 58 scrup. & sinus eius 12129, quem si multiplices in totum & productum distribuas in alterum sinum, inuenies 16652 sinum, cuius circumferentia 9 par. 35 minut. est ascensionis inquisitæ radix, quæ ex 90 circuli partibus sublata, relinquit ascensioni oblatæ stellæ 80 part. 25 scrup. Aequatoris, quæ pars cum ipsa cæli culmen attingit.

PROPOSITIO L.

Cum quota Eclipticæ parte oblata stella cæli culmen conscendat, expedite colligere.

VT inuenias illam Eclipticæ partem, quæ cum oblata stella cæli medium attingit, ex antegressis propositionibus eiusdem ascensionem rectam, & quæ ipsi Eclipticæ pars in recto Horizonte respondeat, inquiras. Id quod hac ratione fiet: multiplices sinum ascensionis rectæ complementi in sinum maximæ declinationis, & productum in totum partiaris. Quotientis arcus complementum seorsim conseruabis, cuius sinus erit diuisor. Dehinc sinum ascensionis rectæ duces in totum, & productum distribues in diuisorem. Ex hoc sinus prodeuntis circumferentia punctum Eclipticæ, qui cum oblata stella in cæli culmine constiterit, producet. Quòd si arcus ascensionis rectæ Quadrantem circuli excesserit, complementum eius in opere substituas, & inuētam circumferentiam contra obliqui circuli ductum à principio Libræ dinumeres. Si integrum semicirculum ascensio excesserit, secundum signorum successionem ab initio Libræ procedas: si eadem maior fuerit 270 partibus inuētam circumferentiam à prima Arietis parte contra signorum ordinem computabis. Quartæ Agitatoris stellæ ascensio recta est inuenta 80 part. 25 scrupul. cuius complementi, scilicet 9 part. 35 scrup. sinus rectus cum ducitur in sinum maximæ declinationis, & productum diuiditur in totum, exurgit sinus 6639, cuius arcus est 3 part. 49 minut. Est igitur huius complementi sinus diuisor 99778. Præterea si multiplicaueris ascensionis rectæ sinum 98604 in totum, & productum in diuisorem distribueris, nascetur in Quotiente 98823 sinus, cuius arcum si ab intersectione verna Eclipticæ & Aequatoris secundum partiū successionem numeraueris, finem in 21 part. 12 scrup. Geminorum deprehendes, quæ cum prędicta stella Meridianum circulum ingreditur.

PROPOSITIO LI.

Quanta sit circumferentia amplitudinis ortiuæ & occiduæ, cuiusuis oblatæ stellæ, dinumerare.

MEmineris hic illis tantùm stellis amplitudinem ortiuam & occiduam competere, quarum declinatio sit minor complemento eleuationis Poli: sicut alibi etiam demonstrauimus. Nam si illa fuerit ęqualis huic, stella tantum leuiter continget Horizontem: sin maior fuerit, stella continuis motibus supra Finitorem loci circumuoluetur. Nullam igitur amplitudinis partem sortiuntur stellæ in illis locis, sub quorum Finitorem nunquam demerguntur. Vt superius tractata Agitatoris stella, cuius declinatio 43 part. 15 scrup. constat. Hanc, constituta Poli altitudine 48 part. 20 scrup. ipsius complementum 41 part. 40 scrup. superat excessu 1 partis 35 scrup. Nunquam igitur huius loci

attingit Horizontem. Constituta igitur stellæ declinatione, quę sit minor Poli complemento, sinum illius multiplices in totum, & productum partiaris in sinum complementi eleuationis Poli, si modò ipsum declinationem excesserit, sin minus operationem conuertas in contrariam partem. Hinc tibi sinus amplitudinis inquisitę prodibit. Vt autem exemplum hîc aliquod habeamus, constituit Apianus Mercurij stellam in 10 grad. 12 minut. Tauri, cuius latitudo fuerit 3 grad. 20 minut. ac declinatio 11 part. 59 scrup. cuius sinus rectus cum multiplicatur in totum & productum distribuitur in sinum complementi altitudinis poli, prodit in Quotiente 31238 sinus, cuius circumferentia 18 par. 12 scrup. quæsitam amplitudinem patefacit, quę tam in parte Occidentis, quàm Orientis Septentrionalis dicitur.

PROPOSITIO LII.

Circumferentiam Æquatoris, quæ metitur tempus reuolutionis oblatæ stellæ ab Oriente in Occidentem metiri.

Quemadmodum anteà de Sole demonstrauimus rationem supputationis diurni temporis: ita nunc in reliquis stellis inuestigabimus temporis quantitatem, quo ab Oriente in Occidentem primi motus raptu in circulis Aequatori parallelis circumferuntur. Primum inuentis oblatæ stellæ amplitudine & declinatione, complementi amplitudinis sinum multiplices in totum, & productum diuidas in sinum complementi declinationis. Et Quotientis circumferentia è Quadrante circuli sublata, remanebit ascensionalis differentia. Si igitur stellæ declinatio fuerit Septentrionalis, differentiam hanc adijcies 90 partibus, sin Meridionalis ex ijsdem subduces. Hinc semissis inquisitæ circumferentię consurget, cuius duplum in horas & scrupulos conuersum, totius circumuolutionis tempus quæsitum produCet. Exempli gratia loci Mercurij, quem in antecedente propositione occupabat, declinatio est 11 part. 59 scrup. & complementum 78 part. 1 scrupul. cuius sinus rectus cum in totum ducitur, & productus numerus in sinum complemẽti amplitudinis distribuitur, exoritur sinus 97114, cuius arcus 76 part. 12 minut. è 90 sublatus, restituit ascensionalem differentiam, quæ est 13 part. 48 minut. Et cum Mercurius in Septentrionem declinet, hæc 90 partibus coniuncta conficit 103 part. 48 scrup. semissis motus, quo in superiori hemisphærio ab Oriente in Meridiem conscendit. Duplum huius est 207 part. 36 scrup. Quare tempus totius motus superioris constat 13 horis, 48 minut.

PROPOSITIO LIII.

Quanta sit obliquæ ascensionis Stellarum circumferentia, inquirere.

Ex antegressa propositione facillimè hæc absoluitur. Nam si in Austrum stella deflexerit, ascensionis ipsius rectæ circumferẽtiæ differentiam ascensionalem adijcies: si in Septentrionem declinauerit, hanc ex illa subduces. Ac ita sine omni negocio propositæ stellæ obliqua ascensio occurret. Cum in superiori exemplo stella Mercurij in Septentrione constituatur, & ascensio eius recta constet 39 part. 37 minutor. Ex hac subtracta ascensionalis differentia, relinquit part. 25, scrup. 49 Aequatoris. Tanta est in hoc situ obliqua Mercurij ascensio. Iam verò cum quota Eclipticæ parte eadem stella in obliquo Horizonte consistat, ex obliquarum ascensionum tabulis facillimè cuiuis innotescit.

PROP

PROPOSITIO LIIII.

Quantæ sint altitudines Stellarum ad certa tempora & loca quæsitæ, ex sinuum tabulis colligere.

IN vestibulo huius operis ostendimus, quomodo ex obseruata alicuius stellæ supra Finitorem loci altitudine, verùm temporis momentum ratiocinemur: hic vice versa qua ratione ex oblato tempore stellarum altitudines inueniantur, explicabimus. Primò sinum distantiæ propositæ temporis, qua stella distiterit à Meridiano, multiplices in sinum declinationis cōplementi, & productum distribuas in sinum maximum. Hinc tibi sinus egredietur, cuius circumferentia dicetur prima, cuius complementi sinum conferes cum sinu declinationis stellæ. Ex his minorem ducas in totum, & productum diuidas in maiorem. Et si hinc prodeuntis sinus arcum eleuationi Poli adieceris, habebis circumferentiam secundam. Tandem multiplices circumferentiæ primæ complementi sinum, in circumferentiæ secundæ complementi sinum, & productū partiaris in totum. Nam hinc tibi sinus altitudinis quæsitę prodibit. Exempli gratia, assumamus spicam Virginis, ex cuius altitudine anteà inquisiuimus certum nocturni temporis momentum, verum hîc ex eiusdem stellę à Meridiano distantia ipsius altitudinem vicissim colligamus. Huius stellæ distantia à Meridiano inuenta nobis erat 37 part. 28 scrupul. cuius sinus est 60829, declinatio verò 8 partium & 16 scrupul. ferè cuius sinus est 14378, cuius complementum est 81 part. 44 scrupul. & sinus 98960. Cum igitur multiplicatur huius complementi sinus in sinum distantiæ à Meridiano, exurgit 6019637840, qui diuisus in totum restituit 60196. Atq; huius circumferentia 37 part. 1 scrupul. est prima, & complementum 52 part. 59 scrupul. cuius sinus 70846. Quare sinum declinationis cum sit minor altero, si ducamus in totum, consurgit 1437800000, qui numerus distributus in sinum complementi primæ circumferentiæ, restituit 18007, cuius arcus est 10 part. 23 scrup. Hinc adijciemus Poli altitudini, quæ constituta nobis erat, 46 part. & prodibit circumferentia secunda 59. part. 23 scrupul. cuius complementum est 30 part. 37 scrupul. & sinus 50929, quem multiplicauimus in sinum complementi circumferentiæ primæ, & prodijt 4066476934. Si hic diuidatur in totum, exurget sinus 40664, cuius arcus ex sinuum tabulis inuenitur 24 partium, qualium totus circulus habet 360. Tāta igitur est ad propositum tempus huius stellæ altitudo, cui etiam obseruatio nostra exquisitè respondet.

PROPOSITIO LV.

Angulum inclinationis planorum Æquatoris & Eclipticæ quolibet anni tempore intra paucos dies ex obseruatione Solis ortus & alicuius stellæ fixæ ad Meridianum accessum, ratiocinare.

ETsi in principio rationem obseruandi angulum inclinationis Zodiaci & Aequatoris iuxta sententiam Ptolemæi descripserimus, visum est tamen hic alium modum à Petro Appiano ingeniosissimè excogitatum, quo intra paucos dies eiusdem anguli quantitatem quouis anni tempore deprehendamus, subnectere. Nam sicut anteà demonstrauimus, obseruationes Ptolemæi tantùm Solstitiorum temporibus accommodari possunt. Neq; hîc ab alijs artificibus, præterquàm solo Appiano exactiores obseruandi rationes inuentas esse constat. Ac sæpenumero contingit, vt annis aliquot Solstitiorum tempora, propter nubilosum aerem non possint deprehendi. Vt igitur ad institutum

veniamus, fixam aliquam stellam obseruabis (etiam neglecta eiusdem longitudinis & latitudinis ratione) Meridianum circulum attingentē, quo tempore in prōptu habebis Clepsydram, aut aliud horologium in eum vsum, vt temporis differentiam inter obseruationem propositæ stellæ & exortum Solis interceptam exquisitè dimetiaris. Deinde per Quadrantem eiusdem Solis ortus amplitudinem obseruabis. Post dies aliquot per eandem stellam temporis differentiæ, exortus Solis, & amplitudinis obseruationes eodem modo quo antè repetas. Neq; dissimilis est obseruandi ratio Sole in Occidente constituto: tantùm hîc memineris, vt quotcunq; dies intercesserint, obseruationes hæ fiant Sole eundem Eclipticæ Quadrantem peragrante. His constitutis, minoris temporis differentiam subduces è maiori, & residuam partem seorsim conseruabis. Insuper his amplitudinibus ex sinuum tabulis, vt anteà ostendimus, & suas declinationes & ascensionales differentias supputabis: & cum vtriusq; temporis differentiam maiori differentiæ ascensionali addideris, ex collecta summa subtrahes differentiam ascensionalem minorem. Tum illa pars, quæ ex subtractione restiterit, erit ascensiō recta inter obseruata Solis loca. Nunc iam ad inuentionem solutionis propositæ quæstionis progredieris in hunc modum. Cum habeantur duorum Solis locorum declinationes, & inter ea comprehensa ascensio recta sinum complementi minoris declinationis multiplicabis in sinum ascensionis rectæ, & productum in maximum diuides, ex quo emergentis sinus erit circumferentia prima. Huius complementi sinum conferes cum sinu declinationis minoris, & minorem ex his duces in totum, & productum distribues in maiorem. Dehinc Quotientis arcum adimas declinationi maiori & residua portio dicetur secunda circumferentia. Iam sequitur, vt sinus complementorum primæ & secundæ circumferentiæ inter se multiplices & productum in totum diuidas, ex quo prodeuntis sinus arcum de quarta circuli parte tollas, & remanebit arcus Eclipticæ inter primam & secundam obseruationem interceptus. Adhæc multiplices primæ circumferentiæ sinum in totum, & productum distribuas in sinum huius arcus Eclipticæ, siue distantiæ locorum Solis, & exorietur sinus circumferentię tertiæ. Huius sinum iterū ducas in sinum complementi maioris Solis declinationis, quæ in altera obseruationum fuerit inuenta & productum in totum partiaris. Superest tandem, vt hinc exurgentis sinus arcum ex quarta circuli parte subducas, & relinquetur arcus maximæ Solis declinationis. Exemplum huius propositionis tale constituit. A temporis momento, in quo stella sub Meridiano fuit obseruata vsq; ad exortum Solis per Clepsydram inuenta sit vna hora & 40 scrup. Post 45 dies per similem eiusdem stellæ obseruationem vsq; ad exortum Solis elapsa sit temporis differentia 3 horarum 30 scrupul. 12 secun. ex qua dum subtrahitur 1 hora cum 40 scrup. remanet 1 hora, 50 scrup. 12 secun. quę differentia in partes Aequatoris conuersa, producit partes 27, 33 scrup. quā differentiā seorsim conserues. In priori Solis ortus obseruatione oblata est eiusdem amplitudo 9 part. 51 scrupul. cuius declinatio inuenitur 6 part. 34 scrupul & ascensionalis differentia 7 part. 22 scrupul. In posteriori obseruatione apparebat amplitudo 31 part. 53 scrup. quare declinatio erit 20 part. 42 scrupul. & ascensionalis differentia 24 part. 49 scrup. quæ cum sit maior altera, adijcitur parti seorsim conseruatæ & consurgunt partes 52, scrup. 22. ex quibus subducitur altera differentia ascensionalis, & supersunt 45 partes tantum. Tanta est rectę ascensionis circumferentia inter duo Eclipticæ puncta, in quibus obseruatus est Sol, intercepta. Iam nunc cōstitutis vtriusq; amplitudinis declinationibus & ascensione recta, multiplicatur sinus complementi minoris declinationis 99343 in sinum ascensionis rectæ, scilicet 45 part. 70710 & productum distribuitur in totum,

totū. Hinc nascitur sinus 70245 cuius circumferētia 44 part. 38 scrup. dicitur prima. Dehinc minoris declinationis sinus ducitur in totum, & productum diuiditur in sinum complementi primæ circumferentiæ, ex quo egreditur sinus 16070, cuius arcus 9 partium 15 minut. subtractus ex maiori declinatione alterius obseruationis, quæ est 20 part. 42 scrup. relinquit secundam circumferentiam 11 part. 27 scrupul. Huius complementum est 78 part. 33 scrup. & sinus rectus 98009, qui multiplicatur in sinum complementi primæ circumferentiæ, qui est 71161 & productum diuiditur in sinum totum, tunc prodit in Quotiente 69744, cuius arcus 44 grad. 13 minut. ademptus quartæ circuli, reddit 45 grad. 47 minut. Tanta est Eclipticæ pars, quæ inter vtriusq; obseruationis puncta concluditur. Iterum ducitur sinus primæ circumferentiæ in totum, & productum diuiditur in sinum inuentæ partis Eclipticæ. hinc exurgit 98012, sinus, cuius circumferentia dicitur tertia. Postremò omnium ducitur hic sinus in sinum maioris declinationis complementi, & productus numerus in totum distribuitur, ex quo nascitur sinus 91696, cuius circumferentia 66 part. 30 scrup. ex Quadrante circuli surrepta, restituit 23 part. 30 scrup. Atq; tantus est prædictus angulus inclinationis Aequatoris & Zodiaci tam laboriosè inquisitus. Cæterùm hic noueris exemplum hoc docendi causa duntaxat præscriptū esse, vt studiosi intelligerent huius inuentionis rationem, & ipsi per accuratas obseruationes diligentius rei veritatem explorarent. Nam quę hic sunt assumptę hypotheses proximè ad obseruationes accedunt: non tamen omnino exquisitè. Hactenus primi motus problemata maximè necessaria & vtilia breuiter quidem pro ratione nostri instituti explicauimus, quorum fundamenta maximè in sphęricis triangulis consistunt, quę si rectè intellexerint discentes, facilè ipsi suo Marte plura excogitare, & vlterius sine cortice (vt aiunt) natare poterunt.

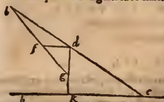
SECTIO TERTIA, DE RATIONIBVS GNOMONVM AC VMBRARUM ac fundamento Sciotericorum instrumentorum.

PROPOSITIO LVI.

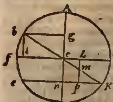


POSTQVAM in antegressis propositionibus explicatæ sunt rationes obseruandi ea, quę ab artificibus vocantur τὰ φαινόμενα, ac vice versa expositi canonis primi motus, quibus cōgruentem ad certa tempora ipsis apparentijs calculum instituimus: non abs re fuerit, si de rationibus vmbrarum, ac earum magnitudinum demōstrationibus, pro diuersa Solis aut Lunę supra Finitorem eleuatione tractationem hic instituamus. Ex his non tantùm intelligent amātes veritatis, quę sit ratio mutationis in vmbrarū quantitatibus, & earundem ad erectos gnomones, siue quęuis corpora Horizonti ad perpendiculum insistentia proportio: sed etiam quis earum sit vsus in erudita Astronomices parte, quæ ab artificibus Meteoroscopice appellatur. id quod ex sequentibus propositionibus euidentius intelligetur. Vmbrarū, alias vocant rectas, alias versas. Recta vmbra est, quam corpus ad rectos angulos Horizonti, aut eidem parallelo plano insistens, in ipsius superficiem planam, vel eidem ęquidistantem projicit. Versam vmbram appellant, quę projicitur ab aliquo corpore Horizontis planę superficiei ęquidistante in planū alterius

Finitori ad rectos angulos incumbentis. Hic scire licet eandem esse rationem sinus recti altitudinis Solis quouis tempore ad sinum complementi, quæ est corporis ad perpendiculum erecti ad suam vmbram, item eandem esse sinus complementi ad sinum altitudinis, quæ fuerit corporis Finitori æquidistantis ad vmbram versam. Hinc manifestum est per regulam proportionis ex obseruata Solis altitudine, quantitatem vtriusq; vmbræ, & vicissim ex magnitudine vmbræ Solis altitudinem supra Finitorem facillimè supputari posse. Quare consequitur Sole 45 altitudinis gradum occupante, quia sinus altitudinis & complementi sint çquales, omnes vmbras suis corporibus adçquari. Sed cum Solis altitudo hanc metam excesserit, etiam érectorum corporum altitudines suas vmbras superant, & vmbræ versæ pro ratione accessus Solis ad verticem continuè in maiorem longitudinem extenduntur. Præterea constat, Sole tropicis punctis viciniores partes peragrante, vmbras meridianas minimas differentias sortiri, sed eodem circa Aequinoctiorum puncta versante, aliquot diebus in meridie maximas earum differentias constitui. Quo corpus luminosum propius ad terram accesserit, eo maius incrementum vmbræ assumunt, etiam si in eadem verticalis superficiei altitudine cōstiterit. Constat etiam tam sub recta sphæra habitantibus, quàm inter Aequatorem & alterum tropicorū, vmbras rectas in Meridie quandoq; flecti in Austrum, quandoq; in Septentrionem. Nam in recta sphæra cum Sol ab intersectione Eclipticæ & Aequatoris verna in signa Septentrionalia procedit semper in Meridie vmbrç in Austrum flectuntur, & è conuerso cum ex primo Libræ puncto in Austrina Eclipticæ dodecatemoria digreditur, vmbras Meridianas in Septentrionem incidere necessariū est. Quoties verò in altera Aequatoris & Zodiaci intersectione tempore meridiei Sol cōstiterit, nullas tunc vmbras fundi sine dubio constat. Idem sub tropicis punctis habitantibus semel in anno tantùm euenire certum est. In reliquis regionibus extra Solstitiorum puncta cōstitutis vmbrç meridianæ versus eum polum proijciuntur, qui supra Finitorem eleuatur. Omnia hæc ex sequentibus figuris luce clarius innotescent. Sphæra Solis sit in b, h c



tabula Horizōti çquidistans, super quā ad rectos angulos erigatur regula d k, radius Solis ex superiori parte b per summū regulç d transiens, in c finitur. Erit ergo vmbra regulæ k c, quam rectam appellamus. Iterum sit alia regula priori ad rectos angulos infixa, f d, per cuius extremum f radius Solis procedens, in g partē extenditur, hinc fit vmbra g d, quam versam semper vocari memineris. Quam appellationē ideo sortita est, quòd verso modo se habeat ad vmbram rectam, aut quia versam rationem ad sinum vmbrosum (vt loquuntur) obseruare videatur, nempe quā vmbrosum ad vmbram suam rectam. His cōstitutis sit circulus altitudinis a f c k, ex c centro descriptus, Horizōtis sit dimetiens f c l



çquidistans inferiori lineç e k: nam propter exiguā terræ semidiametri magnitudinis rationē ad semidiametrum orbis distantiæ Solis nullus error consequetur, si hanc ab illa vtcunq; disiunxerimus. Regula c n ad rectos angulos e k sit infixa, Sol sit in b, cuius sinus altitudinis b d, regula c l in Horizontis planicie, & l p ad rectos angulos cōtingat. Radius Solis per vtriusq; c n & l c extremitates procedēs in k

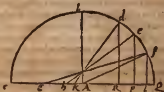
in k punctum incidit. Erit igitur n k vmbra recta, l m vmbra versa. Complementū altitudinis Solis a b, cuius sinus rectus b g & eidem per 34 primi Elementorum Euclidis d c æqualis. Hic iam necessario trigoni b d c, c n k, & c l m sunt ęquianguli. Nam cum anguli d, n, l sint recti, ac insuper angulus n c k interiori & opposito ad eandem partem c b d, & alteri c m l per 29 primi Elementorum sit ęqualis, erunt etiam reliqui acuti inter se æquales. Cum igitur trigoni omnes sint ęqualium angulorum per quartam sexti Euclidis latera ęquales angulos subtendentia, easdem inter se rationes custodient. Quare quæ est ratio b d ad d c, ea est c n ad n k, & l m ad c l. Cōstat igitur euidenter quomodo ex data Solis supra Horizōtem altitudine beneficio regulæ proportionis vtriusq; vmbræ magnitudinem supputare possis. Multiplices sinum complemēti eleuationis Solis per altitudinem corporis ad perpendiculum erecti, & productū in sinum rectum altitudinis Solis partiaris, ita vmbræ rectę quantitas cognoscetur. Sed vt eiusdem erectæ superficiei vmbrā versam inuenias, ducas ipsius magnitudinem in sinum altitudinis Solis, & inuentum numerum per sinum complementi distribuas, tum vmbræ versæ quantitas innotescet. Obseruata sit exempli gratia Solis altitudo 25 par. cuius sinus rectus est 42261 sinus complementi 65 part. 90630. Sit altitudo alicuius erectæ superficiei 12 part. æqualium. Multiplicabis ergo 12 part. in 90630, ac cōstituentur 1087560 quæ distributæ in 42261 producūt vmbram 25 part. & 44 scrup. Iterum multiplices 12 in 42261, hinc oriuntur 507132 partes, quæ diuisæ in 90630 faciunt quantitatem vmbrę versæ 5 part. scrup. 36. Hinc versa vice quomodo per eandem demonstrationem ex magnitudine vmbræ versæ aut rectæ Solis altitudinem ratiocinemur, ostendendum. Cum enim tres ὀρθογώνιοι trigoni b d c, c n k, & c l m æquales angulos obtineant, consequitur ex inuentione anguli c k n, aut l c m Solis altitudinem notam fieri. Quare si multiplicaueris c n & n k lineas quadratè, consurget quadratū c k, & hinc exacta radix ipsius c k magnitudinem producet. Quam rationem hic habuerit c k ad c n, eandem seruabit sinus maximus ad sinum anguli c k n, cui b c d adęquatur. Duces ergo sinum totum in c n lineam, & productum in c k distribues. Inuenies enim b d sinum rectum Solis altitudinis. Eodem modo cum angulus l c m sit æqualis b c d, ex duobus quadratis c l & l m linearum coniunctis extracta radix c m patefaciet. Quare multiplicata linea l m per sinum totum, & producto diuiso in c m etiam sinus rectus eleuationis Solis b d innotescit. Idem per tabulam Gnomonicam quam inferiùs subijciemus Georgij Peurbachij faciliùs expedire licet. Semper ille latus alterum rectum angulum ambientium 1200 partiū constituit. Quoties igitur vmbra recta maior fuerit superficie erecta, à qua proijcitur, multiplices huius magnitudinem per 1200, & productum numerū in vmbræ longitudinem distribuas, hinc exurget numerus, qui in tabula quæsitus, angulum eleuationis Solis ostendat. Sed si corpus vmbram suam quantitate excesserit, multiplices eam per 1200, & productum in magnitudinē corporis partiaris. Hinc prodibit numerus, cuius angulus ex Quadrante circuli sublatus, Solis altitudinem supra Finitorem relinquet. Ex his demonstrationibus tabulam, quæ ex quantacunq; Solis altitudine rationes vmbrarum ad sua corpora, & hinc vicissim Solis eleuationem quocunq; tempore aperiat, constructam subiecimus.

Tabula quantitatis utriusq; umbræ rectæ & uersæ in partibus quarum umbrosum (ut uocant) est 12, ad singulas altitudinis Solis partes supputata.

altit.	⊙ do.	Vmbra recta		altit.	⊙ do.	Vmbra recta.		altit.	⊙ do.	Vmbra recta	
G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.
0	90	Vmbra inf.		30	60	20	47	60	30	6	56
1	89	695	44	31	59	19	58	61	29	6	39
2	88	343	39	32	58	19	12	62	28	6	23
3	87	228	57	33	57	18	29	63	27	6	7
4	86	171	37	34	56	17	47	64	26	5	51
5	85	137	9	35	55	17	8	65	25	5	36
6	84	114	10	36	54	16	30	66	24	5	21
7	83	97	44	37	53	15	52	67	23	5	6
8	82	85	28	38	52	15	21	68	22	4	51
9	81	75	46	39	51	14	49	69	21	4	36
10	80	68	3	40	50	14	18	70	20	4	22
11	79	61	44	41	49	13	48	71	19	4	8
12	78	56	27	42	48	13	20	72	18	3	54
13	77	51	39	43	47	12	52	73	17	3	40
14	76	48	8	44	46	12	26	74	16	3	26
15	75	44	46	45	45	12	0	75	15	3	13
16	74	41	51	46	44	11	35	76	14	3	0
17	73	39	15	47	43	11	11	77	13	2	46
18	72	36	54	48	42	10	48	78	12	2	32
19	71	34	51	49	41	10	26	79	11	2	20
20	70	32	58	50	40	10	4	80	10	2	7
21	69	31	16	51	39	9	43	81	9	1	54
22	68	29	42	52	38	9	22	82	8	1	41
23	67	28	16	53	37	9	3	83	7	1	28
24	66	26	57	54	36	8	43	84	6	1	16
25	65	25	44	55	35	8	24	85	5	1	53
26	64	24	37	56	34	8	6	86	4	0	50
27	63	23	35	57	33	7	48	87	3	0	38
28	62	22	34	58	32	7	30	88	2	0	25
29	61	21	40	59	31	7	13	89	1	0	12
30	60	20	47	60	30	6	56	90	0	0	0
⊙ do.	altit.	Vmbra versa		⊙ do.	altit.	Vmbra versa		⊙ do.	altit.	Vmbra versa	

Nunc

Nunc, qua ratione fiat, vt, quoties Solis eleuatio supra Finitorem minor fuerit 45 partibus, omnes vmbræ sua corpora magnitudine excedant, cõtra cum altius besse ascenderit, vmbrarum longitudines ante meridiem decrescant, & post continuè ad Solis occasum vsq; incrementum assumant. Sed dum 45 altitudinis gradum attingit, vmbrarum & corporum magnitudines inter se exquisitè sint æquales, videamus. Semicirculus altitudinis c b q, cuius centrum a, quod terram repræsentet, diameter Horizontis c a l, verticis punctum b, m a stylus ad rectos angulos Horizontis plano insistens, altitudo Solis in f minor sit besse, e sit exactè 45 partium, d easdem superet. Sinus rectus arcus f g, sit f l, & eiusdem cõplementi l a, dum Sol igitur fuerit in



f, radium extendens per m in g, erit vmbra styli g a, dum in e, h a, sed in d, k a, quæ est inter has omnes minima. Hic autem considerare licet, quantum ad Solis altitudinem explorandam attinet, triangulos f a l, & f g l æquales esse. Nam etsi radius ex Sole ductus in basin a minor hic videatur, tamen differentia huius ab illo, qui in finem vmbræ extẽditur, sensu nulla deprehendi potest. Quare sunt æquales statuendi radij f a & f g. Porrò cùm æquidistet m a ipsi f l, erunt m g a, & f g h siue f a l trigoni equianguli, idem de reliquis etiam intelligi velim. Quare per quartam sexti elementorum latera æquales angulos subtendentia inter se easdem rationes custodient. Cum igitur f q circumferentia minor sit 45 partibus, erit sinus complementi maior f l, & eadem est ratio l a ad f l, quæ est g a ad a m. Quare g a vmbram maiorem esse m a necessarium est. Porrò sit arcus e q 45 partium, cuius sinus rectus e p æqualis sinui complementi. Est igitur vmbra h a æqualis m a. Tertiò arcus d q 45 partes excedat, hic sinus complementi b d, cui æquatur a r, minor est sinu altitudinis d q. Quare etiam vmbræ a k minor erit m a. Porrò quemadmodum hic ante meridiem Sol ab Horizontis contactu paulatim in Meridiem ascendit, qua ratione fit, vt complementa continuè decrescant, ita post meridiem, cum descendit, complementa augeri necessarium est. Hinc manifestum est in illis locis, vbi maxima Solis altitudo 45 altitudinis gradum nũquam accedere potest, semper vmbrarum longitudines sua corpora superare. Cæterùm quod de locis sub recta sphæra constitutis superius diximus, hac figura ostendemus. Sit meridiani semicirculus d b c, cuius a centrum, c polus arcticus d antarcticus, dimetiens Aequatoris b a, e a Eclipticæ pars Austrina, a o Septentrionalis, k a stylus ad perpendiculum erectus, cuius vmbræ meridianę toto anno obseruatur. Cum Sol tempore meridiei fuerit in communi sectione circulorum Aequatoris & Zodiaci, scilicet in b, nullam k a vmbram apparere sequitur, quia ad perpẽdiculum descendunt radij in subiectam planiciem per rectam b a. Sed si constituamus Solem occupare tropicum Cancri, qui est in o, vmbra meridianã a g versus Polum antarcticum d extendetur. In eandem partem incidunt omnes Solis radij per k extremitatem procedentes, vt est p h, quamdiu Sol circumferentiam b o non egreditur. Et è conuerso, cum Sol in tropico Capricorni constiterit, radius e k



in m punctum, versus c Polum arcticum dimittitur, vt vmbra a m versus c dirigatur, id quod semper in meridie contingit, donec Sol aliquam circumferentiæ b o particulam accesserit. Vnde radium etiam r k in l versus eundem Polum incidere videmus. Nec difficulter intelligi potest, quare supra verticem habitantium, sub altero punctorum Solstitiorum, semel in anno tantùm Sol consistat, sicut hîc in t a p & a v s Finitoribus euidenter apparet, vbi vmbras in meridie eo tempore nullas fieri certum est. Nam radius Solis o a ad rectos angulos in Horizontis a t p planum descendit. Eodem modo habitantibus sub e tropico hyberno, quorum Horizon est s a v Solstitij hyberni tempore Solis radius e a ad perpendiculum in meridie incidit. Quod autem corpus luminosum in remotioribus distantijs minores efficiat vmbras, quàm in propioribus, & si vtrobiq; eandem supra Finitorem altitudinem obtineat, maximè ex obseruationibus earundem eleuationum Solis & Lunæ patefactum est. Cuius rei demonstratio ex sequenti schemate, & experientia per vmbras Solis ac Lunę innotescit. Sint duo altitudinis circuli t p g & b d c ex eodem centro a descripti, Horizon b a g, cui regula l a ad perpendiculum erecta infigitur. Cōstituamus primò Solem in d altitudine, cui similem circūferentiam in minori circulo inuenies, si ex a centro rectam in d extendas, quæ secat interiorem in e puncto. Est igitur vmbra, dum Sol in d fuerit a f. Sed collocemus Lunam in e, tum radius e l in g partem descendit. Hinc apparet a g, vmbra multò maior a f. Si ergo Luna in e constitueretur, manifestè appareret, radios eiusdem vsq; ad fines l & n, vbi inuicem sese intersecant, intra Solis radios concludi. Hinc etiam colligitur, quòd si magna esset inter centra mundi, ac deferētis absidem Solis distantia, futurum vt diuersis temporibus in ijsdem altitudinibus Sole constituto vmbrarum magnitudines inter se differre viderentur, nunc autem differentia aliqua notari vix potest. Porrò qua ratione fiat, vt Sole Solstitiorū punctis propinquas partes peragrante, aliquot diebus vmbrarum, quæ meridiei tempore conspiciuntur, tam exiguæ existant differentiæ, & contra circa Aequinoctiorum partes eodem Sole existentes, illæ tam magnæ & euidentes appareant, facillimè deprehendes, si differentias declinationum, quas sortiuntur puncta Aequinoctiorum locis propinqua, longè maiores esse animaduertas ijs, quibus Eclipticæ partes tropicis vicinæ differunt. Exempli gratia, prima Arietis pars declinat ab Aequatore 23 minut. 22 secun. sed prima pars Cancri ab eodem declinat 23 par. 29 scrupul. 22 secundis, quibus subductis ex maxima Solis declinatione, relinquitur differentia 38 secund. quæ multò minor est 23 scrup. 22 secund. Sit igitur sub recta sphæra locus, vbi tempore Aequinoctij in meridie Solis altitudo est 90 partium præcisè, sequenti die si tempore meridiei Sol vnum gradum confecerit, inuenietur altitudo 89 part. 36 scrup. 38 secund, cui circumferentiæ tabula vmbrarum attribuit, minut. 7 secun. 19 tertia 36. Sub eadem sphæræ situ cum Sol in maxima declinatione fuerit, altitudo meridiana est 66 part. 30 scrup, cui ex tabula conueniunt 5 part. 13 scrup. 30 secun. Pro sequentis diei altitudine meridiana adijciantur huic partes differentiæ declinationis vnius gradus Cancri, & prodibit arcus 66 grad. 30 min. 38 secund. cui respondet vmbra 5 partium 13 scrupul. 20 secund. 30 tertiorum. Vtriusq; vmbræ differentia 9 secun. 30 tertiorum.

PROPOSITIO LVII.

Quantas umbrarum differentias ſemidiameter Solis conſtituat.

NOn oſcitanter in ſupputandis Solis altitudinibus ex dimenſione vmbrarum tam rectarum, quàm verſarum obſeruandum eſt ſemper tanta parte à ſcopo calculum aberrare, quantam ſemiſsis dimetientis Solis in cælo occupare videatur. Nam vmbræ in planam Horizontis ſuperficiem proiectæ, non centri Solis, ſed altiſsimæ partis, ex qua radius per ſummum erecti corporis in planum deſcendit, eleuationem patefaciunt. Sed quæ ex vmbris verſis altitudines capiuntur ſemper ferè Quadrante vnius partis, quarum totus circulus habet 360, minores inueniuntur. Contingit hæc differentia non ex dimenſionis aut calculi incertitudine, ſed ex radijs Solis, quos non tantùm ex centro, ſed etiam ex toto ambitu, ſiue ſuperficie, ſicut Eclipſeos tempore experimur vndequaq; effundit. Vnde fit, vt omnium corporũ vmbræ rectę & verſę ſemper minores ſint illis, quas radij ex ſolo centro procedentes cõſtituerent. Hinc manifeſtum eſt in tabulis cylindrorum, quibus temporum partes diſtinguuntur, & Solis altitudines obſeruantur, numerum Quadrante minorem conſtituendum eſſe. In reliquis Planetis prętor Solem & Lunam in ſtellis etiam fixis, quarum altitudines per gnomonem, aut triangulum capiuntur, quoniam vt puncta nobis appareant, diuerſa ratio eſt. Ergo cum teſte Peurbachio diameter Solis in abſide eccentrici ſui, ſub angulo 31 ſcrupulorum appareat, & in oppoſito loco ſub angulo 34 ſcrupul. contingit, vt non ſolum radij ex medio ſuperficiei Solis, ſed etiam ex ſummis & infimis punctis in terram deferantur, quod ex ſequenti ſchemate facilius intelligitur. Circulus altitudinis Solis k d f, & Horizon k a f, cuius a centro ad rectos angulos duplex gnomon e h a ſit impoſitus, centrum ſolis c, ex quo ad quantitatem diametri c d ſemicirculum ſolis deſcripſi d l b, vera ſolis altitudo eſt k c, d ſuprema ſolis pars, quę radium per extremũ punctum in g extendit, hinc fit apparens vmbra g a. Si tantùm ex ſolis centro radij emitterentur, vmbra huius altitudinis eſſet f a, qui terminatur radio c e f. h r proijcit vmbram verſam r i, quia radius infimæ ſolis partis b per h in i decidit. Sed ſi ex centro c per h extẽderetur vmbra verſa ipſius h r eſſet r k. Quare ex inuentione anguli e g f cõſequimur altitudinem k d, & ex quantitate anguli a h r, ſiue h i k eleuatio infimæ ſolis partis b ſupputatur. Hinc ſi vtriuſq; altitudinis differentiam in duas æquales circumferentias partiaris, quarum alteram ex ſuperiori eleuatione ſubducas, aut inferiori adijcias, vera cẽtri ſolis altitudo patefiet. An hæc vera ſint facillimè experieris, vbi per Quadrantem eodem temporis momento ſolis altitudinem dimenſus fueris. Nam in hoc inſtrumento, ſicut etiam in Aſtrolabijs, cùm radij per anguſta foramina tranſmittantur, talis differentia non percipitur. Quòd ſi hanc per Quadrantem vel Aſtrolabium deprehenſam ſolis altitudinem, nihil ab illa, quàm ex vtriuſq; vmbrę differentia ſupputaſti, differre videris, omnino de rei veritate ne dubites. Semper etiam manifeſtè experieris eleuationum differentiam ex magnitudine vmbrę verſę & rectę collectam ſemiſſem partes, quarũ circulus habet integer 360 excedere, quia nũquam ſolis diameter ſub minori, quàm 31 ſcrupul. angulo appareat. Ex his quàm ſit facilè citra quoduis aliud

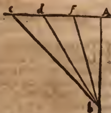
instrumentum apparentem solis dimetientem, quæ eleuationis vtriusq; differentia comprehenditur colligere manifestè vides. Hic tamen diligentissimè operam naues, vt intra domesticos parietes clausis reliquis fenestris, præter vnam angustiorem radios solis excipias, vt vmbræ exquisitè distinctè appareant. Quòd si nunc dubitaueris quantanam esset vmbra, quę radio ex solis centro emisso distingueretur, multiplices sinum complementi altitudinis centri solis in sinum altitudinis erectæ super Horizontis planũ superficiei, & productum per altitudinis centri sinum partiaris, hinc veræ vmbræ quantitas manifesta fiet.

PROPOSITIO LVIII.

De ratione Gnomonum & Vmbrarum.

QVæcunq; hactenus de inuentione altitudinis solis ex dimensione vmbrarum adminiculo tabulæ sinuum explicauimus, multò facilius per gnomonem & eiusdem tabulam à Georgio Peurbachio constructam expediri posse ostendemus. Ne tamen hîc nouum instrumentum fabricare cogaris, quomodo Quadrans Geometricus idem negocium absoluere possit, expediemus. Quoties enim mobilis regula ad latus superiùs, à quo perpendiculum suspensum non deflectat, ita erigitur, vt basi Quadrantis ad rectos angulos insistat, vnà cum basi exquisitum gnomonem constituet. Hic etiã exactiùs cum basis in minimas particulas, scilicet 100000 sit distincta, vmbræ ratio ad suam superficiem innotescit. Constat etiam quam rationem habeat regula ad suam vmbram, eandem omnes superficies ad perpendiculum erectas ad eiusdem temporis vmbras conseruare. Quare ex obseruatione huius vmbræ & cognitione altitudinis aliorum ædificiorum vel arborum vmbras supputare licet, & è conuerso, ex dimensione vmbrarum altitudines exquisitè deprehendere. Vt igitur omniũ vmbrarũ magnitudines ex vnius duntaxat obseruatione consequaris, multiplicatas per huius vmbræ quantitatem altitudines in longitudinem regulę distribuas, statim hîc quęsita mensura prodibit. Exemplum huius rei tale habeas. Cum regula, quæ æqualis est toti sinui, ad perpendiculum erecta esset, obseruata est vmbræ finis, à centro Quadrantis distantia partium 5000, quarum sinus totus est 100000, altitudo cuiusdam turris est palmorum 600, quæ ducta in 5000 constituit 3000000, & hic numerus diuisus in 100000 producit vmbrę magnitudinem 30. Iterum versa vice ductis 30 in 100000, & producto in 5000 distributo, producitur vera altitudo 600. Eodem modo longitudines reliquarum omnium vmbrarum & altitudinum magnitudines supputantur. Superest nunc, vt quaqua ratione citra tędiosas laterum multiplicationes & radicum Quadratarum extractiones ex tabula gnomonis anguli altitudinum inueniãtur, explicemus. Semper inquisitiones angulorum τριγώνων ὀρθογωνίων, requirunt tabulas quę numerum contineant, qui sinus recti alicui trium angulorum subtensi vicem gerat. Hîc si data sint duo latera rectum angulum ambientia, vtrumq; seorsim quadratè multiplicare oportebit, & ex coniunctis numeris radicem quadratam extrahere, vt linea rectum angulum subtendens, manifesta fiat. Quanta fuerit huius ratio ad alterum reliquorum laterum, tanta sinus maximi ad sinum anguli, quem hoc latus subtendit. Atqui hoc modo ex sinuum tabulis angulorum quantitates inueniuntur. Sed si tabula contineat numerum, qui alterius rectum cõstituentium linearum vicem subeat, vnica multiplicatione & diuisione totum negociũ expeditur. Nam quę fuerit ratio maioris lineæ ad minorem, eadem est maximi tabulæ numeri ad alterum, qui patefacit angulum, cui minus latus subtenditur. In hunc vsum quomodo Peurbachius ex sinibus rectis tabulam gnomonicam

construxerit

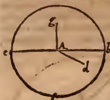


construxerit videamus. Sit gnomon aliquis c a b, cuius vtrumque laterum angulum a rectum am bientium, sit 1200 partium æqualium. Erit ergo acutorum c & b angulorum vterque quadragin taquinque partium, quarum totus circulus est 360. Ex angulo c b a ducantur rectæ b d & f b. Distantia d ab a sit 600 partium, f 400 earundem. Hinc anguli d b a, & f b a, quarum quantitates inueniri debent, minores esse constat c b a. Hic inquiramus angulum f b a, quadratum f a est 1600, sed a b 14400, ex quibus collectis educitur radix 1264, scilicet latus f b. Quam hoc rationem habet ad 100000 eam seruat f a ad sinum rectum angulum f b a subtendentem. Si nunc secundum in tertium multiplicatum in primum distribueris, inuenies sinum 31645, qui ostendit octodecim gradus, vigintisex scrupul. hunc numerum Purbachius in tabula sub 400 partibus collocauit. Idem reliquorum omnium angulorum inueniendorum modus est. Hinc quotiescunque cuiusuis orthogonij trianguli cognitis duabus lineis rectum continentibus acutorum angulorum quantitates inuenire volueris, minorem in 1200 partes ducas, & productum per maiorem diuidas, numerus hinc exurgens in tabula quæsitus, angulum minori prætensum lateri producet. Porro vt ad institutum redeamus, sit altitudinis semicirculus g k l, cuius centrum a, centrum Solis i, k eiusdem suprema pars, h infima. Erectus quadrans sit b a c, cuius mobilis regulæ a b vmbra in d extenditur. Si magnitudinem c d in sinum a c transtuleris, quanta sit facile apparebit. Angulum b d a, qui producet in lucem k g altitudinem ex tabula Gnomonica inuenies, si a b multiplicatam per 1200, in d a distribuas. Exempli gratia, quarum partium a b est sexaginta, earum nonaginta a d vmbra continere deprehenditur. Ductis sexaginta in 1200, & producto in nonaginta distributo, exurgunt 800, qui numerus in tabula ostendit 33 gradus, 41 minut. 24 secun. Similiter etiam stylus e p ad rectos angulos b a contingens, vmbram versam proijcit in a. Iam angulus e a p ostendit puncti h à vertice distantiam, quæ ex nonaginta subducta altitudinem eiusdem relinquit. Neque silentio prætereundum est veteres per vmbras æquinoctiorum temporibus latitudines regionum, siue poli eleuationes inquisiuisse. Plinius scribit libro secundo, cap. septuagesimo secundo, item Vitruuius libro nono, vmbram æquinoctialem Romæ continere partes octo, quarum gnomon habet nouem. Ducam ergo partes octo, in 1200, & productum 9600 in nouem diuidam, & hinc exorietur 1066 1/3. Hæ partes in tabula ostendunt gradus 41, scrupul. 37, secund. 37, tertia 12. Vitruuius Alexandriæ vmbram part. 3, quarum gnomon habet 5, assignauit. Quare tribus partibus multiplicatis in 1200 & 3600, quæ excrescunt in p 5 diuisis, exoriuntur 720, quæ indicant angulum 30 grad. 57 scrupul. 50 secund.

PROPOSITIO LIX.

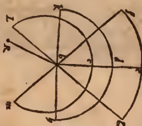
Quomodo per umbras terræ situs, & collatio ad cæli magnitudinem intelligatur.

HIc etiam videre licet, quàm abstrusis recessibus latentem de terræ situ & collatione ad cælorum magnitudines veritatem vmbrarum beneficio Ptolemæus artificum princeps ratiocinatus sit. Verba ipsius libro primo τῆς μεγάλης συντάξεως cap. quarto, Græcè sic habent: εἴπερ μὴ ὑπ' αὐτὸν τὸν ἰσημερινὸν ἔκειτο ἡ γῆ, πρὸς ἄρκτους δὲ, ἢ πρὸς μεσημβρίαν ἐκέκλιτο, πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων, τὸ μηκέτι μὴ δὲ πρὸς αἴσθησιν ἐν ταῖς ἰσημερίαις τὰς ἀνατολικὰς τῶν γνωμόνων σκιὰς ταῖς δυτικαῖς ἐπ' εὐθείας γίνεσθαι ἐπὶ τῶν παραλλήλων τῷ ὁρίζοντι ἐπιπέδων, ὅπερ ἐντύχοις πανταχῆ θεωρῆται παρακολουθεῖν, id est: Nisi terra sub ipso æquatore constituta esset, sed ad vrsos aut Meridiem ad alterum polorum deflecteret, iam non amplius ne ad sensum quidem in æquinoctialibus diebus & Orientales gnomonum vmbræ & Occidentales in eandem rectam lineam inciderent, super æquidistantes Horizonti superficies, quod manifestè vbique sequi conspicitur. Hoc quomodo fiat sequenti schemate videamus. Sit planum Horizontis circuli c a b d, cuius à centro ad rectos angulos g a gnomon sit infixus, cuius g vertex, c signum Orientis Solis, b Occidentis Iam autem Aequinoctij tempore, dum Sol mane ex c emergit, vmbram facit gnomon in rectam lineam a b versus Occasum. Vesperi cùm in b demergitur, eiusdem gnomonis vmbra in rectam a c versus Orientem proijcitur. Testis hic est omnium temporum & locorum perpetua experientia, vtramque gnomonis vmbram, quæ tam Oriente, quàm Occidente Sole conspicitur, in vnam eandemque rectam lineam b a c conuenire. Hoc fieri nulla ratione posset, nisi terræ centrum ἀκριβῶς intra planum Aequatoris circuli constitueretur, quia hæ vmbræ alias ἐπ' εὐθείας non congruerent, sed ad angulum, sicuti rectæ a b, a d angulum b a d in plano Horizontis constituunt.



Videamus etiam, quomodo sequenti capite eiusdem libri ex vmbrarum obseruationibus collationem terræ ad sphæram stellarum fixarum instituerit. Nam hinc eruditè ratiocinatur terram ad immensam cœli machinam collatam instar puncti apparere. Inquit enim: οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ κέντρου πηλικότητος, τὸ, οἱ γνώμονας τοὺς ἐν ὁποτερῳ μέρει τῆς γῆς τιθεμένους. ἔτι δὲ τὰ τῶν κρικωτῶν σφαιρῶν κέντρα, τὸ αὐτὸ δύνασθαι τῷ κατ' ἀλήθειαν τῆς γῆς κέντρῳ, καὶ διασώζειν τὰς διοπτεύσεις, καὶ τὰς τῶν σκιῶν περιαγωγὰς, οὕτως ὁμολόγους ταῖς ὑποθέσεσι τῶν φαινομένων, ὡς ἂν εἰ δι' αὐτοῦ τοῦ τῆς γῆς μέσου σημείου γινόμενα ἐτύγχανον. id est: Nec illud prętereundum est, quòd gnomones, & centra armillarum sphęricarum, in quacunque terræ parte constituantur, tantundem re vera valeant, quantum in ipso terrę centro, & conseruent considerationes & vmbrarum circumductiones adeò eiusdem rationis & apparentiarum hypothesibus conuenientes, ac si in medio terræ puncto fierent. Hæc ille. Cum igitur terra ad circulum Solis altitudinis, tam exiguam rationem habeat, longe minorem ad sphæram stellarum fixarum obtinebit. Ex hoc loco satis etiam constare videtur vmbrarum rationem saltem ijs temporibus toto terrarum orbe fuisse celeberrimam & vsitatissimam, quæ nunc eruditis vix cognita est. Nam olim diei partes, adeoque horę, quas καιρικὰς nominabant, vbique gentium penes vmbrarum magnitudines, incrementa & defectus distinguebantur. Hanc doctrinam vocabant γνωμονικὴν, quia erectus gnomon,

gnomon in plano, in quo circum gnomonem variæ horarum lineæ designatæ erant, earum discrimina indicabat. Postea ingeniosi artifices, quorum animos totius humani generis vtilitas accendebat, varia in hunc vsum instrumenta felicissimè excogitarunt: quorum alia horoscopa vasa, alia sciroterica horologia dicebantur. Celebratur etiam in Sacris literis horologium Achas Regis Iuda patris Ezechiæ. Nec dubitandum est, quin sapientissimi Aegyptiorum reges, qui primos obeliscos Solis nomini consecratos in Aegypto constituerunt, & ingentes pyramidum moles extruxerunt, his Astronomicis vtilitatibus maximopere inuitati fuerint, etsi postea, vt fieri solet, stulta & prodiga æmulatio accesserit. Quòd autem hæc vmbrarum doctrina & exquisitissimæ earundem obseruationes vbique gentium in vsu fuerint, etiam secundus huius operis liber abundè testatur, in quo Ptolemæus climata & parallelos omnes tum penes longissimorum dierum, tum penes vmbrarum interualla, quia harum rerum obseruationes maximè obuiæ essent, distinxit. Verùm multis iam seculis vbiq; ferè gnomonices vsus neglectus est, postquàm præclara nostra αὐτόματα horologia, quæ rotulis quibusdam artificiosè constructis ita circumaguntur ponderibus, vt diem integrum ciuilem, siue νυχθήμερον in viginti quatuor horas æquales, siue ἰσημερινάς, quæ nunc rectius vulgares, quàm inæquales illæ καιρικαὶ dici possunt, distribuant. Nam cum veteres diuiderent omnes dies artificiales in duodecim æqualia interualla, necessariò factum est, vt hora solstitialis diurna quantitatem temporis Aequinoctialis horæ superaret, & hæc vicissim brumalem horam excederet. Etsi autem valde consentaneum videatur, antequàm fabrica horum nobilium αὐτομάτων, quibus humana vita in his tam rigentibus & nebulosis climatis difficillimè caritura esset, publicaretur, tamen ex Albategnij Astronomicis scriptis euidenter intelligitur, quòd ipsius tempore in Asia horæ καιρικαὶ adhuc vulgò fuerint vsitatæ. Floruit autem Albategnius centum ferè annis, postquàm per Carolum Magnum imperium à Græcis ad Germanos translatum esset. Vt autem rudiores facilius illa, quæ ex Ptolemæo citauimus, perspicere possint, sequentem figuram intueantur. Esto ad planum Horizontis f b g, in centro b erectus gnomon b k, cuius vertex r. Et inuentam lineam Meridianam b d e secet πρὸς ὀρθὰς linea Aequinoctialis k b h in quam Aequinoctij tempore conueniunt vmbræ Orientales & Occidentales. Similiter ex eadem recta linea conspiciuntur Solstitialis exortus & brumalis Occasus, tum etiam brumalis ortus & Solstitialis Occasus. Vt si fuerit exortus Solstitialis in recta l b, erit in b g ἐπ' εὐθείας brumalis Occasus, & si brumalis exortus in b f recta, erit Solstitialis Occasus in b m recta.



Descripserit autem vertex gnomonis in æstiuo Solstitio lineam quandam l c m, & in vtroque Aequinoctio k b h, in bruma verò f e g, in signis c d e per Meridianam lineam procedentes. Similes sunt igitur quolibet die harum linearum partes ante Meridiem versus Occasum, partibus post Meridiem in ortum tendentibus, vt pars l c similis est c m, item partes k d & f e, partibus d h & e g, imò etiam singularum horarum à Meridiana linea æqualiter distantium interceptæ partes eodem die inter se & similes & æquales existunt. Postremò similiter anguli antemeridiani æquales angulis

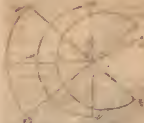
postmeridianis, vt exempli gratia, angulus f b e angulo e b g. Hæc ita regulariter apparere nullo modo possent, si terra extra vniuersi centrum collocata esset, nec puncti rationem obtineret. Nam aliâs gnomonum vmbræ pollaltitudines non distinguerent. Hęc eruditè explicat Erasmus Rhemmoldus in Commentarijs Ptolemæi.

PROPOSITIO LX.

Conclusio de Vmbris, cui annectitur tabula Gnomonica.

HAec breuiter de vmbrarum rationibus perstringere visum fuit, vt studiosi mediocriter saltem huius doctrinæ vtilitatem degustarent. Plura quidem ab artificibus de his scripta extant: ne tamen hic omnia cumulare videar, aliorum ingenio quædam expendenda relinquam. Sequitur nunc, vt tabulam Georgij Peurbachij, cuius paulò antè structuram explicauimus, non solùm propter dimensiones vmbrarum, sed etiam facillimam angulorum, quos difficiliori labore ex sinuum tabulis supputamus, inuentionem, quæ in mensuris Geometricis non pœnitendum vsum aufert, subnectamus.

TABVLA



TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	0	0	0	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12
1	0	2	52	4	48	40	9	30	32	14	4	52	18	28	42	22	39	38
2	0	5	44	4	51	30	9	33	19	14	7	34	18	31	17	22	42	4
3	0	8	36	4	54	21	9	36	6	14	10	16	18	33	51	22	44	30
4	0	11	28	5	57	12	9	38	53	14	12	58	18	36	25	22	46	56
5	0	14	20	5	0	2	9	41	40	14	15	39	18	38	59	22	49	22
6	0	17	12	5	2	53	9	44	27	14	18	20	18	41	33	22	51	47
7	0	20	3	5	5	44	9	47	14	14	21	1	18	44	7	22	54	13
8	0	22	55	5	8	34	9	50	0	14	23	42	18	46	41	22	56	39
9	0	25	47	5	11	24	9	52	47	14	26	23	18	49	15	22	59	4
10	0	28	39	5	14	15	9	55	34	14	29	4	18	51	49	23	1	30
11	0	31	31	5	17	5	9	58	21	14	31	45	18	54	23	23	3	56
12	0	34	23	5	19	55	10	1	7	14	34	26	18	56	57	23	6	21
13	0	37	15	5	22	46	10	3	54	14	37	7	18	59	31	23	8	47
14	0	40	7	5	25	36	10	6	41	14	39	48	19	2	5	23	11	12
15	0	42	59	5	28	26	10	9	28	14	42	29	19	4	39	23	13	38
16	0	45	50	5	31	17	10	12	14	14	45	10	19	7	12	23	16	4
17	0	48	42	5	34	7	10	15	0	14	47	51	19	9	45	23	18	29
18	0	51	34	5	36	57	10	17	47	14	50	32	19	12	18	23	20	53
19	0	54	26	5	39	48	10	20	33	14	53	13	19	14	51	23	23	18
20	0	57	18	5	42	38	10	23	19	14	55	54	19	17	24	23	25	42
21	1	0	10	5	45	28	10	26	5	14	58	34	19	19	57	23	28	7
22	1	3	1	5	48	18	10	28	52	15	1	14	19	22	30	23	30	32
23	1	5	53	5	51	8	10	31	38	15	3	54	19	25	3	23	32	56
24	1	8	45	5	53	58	10	34	24	15	6	34	19	27	36	23	35	20
25	1	11	37	5	56	48	10	37	10	15	9	14	19	30	9	23	37	45
26	1	14	29	5	59	38	10	39	57	15	11	54	19	32	42	23	40	9

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	1	17	20	6	2	28	10	42	43	15	14	34	19	35	15	23	42	34
28	1	20	12	6	5	18	10	45	29	15	17	14	19	37	48	23	44	58
29	1	23	4	6	8	8	10	48	15	15	19	54	19	40	20	23	47	22
30	1	25	56	6	10	58	10	51	1	15	22	34	19	42	52	23	49	45
31	1	28	47	6	13	48	10	53	47	15	25	14	19	45	24	23	52	9
32	1	31	39	6	16	38	10	56	33	15	27	54	19	47	56	23	54	32
33	1	34	31	6	19	28	10	59	19	15	30	34	19	50	28	23	56	56
34	1	37	23	6	22	17	11	2	5	15	33	14	19	53	0	23	59	19
35	1	40	14	6	25	7	11	4	50	15	35	53	19	55	32	24	1	43
36	1	43	6	6	27	57	11	7	36	15	38	32	19	58	4	24	4	6
37	1	45	58	6	30	46	11	10	21	15	41	11	20	0	30	24	6	30
38	1	48	49	6	33	36	11	13	6	15	43	50	20	3	8	24	8	53
39	1	51	41	6	36	26	11	15	51	15	46	29	20	5	40	24	11	17
40	1	54	34	6	39	15	11	18	36	15	49	8	20	8	12	24	13	40
41	1	57	25	6	42	5	11	21	21	15	51	47	20	10	43	24	16	1
42	2	0	17	6	44	55	11	24	6	15	54	26	20	13	14	24	18	25
43	2	3	9	6	47	44	11	26	51	15	57	5	20	15	45	24	20	47
44	2	6	0	6	50	34	11	29	36	15	59	44	20	18	16	24	23	10
45	2	8	51	6	53	24	11	32	21	16	2	23	20	20	47	24	25	32
46	2	11	43	6	56	13	11	35	6	16	5	[illegible]	20	23	18	24	27	55
47	2	14	34	6	59	2	11	37	51	16	7	41	20	25	49	24	30	17
48	2	17	26	7	1	52	11	40	36	16	10	20	20	28	20	24	32	39
49	2	20	18	7	4	41	11	43	21	16	12	59	20	30	51	24	35	2
50	2	23	9	7	7	30	11	46	6	16	15	37	20	33	22	24	37	24

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	2	26	1	7	10	19	11	48	51	16	18	15	20	35	53	24	39	47
52	2	28	52	7	13	9	11	51	35	16	20	53	20	38	24	24	42	9
53	2	31	44	7	15	58	11	54	20	16	23	31	20	40	54	24	44	30
54	2	34	36	7	18	47	11	57	5	16	26	9	20	43	24	24	46	52
55	2	37	27	7	21	36	11	59	50	16	28	47	20	45	54	24	49	13
56	2	40	19	7	24	25	12	2	35	16	31	25	20	48	24	24	51	34
57	2	43	10	7	27	14	12	5	19	16	34	3	20	50	54	24	53	56
58	2	46	2	7	30	3	12	8	3	16	36	41	20	53	24	24	56	17
59	2	48	53	7	32	52	12	10	17	16	39	19	20	55	54	24	58	38
60	2	51	45	7	35	41	12	13	31	16	41	57	20	58	24	25	1	0
61	2	54	36	7	38	30	12	16	15	16	44	35	21	0	54	25	3	21
62	2	57	28	7	41	18	12	18	59	16	47	13	21	3	24	25	5	22
63	3	0	19	7	44	7	12	21	43	16	49	51	21	5	54	25	8	4
64	3	3	10	7	46	58	12	24	27	16	52	28	21	8	24	25	10	25
65	3	6	2	7	49	45	12	27	11	16	55	5	21	10	54	25	12	45
66	3	8	53	7	52	34	12	29	55	16	57	42	21	13	23	25	15	6
67	3	11	44	7	55	23	12	32	39	17	0	19	21	15	52	25	17	26
68	3	14	36	7	58	11	12	35	23	17	2	56	21	18	21	25	19	46
69	3	17	27	8	1	0	12	38	7	17	5	33	21	20	50	25	22	6
70	3	20	18	8	3	48	12	40	51	17	8	10	21	23	19	25	24	27
71	3	23	10	8	6	36	12	43	35	17	10	47	21	25	48	25	26	47
72	3	26	1	8	9	25	12	46	18	17	13	24	21	28	17	25	29	7
73	3	28	52	8	12	13	12	49	1	17	16	1	21	30	46	25	31	27
74	3	31	43	8	15	1	12	51	44	17	18	38	21	33	15	25	33	48

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
75	3	34	35	8	17	50	12	54	27	17	21	15	21	35	44	25	36	8
76	3	37	26	8	20	38	12	57	10	17	23	52	21	38	13	25	38	28
77	3	40	17	8	23	26	12	59	53	17	26	29	21	40	41	25	40	47
78	3	43	8	8	26	14	13	2	36	17	29	5	21	43	9	25	43	6
79	3	45	59	8	29	2	13	5	19	17	31	41	21	45	37	25	45	25
80	3	48	50	8	31	50	13	8	2	17	34	17	21	48	5	25	47	4
81	3	51	42	8	34	38	13	10	45	17	36	53	21	50	33	25	50	3
82	3	54	33	8	37	26	13	13	28	17	39	29	21	53	1	25	52	23
83	3	57	24	8	40	14	13	16	11	17	42	5	21	55	29	25	54	43
84	3	0	15	8	43	2	13	18	54	17	44	41	21	57	57	25	57	1
85	3	3	6	8	45	50	13	21	37	17	47	17	22	0	25	25	59	20
86	3	5	51	8	48	38	13	24	20	17	49	53	22	2	53	26	1	39
87	4	8	48	8	51	25	13	27	2	17	52	29	22	5	21	26	3	58
88	4	11	39	8	54	13	13	29	44	17	55	5	22	7	49	26	6	17
89	4	14	30	8	57	1	13	32	27	17	57	41	22	10	16	26	8	35
90	4	17	21	8	59	49	13	35	9	18	0	17	22	12	43	26	10	53
91	4	20	11	9	2	37	13	37	52	18	2	52	22	15	10	26	13	12
92	4	23	2	9	5	24	13	40	34	18	5	27	22	17	37	26	15	30
93	4	25	53	9	8	12	13	43	16	18	8	2	22	20	4	26	17	48
94	4	28	44	9	10	59	13	45	58	18	10	37	22	22	31	26	20	6
95	4	31	35	9	13	47	13	48	40	18	13	12	22	24	58	26	22	24
96	4	34	26	9	16	34	13	51	22	18	15	47	22	27	25	26	24	42
97	4	37	17	9	19	22	13	54	4	18	18	22	22	29	52	26	27	1
98	4	40	8	9	22	9	13	56	46	18	20	57	22	32	19	26	29	19
99	4	42	58	9	24	57	13	59	28	18	23	32	22	34	46	26	31	37
100	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12	26	33	55

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	26	33	55	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39
1	26	36	12	30	17	30	33	43	23	36	54	2	39	50	2	42	32	12
2	26	38	29	30	19	38	33	45	22	36	55	52	39	51	43	42	33	45
3	26	40	46	30	21	46	33	47	21	36	57	42	39	53	24	42	35	18
4	26	43	3	30	23	54	33	49	20	36	59	32	39	55	5	42	36	51
5	26	45	20	30	26	2	33	51	18	37	1	22	39	56	46	42	38	24
6	26	47	36	30	38	10	33	53	16	37	3	12	39	58	27	42	39	57
7	26	49	54	30	30	18	33	55	14	37	5	1	40	0	8	42	41	33
8	26	52	11	30	32	26	33	57	12	37	6	50	41	1	49	42	43	3
9	26	54	27	30	34	33	33	59	10	37	8	39	40	3	30	42	44	36
10	26	56	44	30	36	40	34	1	8	37	10	28	40	5	11	42	46	9
11	26	59	1	30	38	47	34	3	6	37	12	17	40	6	52	42	47	42
12	27	1	18	30	40	54	34	5	4	37	14	6	40	8	32	42	49	15
13	27	3	34	30	43	1	34	7	2	37	15	55	40	10	12	42	50	47
14	27	5	50	30	45	8	34	9	8	37	17	44	40	10	52	42	52	10
15	27	8	6	30	47	51	34	10	58	37	19	33	40	13	32	42	53	51
16	27	10	22	30	49	22	34	12	56	37	21	22	40	15	12	42	55	23
17	27	12	38	30	51	29	34	14	54	37	23	10	40	16	52	42	56	55
18	27	14	54	30	53	36	34	16	51	37	24	58	40	18	32	42	58	37
19	27	17	10	30	55	43	34	18	48	37	26	46	40	20	12	42	59	59
20	27	19	26	30	57	50	34	20	45	37	28	34	40	21	52	43	1	31
21	27	21	42	30	59	55	34	22	42	37	30	22	40	23	32	43	3	3
22	27	23	58	31	2	2	34	24	39	37	32	10	40	25	12	43	4	35
23	27	26	13	31	4	8	34	26	36	37	33	58	40	26	52	43	6	7
24	27	28	28	31	6	14	34	28	33	37	35	46	40	28	31	43	7	39
25	27	30	43	31	8	20	34	30	30	37	37	34	40	30	10	43	9	10
26	27	32	58	31	10	26	34	32	27	37	39	22	40	31	49	43	10	41

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	27	35	13	31	12	32	34	34	24	37	41	10	40	33	28	43	12	12
28	27	37	28	31	14	38	34	36	21	37	42	58	40	35	7	43	13	43
29	27	39	43	31	16	44	34	38	17	37	44	46	40	36	46	43	15	14
30	27	41	58	31	18	49	34	40	18	37	40	53	40	38	25	43	16	45
31	27	44	13	31	20	54	34	42	9	37	48	20	40	40	4	43	18	16
32	27	46	28	31	22	59	34	44	5	37	50	7	40	41	43	43	19	47
33	27	48	43	31	25	4	34	46	1	37	51	54	40	43	22	43	21	18
34	27	50	57	31	27	9	34	47	57	37	53	41	40	45	1	43	22	49
35	27	53	11	31	29	14	34	49	53	37	55	28	40	46	40	43	24	20
36	27	55	25	31	31	19	34	51	49	37	57	15	40	48	19	43	25	51
37	27	57	39	31	33	24	34	53	45	37	59	2	40	49	59	43	27	22
38	27	59	53	31	35	29	34	55	41	38	0	49	40	51	36	43	28	53
39	28	2	7	31	37	34	34	57	36	38	2	36	40	53	14	43	30	23
40	28	4	11	31	39	39	34	59	31	38	4	25	40	54	52	43	31	53
41	28	6	35	31	41	44	35	1	26	38	6	10	40	56	30	43	33	23
42	28	8	49	31	43	48	35	3	21	38	7	56	40	58	8	43	34	53
43	28	11	3	31	45	52	35	5	16	38	9	42	40	59	46	43	36	23
44	28	1	16	31	47	56	35	7	11	38	11	28	41	1	24	43	37	53
45	28	15	29	31	50	0	35	9	6	38	13	14	41	3	2	43	39	23
46	28	17	42	31	52	4	35	11	1	38	15	0	41	4	40	43	40	53
47	28	19	55	31	54	8	35	12	56	38	16	46	41	6	18	43	42	23
48	28	22	8	31	56	12	35	14	51	38	18	32	41	7	56	43	43	53
49	28	24	21	31	58	16	35	16	46	38	20	18	41	9	33	43	45	23
50	28	26	34	32	0	20	35	18	41	38	22	4	41	11	10	43	46	53

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	28	28	47	32	2	24	35	20	35	38	23	50	41	12	47	43	48	22
52	28	31	0	32	4	27	35	22	29	38	25	35	41	14	24	43	49	51
53	28	33	13	32	6	30	35	24	23	38	27	20	41	16	1	43	51	20
54	28	35	26	32	8	33	35	26	17	38	29	5	41	17	38	43	52	49
55	28	37	39	32	10	36	35	28	11	38	30	50	41	19	15	43	54	18
56	28	39	51	32	12	39	35	30	5	38	32	38	41	20	52	43	55	47
57	28	42	3	32	14	42	35	31	59	38	34	20	41	22	29	43	57	16
58	28	44	15	32	16	45	35	33	53	38	36	5	41	24	6	43	58	45
59	28	46	27	32	18	48	35	35	47	38	37	50	41	25	43	44	0	14
60	28	48	39	32	20	51	35	37	41	38	39	35	41	27	20	44	1	43
61	28	50	51	32	22	54	35	39	35	38	41	20	41	28	57	44	3	12
62	28	53	3	32	24	57	35	41	28	38	43	5	41	30	33	44	4	41
63	28	55	15	32	26	59	35	43	21	38	44	50	41	32	9	44	6	10
64	28	57	27	32	29	1	35	45	14	38	46	35	41	33	45	44	7	39
65	28	59	39	32	31	3	35	47	7	38	48	19	41	35	21	44	9	8
66	29	1	50	32	33	5	35	49	0	38	50	3	41	36	57	44	10	36
67	29	4	1	32	35	7	35	50	53	38	51	47	41	38	33	44	12	4
68	29	6	12	32	37	9	35	52	46	38	53	31	41	40	9	44	13	32
69	29	8	23	32	39	11	35	54	39	38	55	15	41	41	45	44	15	0
70	29	10	34	32	41	13	35	56	32	38	56	59	41	43	21	44	16	28
71	29	12	45	32	43	15	35	58	26	38	58	43	41	44	57	44	17	56
72	29	14	56	32	45	17	36	0	18	39	0	27	41	46	33	44	19	24
73	29	17	7	32	47	18	36	2	10	39	2	11	41	48	9	44	20	52
74	29	19	18	32	49	19	36	4	2	39	3	55	41	49	44	44	22	20
75	29	21	29	32	51	20	36	5	54	39	5	39	41	51	19	44	23	48
76	29	23	40	32	53	21	36	7	46	39	7	23	41	52	54	44	25	16
77	29	25	50	32	55	22	36	9	38	39	9	6	41	54	29	44	26	44

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
78	29	28	0	32	57	23	36	11	30	39	10	49	41	56	4	44	28	12
79	29	30	10	32	59	24	36	13	22	39	12	32	41	57	39	44	29	40
80	29	32	20	33	1	25	36	15	14	39	14	15	41	59	14	44	31	7
81	29	34	30	33	3	26	36	17	6	39	15	58	42	0	49	44	32	34
82	29	36	40	33	5	27	36	18	58	39	17	41	42	2	24	44	34	1
83	29	38	50	33	7	28	36	20	50	39	19	24	42	3	50	44	35	28
84	29	41	0	33	9	29	36	22	42	39	21	7	42	5	34	44	36	55
85	29	43	10	33	11	29	36	24	33	39	22	50	42	7	9	44	38	22
86	29	45	19	33	13	29	36	26	24	39	24	33	42	8	44	44	39	49
87	29	47	28	33	15	29	36	28	15	39	26	16	42	10	18	44	41	16
88	29	49	37	33	17	29	36	30	6	39	27	59	42	11	52	44	42	43
89	29	51	46	33	19	29	36	31	57	39	29	41	42	13	26	44	44	10
90	29	53	55	33	21	29	36	33	48	39	31	23	42	15	0	44	45	37
91	29	56	4	33	23	29	36	35	39	39	33	5	42	16	34	44	47	4
92	29	58	13	33	25	29	36	37	30	39	34	47	42	18	8	44	48	31
93	30	0	22	33	27	29	36	39	21	39	36	29	42	19	42	44	49	58
94	30	2	31	33	29	29	36	41	12	39	38	11	42	21	16	44	51	32
95	30	4	40	33	31	29	36	43	2	39	39	53	42	22	50	44	52	50
96	30	6	49	33	33	28	36	44	52	39	41	35	42	24	24	44	54	16
97	30	8	58	33	35	27	36	46	42	39	43	17	42	25	58	44	55	42
98	30	11	6	33	37	26	36	48	32	39	44	59	42	27	32	44	57	8
99	30	13	14	33	39	25	36	50	22	39	46	41	42	29	6	44	58	34
100	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39	45	0	0

PROP

PROPOSITIO LXI.

De fundamento Sciotericorum instrumentorum.

HIs de vmbrarum rationibus sic explicatis, nihil hîc præter institutum facturi videbimur, si non minus breuem quàm vtilem & iudicandam de artificio construendi sciroterica instrumenta ex veris fontibus petitam tractationem instituamus: vt multiplicem & certè admiratione dignum vmbrarũ vsum studiosa iuuentus altius & penitius introspiciat. Explicabimus enim generale fundamentum omnium instrumẽtorum, quæ vmbris suis certas noctis & diei horas ostendunt. In primis igitur scire licet in sphæra cælesti duo circulorum genera ab artificibus esse constituta, quorum alterum maiorum scilicet totam sphæram exactè in semisses distribuit, alterum minorũ semper eandem in portiones inæquales diuidit. Sunt autem minores omnes, qui extra Aequinoctialem ad partem Septentrionis aut Meridiei constituti, & eidem æquidistantes, super mundi polis tanquam centris primi motus raptu æquabiliter circumuoluuntur. Ex his sunt duo tropici Cancri & Capricorni circuli, circulus arcticus, & omnes illi quos stellæ fixæ & Sol diurni temporis motu ab Oriente in Occidentem circumuolutæ describunt: & si motus Solis si scrupulosius rem ipsam examinemus, spiralem lineam tum à puncto Capricorni ad intersectionẽ vernam Eclipticæ & Aequatoris, tum ab eadem ad tropicam partem Cancri, & hinc digrediens aliam iterum designet. Nihil tamen obstiterit, quominus crassiore Minerua dicamus Solem tot circulos Aequatori parallelos, quot inter vtrumque punctum tropicum & Aequinoctialem dies sunt intermedij, designasse. Sed cum horum consideratio non vsque adeò ad institutum nostrum conducere videatur, ad tractationem alterius generis accedamus. Inter maiores circulos, vt nullus dignitate motus est præstantior, quàm Aequinoctialis, quem Ptolemęus ἰσημερινὸν appellat, ita ad certas temporum differentias vbique locorum distinguendas alius accommodatior eo inueniri non potest. Est autem idem circulus, vt alibi diximus, quem sol, quoties alterutrũ Aequinoctij punctum occupat, æquabili reuolutione primi motus ab Oriente in Occidentem designat, distributus ab artificibus in partes 360 æquales, quarum vnaquæque iterum in 60 scrup. secta est. Vnde consequitur, vt singulæ 15 partiũ huius circuli vbique terrarum in ascendendo 24 eius temporis partem sortiantur, in quo tota cælestis machina ad idem punctum, à quo digressa erat, reuoluitur. Atque hinc fit, vt omnibus terrarum sitibus ad distinctiones temporum exquisitissimè solus hic circulus conueniat. Hunc Aequatorem & omnes eidem parallelos, 12 eiusdem generis circuli per vtrumque mundi polum traducti, ad rectos angulos in 24 æqualia segmenta partiuntur, ita vt singuli 15 partibus maximè inter se distent. Porrò hinc consequi videmus, vt hi 12 circuli, quos Horarios appellamus quoscunque alios Aequatori non æquidistantes, nempe Horizontem, & eum, qui per verticem loci ductus ad rectos angulos Finitorem secat, in portiones omnino inæquales distribuat. Nam ex his illæ partes, quæ polis propinquiores sunt, contractiores inueniuntur, quæ verò Aequatori viciniores existunt, remotiora & distinctiora sortiuntur interualla. Atque ita necessarium est, vt in planis superficiebus, quæ Horizonte aut verticali circulo ęquidistant, designationes æqualium temporum inæquales distantias comprehendant. Sed quo rem ipsam, quæ sine instrumentorum inspectione satis obscura videtur, faciliùs assequaris, fingas te sub Aequatore in rectæ sphæræ situ consistere, vbi vterque mundi polus exactè ipsum occupat Horizontem, & circulus verticalis in eodem cum Aequinoctiali plano conspicitur. Atque hîc imagineris semicirculum Meridianum designare horã 12 exactè, & semicirculum Ho-

rizontis inter Meridianum, & Orientem interceptum indicem esse horę 6 matutinæ, & alterum semicirculum inter Meridianum & Occidentem cōclusum horæ 6 vespertinæ. Iterum fingas circulum per mundi polos ductum, cuius semissis inter Orientem & Meridiem ad 15 partes supra Finitorem eleuatur, qui indicabit horam 7 matutinā. ab hoc sursum imaginatione versus Meridianū conscendas, & quatuor alios circulos per eosdem polos procedentes æqualibus interuallis, nimirum 15 graduum inter se distantes, effingas. Ex his proximus erit horæ 8 matutinę, secundus 9, tertius 10, quartus 11 index, & hinc proximè circulum Meridianum attinges: eodem modo circulos 5 à Meridiano versus Occidentem descendentes excogitabis. His ita constitutis, si obseruaueris totam solis reuolutionem, quæ absoluetur à semicirculo Orientali, nimirum horæ sextæ per omnes intermedios vsq; ad semicirculum Horizontis Occidentalem: manifestè videbis, quomodo secundus semicirculus ab Orientali, cum in eo Sol fuerit, vmbram longißimè extendat in Occidentem, tertius minus, quartus adhuc propinquius, & sic deinceps vsq; ad semicirculum Meridianum, in quo Sol constitutus, ad perpendiculum in terræ superficiem proijcit vmbram. Nec dißimilis est ratio pomeridiani temporis: Nam omnes semicirculorum vmbræ eodem modo in Oriētem extenduntur, & primò quidem vmbrarum distantiæ minores, deinde paulatim maiores fieri conspiciuntur. Cum autem hi circuli sola imaginatione constent, ipsorum loco axis cōstituitur, qui extensus in vtrunq; mundi polum cum prædictis circulis excurrit, & easdem vice illorum vmbras efficit, quia cum singulis eorum planam superficiem constituit. His rectè intellectis, constituamus 12 semicirculos horarios, vnà cum altero polorum supra Horizontem eleuari, ita vt semicirculus horę 6 ab altero semicirculo Horizontis disiungatur, id quod vbiq; locorum euenire necessarium est, vbi polus supra Finitorem attollitur, & tantùm Aequatoris superficies etiam à vertice deflectit, & quadrans alter horæ matutinæ vnà cum polo eleuatur, alter cum antarctico infra Horizontem deprimitur, ac tres semicirculi in Oriente sese intersecant, nimirum circulus Aequinoctialis, Horizon, & semicirculus horæ sextæ matutinæ. Quicunq; hęc assequi potest, facilimè etiam intelliget, cur ęstatis tempore, quando Sol ab Aequatore in Septentrionem digreditur, citius ipse attingat Horizontem, quàm semicirculi horæ sextæ quadrantem, & è conuerso hyemis tempore, cum in Austrum deflectit, cur prius quartam circuli horæ sextæ, quàm Orientalem Horizontis partem occupet: vnde dierum artificialium quantitates hic diminui, illic incremēta sumere videmus. Vt autem industrius lector aliquanto faciliùs hæc percipiat, sequentem figuram adiecimus. Ducatur ex l cētro meridianus k c e g, sit Aequator d l h, obliquus Horizon k l c, polus arcticus supra Horizontem eleuatus b, antarcticus f. circulus verticalis e l g, in Horizōtis l puncto cum Aequatore, & horario circulo b l f cōcurrens. reliqua ex figura quilibet per se facilè intelliget. Noueris etiā sub Aequatore lineas horarias omnes esse parallelas, cū axis mundi terræ superficiei sit parallelus, sed extra situm Aequatoris, vbi axis in Septentrionem eleuatur, lineæ horariæ sensim disiunguntur, & vbi stylus sub Aequatore, hoc est, in linea horæ sextæ infigitur terræ, concurrunt versus Austrum. Præterea scire licet sub tribus hisce circulis, nimirum Horizonte, Aequinoctiali & eo, qui per verticem transit, fingi quasdam planas superficies ab ipsis circulis exquisitè comprehensas & circūdatas, quæ non secus à 12 horarijs circulis in 12



partes

partes diuiduntur, quàm circumferentiæ, quibus circumscribuntur. Nam plana superficies ab Aequinoctiali comprehensa vnà cum extrema circumferentia similes & æquales sortitur distributiones. Eodem modo cum circumferentia Horizontis in segmenta inter se valde inæqualia secetur, etiam plana superficies, quam includit, inæquales diuisiones suscipit. Idem etiam de plana superficie, quæ ad rectos angulos in Horizonte erecta, Septentrioni vel Austro recta opponitur, intelligendum, cum easdem sectiones habeat, quas circulus verticalis, qui in exortu & occasu Aequatoris πρὸς ὀρθὰς Horizontem secat. Hinc manifestum est, Scioptericon instrumentum exquisitè ad eleuationem Aequinoctialis erectum, hoc est cuius plana superficies tantum ab Austrina parte attollitur, quantum Aequinoctialis supra Horizontem, pro singulis horarum distinctionibus designationes æqualibus distantes interuallis habere. Etenim huiusce modi circulus in instrumento, si modò ad exquisitam altitudinem fuerit eleuatus, & Meridianæ lineæ concinnè accommodatus, in plana Aequinoctialis superficie decumbit. Et hic licet animaduertere, vt imagineris polum esse in vertice, & Aequinoctialem circulum esse eundem cum Horizonte, ita vt quemadmodum Aequator ab horarijs circulis diuiditur in 24 partes æquales, hic circulus Horizontis in easdem distribuatur, & in hoc situ 24 horariorũ circulorum quadrantes supra terram eminẽt, ex signo quidem verticis omnes vt centro procedentes, & in 24 sectiones horarias Aequatoris desinentes. Nam axis mundi perpendiculariter ex centro Horizontis & Aequinoctialis egrediens in signum verticis, siue poli excurrit: vnde necesse est ibi distinctiones horarum in superficie terræ, cum lineæ horariæ ducantur secundum diuisiones Aequatoris, idem cum Horizonte planum occupantis, inter se omnino æquales esse. At Sciotericon Horizontis obliqui, cuius axis non πρὸς ὀρθὰς in eius superficie erigitur, nec eidem æquidistat, quodq́ nulla sui parte ad Horizontem inclinatur, sed exquisitè in eiusdem superficie conquiescit, aut eidem æquidistat, inæquales vnà cum ipso Horizontis circulo distributiones horarum suscipit. Necessarium est enim, vt horarum declinationes ad Aquilonem & Austrum strictiora habeãt interualla, quàm ad Orientem vel Occidentem, idq́ in omnibus climatibus, vbi ad rectos angulos Horizontem non intersecat Aequator, nec vterq́ horum in eadem plana superficie cõsistit, vt sub ipsis polis nunc fieri diximus. Vbi verò dicti circuli sese πρὸς ὀρθὰς intersecant, ibi hora sexta in ipsius terræ superficie maximum occupat spaciũ, & horarum discrimina continuis decrementis vsq́ ad Meridianum minora fiunt. Extra Aequatorem verò horarum discrimina paulatim fiunt contractiora, & lineæ ad communem punctum, ex quo axis educitur, cõcurrunt, interuallum tamẽ vtriusq́ horæ, quæ sextam præcedit, & cõsequitur reliquis interuallis vmbrarum metas ad reliquas horas cõcludentibus longè maius existit. Insuper Sciotericon perpendiculare, quod exquisitè ortum & occasum Aequatoris spectat, eadem sortitur temporum discrimina, quæ circulus verticalis, nimirum vt superiùs & inferiùs longè sint angustiora, quàm ex aduerso Orientis & Occidentis: & quantò circulus hic remotius ab Aequatore in Septentrionem deflectit, tantò sunt horarum interstitia, quæ Meridiei propinquiores sunt, arctiora, cum è conuerso discrimina horarum matutinarum & vespertinarum maxima sumant incrementa, adeò vt sub eleuatione poli 70 partium designationes horarum quintæ & sextæ duplò ferè aut triplò maius interuallum comprehendãt, quàm eædem in Aequatore intercipiant. Id quod non aliunde contingit, quàm quòd circulus verticalis ab Aequatoris plana superficie longiùs declinat, vt necesse sit Quadrantes horarios ex parte Meridiei in verticali circulo minora segmenta, quàm in Aequatore concludere. Sed in mutuis intersectionibus Aequatoris

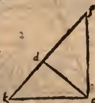
& verticalis circuli,quę in ea Horizontis parte fiunt,vbi linea horę sextę notatur,horarum intercapedines non magno discrimine differunt, nisi statim post lineam horæ septimæ,vbi vtriusq; superficies longius disiunguntur, ac horarũ distantiæ in verticali circulo signatæ paulatim contrahuntur, & minores ijs fiunt,quæ è regione in Aequatore signantur. Vulgares instrumentorum constructores & opifices hæc fundamenta prorsus ignorant,nec fontes huius doctrinæ ex Astronomia inquirunt, tantùm ex præscriptis regulis & præceptis dependentes,sed propter industrios lectores hæc præmisimus, quibus bene intellectis,non erit difficile infinitas varietates, quæ in Sciotericis instrumentis excogitari possunt, ex veris principijs & demonstrationibus extruere. In summa totum Sciotericorum fundamentum consistit præcipuè in ratione inæqualium sectionum verticalis & Horizontis circuli, quas efficiunt 12 æqualium horarum circuli,qui Aequinoctialem in superiori hemisphærio in 12 æquales portiones diuidunt. Quare sub Aequinoctiali circulo, vbi superficies verticalis & Aequatoris in eodem plano consistunt,vmbrarum lineæ æqualia tempora designantes,æqualibus etiam spacijs dirimuntur, cum è contra in horarijs Horizonti æquidistantibus,in quibus vtriusq; horæ sextę semicirculi cũ ipso coincidunt Horizonte,maximæ sint interuallorum differentiæ. Nam ibi axis,qui horas ostendit πρὸς ὀρθὰς planę superficiei Meridiem exquisitè respicienti infigitur,& quę per centrum circuli procedit linea, terrę plano parallela,vtramq; horam sextam nimirum matutinam & vespertinam designat. Quæ verò hanc ad rectos angulos secat,ad perpendiculum in terram tendens,horę 12 vicem gerit:reliqua deinceps æqualium temporum spacia, quę sunt inter 6 & 12 exactè sunt inter se æqualia. Memineris hic interim in superficie ad Austrum erecta nullas vmbras, quę horarum discrimina patefacere possint,notari,quamdiu Sol ab Aequatore in Septentrionem declinat, nec vicissim in Septentrionali superficie, dum Sol in Austrina parte commoratur, aliquas distingui posse.Non aliter iudicabis de superficiebus in nostris regionibus, & omnibus alijs extra sphęrę rectę situm constitutis,ad eleuationem Aequatoris erectis.Contrarium eius quod anteà diximus,sub vtroq; polo euenire necessarium est,vbi Horizon ab Aequatore non differt,sed vterq; vnum & idem planum concludit,& verticalis ab Aequatore remotissimè distat,ita vt Horizontem & omnes eidem ęquidistantes superficies horarij circuli in 24 æqualia segmenta partiantur,verticalem verò in maximè inæqualia. Hinc non erit difficile cuiuis ęstimare & ratiocinari, quomodo in omni Horizonte, tam recto quàm obliquo ęqualium horarum lineę mutuas intersectiones cum 12 horarijs circulis contingant,siue 24 semicirculis,qui Aequatoris superficiem in totidem æquales partes distribuũt.In superficiebus terrę ad perpendiculum insistentibus,& in Austrum cõuersis eędem horarum lineę extensę simili modo ad mutuos contactus verticalium & prędictorũ horariorum excurrunt. Subiecimus hic exemplar scioterici verticalis,in quo licet animaduertere vmbras paulatim ab hora 6 ex Occidente,donec Sol 12 horam attingat,in Meridiem per inferiorem semicirculum circumferri, & hinc Sole in Occidentem descẽdente,vmbras in Orientẽ ascendere.Ex eodem ratio sectionum & tẽporum distantię apparent. Cæterùm hic nouerint discentes,alijs etiam instrumẽtis,vt quadrantibus,



quadrantibus,cylindris,alijsq; viatorijs pensilibus,quibus officio perpendicu li ex obseruata Solis altitudine horæ deprehenduntur,opificum vulgus vti. In his maximè rationem habemus ascensionum oppositorum signorum & partium supra Horizontem. Verùm hæc non possunt esse tam vsui accommodata,nec tanta certitudine tempora distinguere, quàm quæ in plana aut verticali superficie designantur,cùm à 10 ad 12,& hinc iterum ad secundam horam Solis ascensiones & descensiones non tam euidenti discrimine differant. Et rectè hoc considerauit Munsterus,quo nemo accuratiùs doctrinam de Sciotericis instrumentis pertractauit, horarium illud, quod vulgò Cōpassum appellatur, habens lineę meridianæ indicem magnetinū nobilitate & vsus cōmoditate omnes cylindros,anulos,quadrata,& quadrātes præcellere,in quibus tantùm ex altitudine Solis non ex remotione aut digreßione eius ab Oriente horaria tēpora obseruātur. Diximus aūt superiùs,quomodo veteres ad obseruationes temporum Gnomonica doctrina vsi sunt,verùm recentiores artifices eodem gnomone longè cōmodiori ratione vtūtur. Cōstituunt enim ipsum inuersum ad angulum mediæ noctis,catheto in Austrum extenso, quem Vitruuius per vmbram in Septentrionem conuertit:ita vt ὑποτείνουσα axis locum subeat, basi & catheto gnomonem cōstituentibus. Ex hoc semidiametros circulorum Aequatoris,verticalis & Horizontis certa ratione commensuratas,lineas contingentiæ,horarum distributiones,& id genus alia Sciotericorum designationes necessaria hoc artificio inquirunt artifices,vt ante omnia harū rerū demonstrationes Mathematicas veras causas,& fundamenta diligentißimè perspiciant.

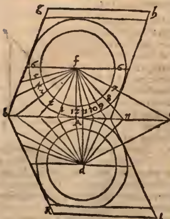
PROPOSITIO LXII.

Quomodo ex trigono orthogonio horaria tam uerticalia,quàm terræ parallela construantur.



SIt trigonus ὀρθογώνιος f k c, cuius f c latus est in plano verticali πρὸς ὀρθὰς in terram ductū,k c in superficie Horizontis,aut eidem æquidistante, quæ duo rectumangulum f c k cōprehendunt, c d sit in Aequinoctiali superficie. In plano tantùm duas superficies f c & c k repræsentare possumus, sed superficies d c & f k minimè. Porrò illæ superficies in quibus sunt f c & k c cōtinent duos horarū circulos non tamen perfectos, quorum dimetientes nusquam terrarum sunt æquales, nisi tantùm in illis parallelis, vbi polus supra Horizontem 45 partibus eleuatur. Vnde consequitur æquinoctialem eandem eleuationem obtinere,vt necesse sit tam planum,quàm verticale sciotericon eandem descriptionis & cōstructionis rationē sortiri. Vterq; enim acutorum angulorum in triangulo est ęqualis, nimirum 45 part. In alijs autem locis, vbi altitudo poli excedit altitudinem Aequatoris,sicut in tota est Germania,semidiameter verticalis scioterici,pro ratione maior est semidiametro Horizontalis. Atq; huiusmodi semidiametrorum quātitas facilè hac ratione inueniri potest,si in circuli Quadrante infimo loco sursum numerata poli eleuatione ad idem punctum ex centro semidiametrum eduxeris, quæ hypotemisæ vicem sustineat,& super Quadrātis semidiametrum perpendicularem erexeris, quæ cum hypotemisa & basi triangulum rectangulum constituas quemadmodum ex figura Gnomonis satis euidenter innotescit. Maximum huius trianguli latus,quod hypotemisam appellamus,in omnibus hisce instrumentis axis,siue indicis horarum locum occupat. Quādo verò in superficiem Aequinoctialem axis ad rectos angulos incidat, non erit difficile semidiame-

trum Aequatoris inuenire, si in constituto triangulo ex hypotemisa orthogonie in rectum angulum lineam dimiseris, vbi vterque semidiameter nimirum verticalis & Horizontis ad angulum rectũ conueniunt. His ita cõsideratis, ex tribus semidiametris tres circulos designabimus, vnum in superficie perpendiculari, alterum in plana basi pro Horizontali Scioterico. Hos per tertium interpositum, nimirum Aequatorem in partes 24 æquales sectum, in partes inæquales diuidemus in hunc modum. Duę superficies exquisitè planæ, quarum altera sit verticalis, altera Horizontis circuli, ad rectum angulum exactè coniungantur, in quibus etiam ad rectum angulum concurrentes lineæ ducantur, ad quantitatem semidiametrorum verticalis & Horizontis, & fines harum linearum per aliam, quæ Hypotemisæ axis, & indicis horarum officio fungatur, connectantur. Dehinc ex centro recti anguli in hypotemisam πρὸς ὀρθὰς extendatur linea, quę superficiem Aequinoctialis circuli repræsentet. Vt autem res euidentius intelligatur, schema sequens adiecimus. Sint duæ superficies g h b n & k l b n, in linea b c ad rectum angulum a coniunctæ, circulus verticalis f a 6, ex f centro designatus, a d k Horizontis circulus ex d centro ad quantitatem d a circumductus, & f a πρὸς ὀρθὰς in terram sine a incidant. Connectantur nunc recta linea f & d fines siue centra, quæ vicem gerit axis siue horarum indicis, tam in verticali, quàm plana superficie. In hanc ex angulo f a d πρὸς ὀρθὰς excurrat alia linea a e, quæ repræsentabit semidiametrum Aequatoris, ad cuius magnitudinem inter duas constitutas superficies ducatur tertius circulus, qui dicetur Aequinoctialis in eodem plano, cum b e linea consistens, quæ ab artificibus vocatur linea contingentiæ. Nam non solùm tres planæ superficies in hac conueniunt, sed etiam tres circuli in ipsis superficiebus descripti, hanc in puncto a contingunt. His constitutis, secabimus Aequinoctialem circulum in 24 æqualia segmenta: nam tot sunt diei naturalis horæ, & erit a e linea horæ 12, quemadmodum f a in circulo verticali, & d a in Horizõte eandem designant. Hic obseruandum est, quemadmodum in linea contingentiæ ad punctum a ex centris trium circulorum horę 12 lineę concurrunt: ita etiã reliquarum omnium horarum correspondentes lineas ex ijsdem cẽtris in eadem linea contingentię ad easdem partes conuenire. Sequitur deinceps, vt ex e centro Aequinoctialis per singula semicirculi sectionum puncta in lineam cõtingentię b c rectas educamus, quarum contactibus cum b c diligenter notatis, ad eosdem ex verticalis circuli f centro rectę lineę extendantur, & obseruatis in circumferentia partibus, per quas hę lineę productæ sunt, Horariũ verticale omnibus



numeris absolutum habebis. Eodem artificio Sciotericon planum, siue Horizontale conficiendum est, vt eductis videlicet ex centro Horizontis d ad mutuos contactus linearum Aequatoris & cõtingentię rectis, quas circumferentiæ Horizontis partes hę transeant, annotes. Atq; ex his initijs rationem con-

structionis

ſtructionis ſequentiũ Sciotericorũ, quę infrà deſcribemus, ad vnguem intelliges. Nec ſilentio prętereũdum eſt, quòd centrũ verticalis circuli, vbi locus eſt ſtyli, ſiue horarũ indicis, reprę̨ſentet nobis polum Septentrionalem, in quē 12 Horarij circuli concurrunt: vnde ſequitur, vt omnes horarũ lineę in hoc cētro tanquam in polo conueniant. Eodem modo centrum Horizōtis refert polum antarcticũ, in quo eſt punctũ ſecundi Horariorũ circulorum concurſus, vt etiã in idem centrũ Horarias lineas cōfluere ſit neceſſe. Cęterùm in cōcauis & connexis ſuperficiebus nulla lineę cōtingentię, aut Horariarum linearum dimenſione opus eſt, cùm hîc ipſiſsima cęli figura, vnà cum 12 circulis Aequatorē in ęquales portiones ſecantibus, & in loco ſtyli, vbi eſt polus antarcticus, conuenientibus exquiſitiſsimè exprimatur, id quod in ſphęra materiali vix euidentius cōtemplari poſsis. Quod autem planorũ Sciotericorum deſcriptiones in eadem cum Aequatore fiant ſuperficie fortaſſe aliquibus ſcrupulum inijceret, cum ſuperius dixerimus Aequatorem intra ſuperficies verticales, & Horizontis cōſtitutum eſſe, verùm quantũ ad conſtructionis rationem attinet, nullam ea res differentiã pariet. Nam ſiue Aequatorem ad iuſtam altitudinem eleues, ſiue in eandem planam ſuperficiem inclines, eundem ſcopum attinges, cum lineæ Horariæ ad eaſdem partes lineę contingentię ęquè concurrant. Atq; hoc euidentiſsimè videre licet, ſi chartam ex parte Aequinoctialis ita eleuaueris, vt interim à linea contingentię non remoueatur. Hactenus de veris demonſtrationibus & fundamentis, quibus inſtrumentorum Sciotericorum doctrina innititur, ſatis perſpicuè & copioſè tractaſſe mihi videor: ſequitur nunc vt deinceps de ipſa praxi, quantum præſens inſtitutum requirere videatur, aliquid explicemus.

PROPOSITIO LXIII.

Ratio inueniendi ſemidiametros Sciotericorum.

PRimùm omnium ad conſtructionem Sciotericorum requiritur exquiſitiſsima inuẽtio ſemidiametrorum, ad quarum magnitudinem circuli ſunt ducendi, quibus inuentis vel minimo negocio tota res expediri poteſt. Inueniuntur autem hoc modo. In plana ſuperficie deſignetur circuli quadrans f g k, cuius a k latus ſit baſis, & f a latus ipſi ad rectum angulum incidat. Hunc Quadrantem in 90 partes æquales accuratè partiaris, & à puncto k verſus f eleuationem Aequinoctialis ſupra Horizontem, aut quod eodem recidit, ab f puncto deorſum numeres altitudinem poli ſupra eundem locum, finem huius circũferentiæ ſignes puncto g ad quem ex a centro reducas ſemidiametrum a g, quæ repræſentat nobis Aequatoris ſuperficiem. Hanc ſemidiametrum πρὸς ὀρθὰς ſecet alia recta in quocunque puncto volueris, quod hîc ſit t, quæ vtrunq; extenſa contingat f a in ſigno d, & k a in b. Habes hîc iam ſemediametrum verticalis circuli d a, & Horizontis b a. Hîc autem obſeruandum eſt, quòd pro ratione quantitatis inſtrumentorum, quæ conficere volueris, liceat axim b d, ad alias atque alias partes ipſius g a transferre, modò operam dederis, vt ſemper axis Aequinoctialis lineam g a ad rectos angulos diſpeſcat. Reſpondet autem k f Quadrans quartæ circuli Meridiani in Auſtrum



conuersę, vt f sit signum verticale, k Horizontis, & circumferentia f g regionis latitudini respondeat, & k g Aequinoctialis eleuationi.

PROPOSITIO LXIIII.

Alia ratio inueniendi horariorum dimetientes ex perspecta poli altitudine.

HIc modus etiam non minus facilè quàm certo docet nos inuentionem dimetientium horariorum, siue plana, siue verticalia, pendula, aut inclinata fuerint. Et quo rem ipsam statim aggrediamur, in dato plano ducatur circulus c d f g ex b cētro, quem duabus diametris d f & c g ad rectos angulos sese intersecantibus in quatuor æquales quadrantes diuidas, ex quibus vnū nimirum c d in 90 partes more Astronomico partiaris. Et obseruata poli altitudine eandem in circumferētia d c ex d signo versus c numeratam charactere l notes, & ex centro b ad datum punctum l recta producatur b l. Præterea datæ circumferentię d l ęqualis excipiatur d h in Quadrante d g, & signa l h per rectam l k h lineā connectantur. Atq; hęc in pūcto k à semediametro d b bifariam secetur. Igitur per 3 tertij Elementorum Euclidis, etiam ad rectos angulos diuiditur, ita vt l k perpendicularis sit ipsi d b, & triangulus l k b rectangulus. Hinc consequitur, vt circulus d c f g repræsentet nobis Meridianum, & Quadrans d c quartam eius Septentrionalem, & b centrum mundi, recta d f Horizontem, c g circulum verticalem Meridiano πρὸς ὀρθὰς incidentem. Porrò trigoni l k b perpendicularis l k est sinus rectus, siue media linea duplam polaris altitudinis circumferentiam subtendens, & basis k b sinus arcus complementi, nimirum l c, quod semper est æquale ipsius Aequatoris supra Horizontem altitudini. Hypotemisa l b ex l mundi polo in b centrum progrediens axem eiusdem refert, cuius vmbra in ijs horarijs, quæ ex triangulo l k b construūtur, tempora distinguit. Nunc autem datę rectę lineę l k æqualis constituatur in semidiametro b c, quę sit b p, & ex puncto k in punctum p recta linea extendatur k p, secans l b in signo n. Quare per quartam primi Elementorum Euclidis triangulus k b p ęqualis, & similis triāgulo l k b. Pręterea ex signo l in hypotemisam k p gnomonis officio ducatur perpendicularis l m, & recta n b bifariam in o signo secetur, & interuallo n o ex centro m designetur circulus n o p. Iam obseruandum est hunc circulum, officium & vsum Aequinoctialis horarij præstare posse, quod scire operæpretium est ad constructionem quorundam propendentium & lateralium sciotericorum, quæ ex hoc instrumento fabrefiunt. Cum igitur semidiameter p q rectam k p πρὸς ὀρθὰς secet, sequitur circulum q o p in quatuor quadrantes exactè diuisum esse, cuius circuli semidiameter ex eiusdem centro educendi catheti, horarium indicis magnitudinem ostendit. Exemplum pręcedens, quod latitudini Coloniensi conuenit, hic repetiuimus. Idem de similibus iudicium esto.

PROPOSITIO LXV.

Tertius modus inueniendi semidiametros Horariorum.

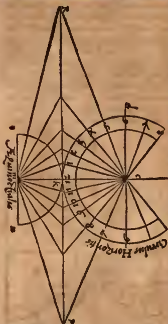
TErtius modus, quo inueniuntur semidiametri horariorum planorum verticalium, & Aequinoctialium, est talis. In plana superficie ducitur oblonga linea, vt est in hoc schemate r s, quam in c signo secet altera orthogonalis c k, & e k centro ad quantitatem k d, designatur semicirculus m d n, quem ducta dimetiente m k n, quæ ipsi r d s sit parallela, concludas. Deinde quadrantem m d initio sumpto à d signo in nonaginta partes æquales distribuas, quo facto à puncto d versus m numerabis altitudinem poli arctici supra locum constitutum, aut eleuationem Aequinoctialis ab m versus d (nam vtraque circumferentia in eandem partem desinit) & per finem ex k centro rectam in r d s lineam extendes, & partem vtriusque contactus o signo notabis. Præterea fixo circini pede in m signo, & altero extenso in centrum k, in linea k o propè punctum o intersectionem aut notam facias, quam charactere p signabis. Habes hic iam constitutam totam diametrũ Aequatoris, quæ est k p. Descripto igitur ad quantitatem semissis p k lineæ semicirculo g d f in recta c k, secabis eundem in 12 partes æquales, & per puncta sectionum in rectam r s lineas deduces, tum erit m d n semicirculus Horizontalis horarij, ex cuius k centro ad singulos contactus linearum Aequinoctialium & r s rectæ horarias lineas extendes. Vt etiam conficias horarium verticale, collocabis fixum circini pedem in signo d, & alterum in k, & intersectionem eodem modo, vt paulò ante in r s p signo notabis, & iterum secũdum magnitudinem semissis k p semicirculũ Aequinoctialem g d f describes, reliqua iuxta rationem anteà præscriptam absolues.

PROPOSITIO LXVI.

Constructio Horarij plani.

HActenus quantum ad demonstrationes, & solidam cognitionem doctrinæ de omnibus Sciotericis instrumentis consequendam attinet, satis copiosè & perspicuè tractauimus: sequitur vt praxin & eorundem constructionem hic deinceps explicemus. Vt autem exordiamur à ratione structuræ sciot erici plani, scire licet horarium in plano describere, nihil aliud esse, quàm Aequinoctialis æquales horarum distinctiones in superficiem planam Horizonti æquidistantem transferre, id quod hac ratione licet expedire. In plana superficie, cuius longitudo triplo ferè sit maior latitudine, ducatur recta linea r p, quæ bifariam secetur in k signo, quo facto, alia hanc ad rectos angulos in formam crucis dispescat, quæ sit m e. In hac ab vtraque parte semicirculus describatur, quorum alter vicem subit Aequatoris, alter Horizontis. Ex antegressis propositionibus horum semicirculorum dimetientes inueniendæ sunt: nam semidiameter Aequatoris ex quadrante sumatur iuxta quantitatẽ t a, & lineæ

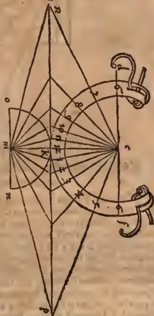
Horizontis ad ipsius b a magnitudinem. Hos semicirculos concludes duabus lineis ipsi r p æquidistantibus, quæ sunt o n & d f. Igitur linea transuersa in c duos hosce semicirculos in quatuor quadrãtes secat. Sciotericon Horizontis sub eleuatione poli 51 partium, 30 scrup. Notetur autem cẽtrum Aequinoctialis circuli charactere m, & centrum Horizontis c. His constitutis circumferẽtiam Aequinoctialis semicirculi in 12 æqualia segmenta partiaris, & ex centro m per singularum sectionum pũcta officio regulę aut gnomonis rectas lineas in ipsam r p deducas, & punctis contactuum suis signis notatis, etiam ex centro Horizontis c ad eadem puncta in linea r p rectas designabis, & si nunc obseruaueris in quibus punctis hæ lineæ circumferentiam Horizontis secuerint, facilè horarum interualla in circulo Horizõtis apparebunt. Erit igitur linea k c horæ 12 scilicet cum Sol est in Meridie, c f horæ 6 matutinæ, d c eiusdem horæ vespertinæ, reliquæ intermediæ suas denominationes à punctis contactuum eadem ratione sortiũtur; nam in Quadrante d k proxima lineæ meridianæ c k designabit horam primam, sequẽs secundam, & sic deinceps. Quando verò vnum Horizontis circuli semissem hoc modo in spatia horarum distinxeris, alteram etiam in similes circumferentias secabis, productis nimirum semidiametris, aut singulis horarum lineis per centrum in opposita puncta, quæ easdem appellationes consequuntur, quamuis in nostris regionibus, quæ sub altitudine 48 49 50, aut 51 partium constitutæ sunt, non opus sit vltra duas horas, scilicet 5 & quartam in altero semisse designare. Sed in Scotia & Nouergia, vbi polus arcticus supra Horizontem eleuatur 55 partibus, etiam hora tertia matutina, & nona vespertina æstatis tempore vmbrę conspiciuntur. Quòd si iterum cupias horas integras diuidere in scrupulos siue temporis minuta, singulas circuli Aequatoris partes in 60 minuta distribues, & eodem modo ex m centro per sectionum puncta in r p lineam rectas extendes, reliqua deinceps hîc, vt conscripsimus, absolues. Tandem ad totius instrumẽti complementum stylum ex ligno aut metallo satis crassum & firmum, ne facilè inflectatur, eo artificio c centro infigas, vt æquabiliter à d & f punctis distet, & tantum eleuetur supra lineam Meridiei c k, quantum in figura Quadrantis d a linea distat ab a d, scilicet vt stylus sit in loco axis mundi, & fines extensi in vtrumque polum excurrant. Instrumento in hunc modum constructo, superest vt exquisitè adminiculo compassi, aut inuentione lineæ Meridianæ, quam in vestibulo huius operis descripsimus, linea horæ 12 Meridiano æquidistet operam demus.



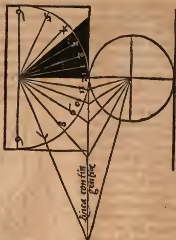
PROPOSITIO LXVII.

Structura Horarij in superficie uerticali.

Quod in superficie verticali describitur scioterricon, ita vt Meridiem aut Septentrionem exactè respiciat, non aliam habet compositionis rationem ab Horizontali, nisi quod semidiameter circuli maioris constituatur ex figura ad quantitatem a d catheti, & horarum numerus diuersa ratione inscribatur, & d signum locum occasus Aequatoris, f eiusdem exortum respiciat, si ad Austrum instrumentum conuersum fuerit, & k in centrum terræ extensa decurrat. Ex quo sequitur k c esse catheton, siue ad perpendiculum in terræ superficiem descendere, & stylum c centro infixum, qui æqualiter ab f & d remouetur, tantum à catheto c k distare, quãtum in figura Quadrantis a t distat ab ipsa a b basi. Nam semper hoc in collocatione styli diligentissimè est obseruandum, cum axis mundi locũ subire debeat, vt extremitates recta in polos tendant. Ac considerandum est in huiuscemodi instrumento, tantùm 12 horas inseri bi, quia omnis superficies ad perpendiculum erecta, tantùm à Sole irradiatur ad quantitatem semicirculi, qui cõtinet tempus 12 horarum, licet vmbra vtriusq; horæ sextæ tam matutinæ quàm vespertinę, difficillimè possint apparere. Hunc defectum facillimè supplere licet, vt omnes etiam maximi diei horas numerare posis, si in duabus oppositis superficiebus, quarum altera verum Septentrionem, altera verum Meridiẽ spectet, duo eiusdem generis horaria depinxeris. Si igitur in superficie polum arcticum spectante scioterricon d k f designetur, k in punctum verticale signum tendet, c in ipsum terrę centrum, & styli extremitas in polum mundi arcticum, ita vt à puncto verticali tãtum distet, quantum altera extremitas, quæ est in superficie Meridionali ab opposito verticis puncto remouetur. Nam si vnus stylus in vtraq; superficie, tam Austrũ, quàm Septentrionem spectante horarum fuerit index, necessarium est ibi, vt axis mundi locum subeat. Quare si tenuem aliquam laminam, in cuius vtraq; superficie horarium verticale sit designatum, ad perpendiculum erexeris, & ferreum stylum iuxta eleuationem poli per centrum transmiseris, omnium horarum indicem habebis. Memineris tamen in superficie Septentrionali, vltra quatuor horas in nostro climate, nimirum primas duas matutinas, & vltimas vespertinas designari non debere, quæ spacium non aliud occupant, quàm 6 & 7 matutina, ita 5 ac 6 vespertina, eodem modo, quo in horario plano temporum spatia circini officio, vltra 6 horam transferuntur.



Sequitur alia figura ex Horontio, quæ idem ostendit, quod superior, cui triangulus gnomonis loco est impositus.

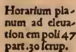


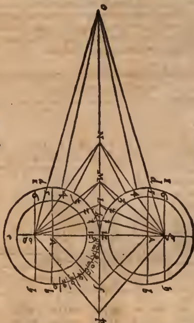
PROPOSITIO LXVIII.

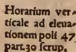
Vtrumque præcedentium Horariorum aliter, quam paulò ante constitutum est, absoluere.

HOrontius Fineus Delphinas vtrumque præcedentium Horariorum alia quadam ratione non minus tamen artificiosa, quàm superior sit, conficere docuit, quam si cui libet varietatis causa cognoscere, hic in promptu habere potest. In dato verticali, aut Horizontali plano designatur circulus horarius, aut Aequator b c d e ex a centro, quem duabus dimetientibus b d & c e in a centro sese ad rectos angulos secantibus in quatuor quadrantes diuidas: quarum dimetientium c e in recta linea Meridiani collocetur, vt exactè repræsentet horam 12. Dehinc b c Quadrantem in 90 partes æquales, & c d in 6, partiaris & per datum e signum, ducito lineam contingentiæ c f, quæ sit b d parallela, atque in c signo, cum c e rectos efficiat angulos. Insuper in Quadrante b c à signo b versus c supra locum constitutum poli altitudinem in vsum Horarij plani numerabis, sed in vsum verticalis poli complementũ. Per finem huius circumferentiæ ex a centro rectam & obscuram lineam a f produces vsque in datam contingentiæ lineam, quarum contactus notetur f signo. Porrò datæ rectæ a f constituas æqualem in Meridiana c e, à signo quidem c versus e, quæ sit c g, erit autem g centrum, & erecta c g diameter futuri instrumenti. Quare per datum g centrum ducito parallelam d b, quę sit h i, hęc initium horæ 6 matutinæ, & finem 6 vespertinæ ostendet. Reliquas horarum lineas describes hoc modo. Ex a centro per singulas sectiones Quadrantis c d duces obscuras lineas, quæ transuersam c f in signis k l m n o contingant, & ad eadem contactuum signa ex g centro lineas apparentes extendes, quæ vnà cum Meridiana c g, & vtriusque horæ 6 H 1 6 pomeridianarum horarum interualla

interualla distinguunt, quorum adminiculo reliquarum horarum distinctiones, prout aliæ alijs responderint, non secus annotabis, quàm supra admonuimus. Superest tandem, vt conuenientem horarum indicem, scilicet triãgulum


Horarium planum ad eleuationem poli 47 part. 30 scrup.




Horarium verticale ad eleuationem poli 47 part. 30 scrup.

c g p, aut stylum ipsi g p æqualem, qui sit instar axis mundi in hoc instrumento erigas. Tum recta a c, quæ est semidiameter horarij verticalis, ostẽdit quantum in Horizontali eleuari debeat trianguli perpendicularis & Horizontalis semidiameter, siue recta c a, & quãtum versa vice prominere debeat ipsa perpendicularis in verticalibus instrumentis. Reliqua iuxta præcedentium traditionem absoluuntur.

PROPOSITIO LXIX.

Ratio constructionis Horarij plani ex tabulis.

IN data plana superficie iustę magnitudinis circulum designabis, quẽ ducta per centrum dimetiente, in semisses distribues, quorum alterã, cui horarias lineas inscribere volueris, bifariã seces. & à puncto sectionis rectam in centrũ extendas, quæ horę 12 vmbrã suscipiet: hoc pacto habebis semicirculũ in duos quadrantes diuisum, quorũ alterũ in 90 partes ęquales partiaris singulis adscriptis suis numeris 10, 20, 30, & sic deinceps vsq; ad 90. Dehinc in tabellam, quã infra subiecimus, altitudini tui poli conuenientẽ ingrediaris, ibi iuxta numerũ singulis horis adscriptũ in quadrãte circuli horariæ distãtiæ segmentũ capias, & per obseruatũ circũferentię siue ex centro rectas educas, quę erit index vmbræ ad horã propositã. Hoc modo deinceps reliquarũ quatuor horarũ spacia

in circūferentia diuiſi Quadrātis ſemper ex centro per puncta ſectionū ductis rectis diſtinguere potes. Hoc opere expedito, ad ſingula interualla horarū in Quadrante diuiſo notata circinum expandes, & eadem in alterum Quadrantem, qui nullas partium diſtinctiones habet, transferas, vt ſic integrum ſemicirculum abſoluas, ad ſingulas circumferentias eodem modo rectis lineis ex centro eductis. Tandem quæ ſuperſunt ad abſoluendum operis complementum, veluti de horis in altero ſemicirculo deſignandis, & erigendo ſtylo ex præcedentium propoſitionum tractatione petas licebit.

Tabula ad conſtructionem Horariorum planorum ſub eleuationibus poli arctici.

Horæ ante merid.	Horæ poſt merid.	42 G.	42 M.	43 G.	43 M.	44 G.	44 M.	45 G.	45 M.	46 G.	46 M.	47 G.	47 M.	48 G.	48 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	10	10	10	15	10	40	10	50	11	0	11	8	11	20
10	2	21	6	21	30	21	50	22	10	22	30	22	50	23	15
9.	3	33	40	34	0	34	30	35	0	35	30	36	0	36	32
8	4	48	50	49	30	50	0	50	40	51	10	51	40	51	10
7	5	68	0	68	24	68	55	69	10	69	30	70	0	70	15
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Gradus altitudinis poli arctici.

		49 G.	49 M.	50 G.	50 M.	51 G.	51 M.	52 G.	52 M.	53 G.	53 M.	54 G.	54 M.	55 G.	55 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	30	11	40	11	50	11	58	12	6	12	13	12	22
10	2	23	35	23	55	24	51	24	27	24	45	25	0	25	18
9	3	37	0	37	25	37	50	38	15	38	40	38	55	39	20
8	4	52	36	53	0	53	30	53	48	54	10	54	25	54	50
7	5	70	30	70	50	71	10	71	20	71	30	71	45	71	55
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

PROPOSITIO LXX.

Structura Scioterici uerticalis ex tabulis.

QVando Horarium verticale, cuius ſuperficies exquiſitè ſit in Auſtrum cōuerſa, ex ſequentibus tabulis delineare volueris, perpendiculo, quod nihil à plano declinet, ex quacunq; parte dimiſſo æquidiſtantem in eadem ſuperficie lineam ducas, quæ in terræ planum non ſecus, ac linea perpendiculi πρὸς ὀρθὰς incidet, & vmbræ Meridianæ locum occupabit. Hanc deinceps alia tranſuerſa linea ad rectos angulos diſpeſcas, tum in communi ſectione quæ erit centrum circulo concurrent quatuor recti anguli. Ex hoc centro infra tranſuerſam, qui inferiores angulos concludat, ſemicirculum duces. Hæc trāſuerſa vtriuſq; horæ ſex, nimirum veſpertinæ & matutinæ vmbras ſuſcipiet. Reliquarum horarum lineas ex aliqua ſequentium tabularum, quæ propoſitæ poli altitudini inſeruiat, non aliter deſignabis, quàm in præcedentis Horarij conſtructione præſcriptum eſt. Nam cum obſeruaueris poli eleuationem, inuenies

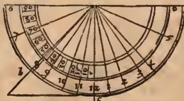
uenies in tabula circumferentias horarum, quibus singulæ à Meridiei linea distiterint, quas eadem ratione in Quadrantē, qui partium distinctiones habuerit, à Meridiana linea numerare debes, & ductis per fines ex centro semicirculi rectis sex horarum lineas designatas habebis, quas deinceps suis numeris notare poteris. Cæterùm si poli altitudo non habuerit integras partes præcisè, sed cum partibus connexos aliquot scrupulos, necessarium erit alio modo ex tabulis horarum numeros inuenire, si modò propius ad rem ipsam velis accedere. Vt igitur adminiculo tabularum, quarum altera maiori eleuationi, altera minori, quam tibi sit proposita, inseruiat, intermediæ alicui altitudini aliā conuenientem conficias, subduces propositam eleuationem ex proxima maiori, aut ex illa proximè minorem, & inuenta vtriusq; differentia, obserues etiam discrimen circumferentiarum eiusdem horæ, quarum altera præcedenti altera sequenti eleuationi respondeat, ex quo iuxta quantitatem differentiæ alterius altitudinis in tabulis & eius, quæ proposita sit, partem (vt vocant) proportionalem educes. Quam si adieceris arcui minoris altitudinis, aut pro diuersa ratione subduxeris ex arcu maioris altitudinis, numerum propositæ horæ in scioterico plano respondentem inuenies. Et viceuersa in Horario verticali partem proportionalem inuentam ex numero minoris eleuationis subtrahes, aut iuxta mutatam differentiæ rationem maioris altitudini adijcies, vt tibi verus propositi temporis numerus prodeat. Inuenies autem partem proportionalem hoc modo, vt si eiusdem temporis differentia inter duas quæ in tabulis inueniantur poli altitudines fuerit 40 scrupul. differentia autem propositę poli altitudinis & proximè maioris minutorum 20, sumes tertiam partem ex 40 scrupul. quæ est 13 scrupul. 20 secun. Nam sicut 60 minut. adæquantur 40 minut. ita etiam 20 tertiæ parti ex 40. Non dissimili ratione & via reliquarum omnium horarum intercapedines inuenire licet.

Tabulæ uerticalium Sciotericorum.

Horæ ante merid.	Horæ post merid.	Circumferentiæ poli arctici. 42 G.	42 M.	43 G.	43 M.	44 G.	44 M.	45 G.	45 M.	46 G.	46 M.	47 G.	47 M.	48 G.	48 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	17	11	5	10	54	10	43	10	32	10	22	10	10
10	2	23	13	22	53	22	33	22	12	21	51	21	29	21	6
9	3	36	37	36	11	35	44	35	7	34	50	34	20	33	45
8	4	52	9	51	42	51	15	50	46	50	16	49	45	49	15
7	5	70	11	69	53	69	35	69	10	68	54	68	35	68	10
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

		Circumferentiæ eleuationum poli arctici. 49 G.	49 M.	50 G.	50 M.	51 G.	51 M.	52 G.	52 M.	53 G.	53 M.	54 G.	54 M.	55 G.	55 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	9	57	9	45	9	35	9	25	9	10	8	58	8	45
10	2	20	45	20	25	19	58	19	35	19	10	18	50	18	25
9	3	33	20	32	45	32	12	31	40	31	5	30	30	29	50
8	4	48	40	48	5	47	30	46	50	46	12	45	55	44	35
7	5	67	50	67	20	66	55	66	30	66	0	65	30	64	58
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Schema verticalis Horarij ſupra cuius lineam meridianam, ſtylus horarum index eleuatur quantitate circumferentiæ c b.



PROPOSITIO LXXI.

Circumferentiam Horarij circuli, id eſt eius, qui per utrumq; mundi polum & centrum Solis ducitur, inter polum arcticum & Horizontem interceptam, ſupputare.

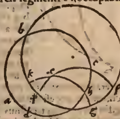
CVm in præcedenti capite, quomodo ſimplicíſsimè ex tabulis Horaria tam plana quàm verticalia ad varias poli altitudines conficienda ſint, explicauerimus: ſcire volet forſan induſtrius lector, qua ratione hæ tabulæ ſint conſtructæ, & ad alias poli eleuationes ſimiles ſupputari debeāt. Ad hanc rem conducit Horariorum circulorum arcus inter polum mundi arcticum & Horizontem concluſos inuenire. Fit autem hoc modo. Si num complementi altitudinis poli ducas in ſinum diſtantiæ Solis à Meridie, & productum in totum diſtribuas,

distribuas, & sinus hinc egredientis arcum ex Quadrante subducas. Iterum propositis sinibus huius complemēti, & altitudinis poli, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Quem hinc sinum inueneris, is ostendet arcum circuli magni per Solis centrū, & vtrumq; mundi polum procedentis inter polum arcticum & Horizontem comprehensum. Exemplum. Sub altitudine poli 48 partium, aliquis inuenire velit circumferentiam Horarij circuli, cuius à Meridiano distantia est horarum 3, inter polum arcticum & Horizontem conclusam. Complementum altitudinis poli est 42 partium & sinus rectus 66913, qui ducendus est in sinum 3 horarum. Efficiunt autem tres horæ 45 partes, & absoluta operatione egreditur sinus 74314, cuius arcus 28 part. 14 scrupul. complementum est 61 partium, 46 scrup. Et cum sinus huius circumferentiæ sit maior sinu altitudinis poli, multiplicatur hic 74314 in totū, & productus cum in sinum maiorem distribuitur, prodit sinus 84349, cuius arcus est 57 part. 31 scrup. Atq; tanta est circumferentia, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO LXXII.

Signum illud Horizontis, quod circulus Horarius in sphæra contingit, per scientiam Sphæricorum triangulorum ratiocinari.

ACcedemus nunc ad ipsam rem, vt intelligas quo artificio ipse nouas tabulas planorum Horariorum conficere possis. Quando ex præcedenti propositione arcum Horarij circuli, qui est à polo mundi vsq; ad Horizontem inuenisti, duces sinum eius in sinum distantiæ Solis à Meridie, siue Sol in Oriente, siue in Occidente à Meridiano constiterit, & productum in totum distribues. Hinc tibi sinus exibit eius circumferentiæ Horizontis, quæ inter Meridianum & circulum Horarium cōcluditur. Manifestum est autem, quòd fundamentum huius propositionis consistat in 15 propositione lib. 4 Triangulorum Regiomontani, ex qua declinationes omnium Eclipticæ partium non dissimili ratione supputantur. Sit ergo circulus Horizontis a b c d, circulus Horarius p e c f, k e h Meridianus, e polus mundi arcticus, p k b Aequinoctialis, cuius circumferentia b k definit angulum p e k, cui æqualis est oppositus c e h. Dantur autem latera e c & e h, quæ extendantur sub Horizonte, vt fiant Quadrantes e f & e g, quibus coniunctis per arcum f g, constat ipsum æqualem esse k p propter æqualitatem angulorum c e h & k e p. Iam per 15 quarti Triangulorum, quæ est ratio sinus e f ad sinum f g circumferentiæ, quæ antea constituta est nobis 45 partium, eadem est sinus e c ad sinum c h circumferentiæ. Ex his cogniti sunt tres sinus, quare c h arcus sinus rectus latêre non poterit. Igitur in ordine sinus totus, qui est segmenti e f, occupabit locum primum, nempe diuisoris, secūdum f g linus, qui est 70710, tertium sinus e c, qui est 84349. Si ergo multiplicaueris secundū in tertiū inuenies 5964317790, qui distributus in totum producit 59643 sinum, cuius arcus est 36 part. 37 minut. Tantum etiam in plana superficie Horizonti æquidistanti distabit linea horæ nonæ ante meridiem, & linea horæ tertię pomeridianæ à linea meridiana. Similis est ratio inuentionis reliquarum omnium circumferentiarum ad quamcunq; poli altitudinem. Eandem Horizontis circumferentiam ex 25 quarti Triangulorū non minus expeditè licet inuenire. Habemus enim hic in trian-



gulo e h c duo latera e c & e h cognita, cum igitur angulus e h c sit rectus, procedimus in hunc modum. Complementum lateris e e est 32 part. 29 scrupul. cuius sinus rectus 53705, complementum e h est 42 partium, & sinus 66913. Si iam multiplices 53705 in sinum Quadrantis, inuenies 5370500000, qui diuisus in 66913 producit 80260. Huius circumferentia ex tabulis offertur 53 part. 23 min. quibus ex 90 sublatis, restat complementum 36 part. 37 scrup. Eundem igitur finem per hanc & alteram propositionem consecuti sumus.

PROPOSITIO LXXIII.

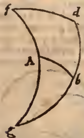
Alia ratio eundem arcum Horizontis inter Meridianum & circulum Horarium interceptum numerandi.

MVltiplices sinum distantiæ temporis à Meridie in sinum complementi altitudinis poli, & productū diuidas in totum. Sinum huius arcus complementi conferas cum sinu cōplementi distantiæ temporis à Meridie, ex quibus minorem ducas in totum & productū distribuas in maiorē, tum complementi arcus Quotientis ostendet tibi circūferentiam Horizontis quæsitā. Assumamus hic iterum exempli gratia horam 9, cuius distantia à Meridie est 45 part. & sinus 70710, complemētum poli 42 part. cuius sinus 66913 ducitur in 70710, & productus cum diuiditur in totū, prodit 47306, cuius arcus 28 part. 40 scrup. ex Quadrante sublatus, relinquit arcum 61 par. 46 scrup. cuius sinus 88102 collatus cum sinu complementi distantiæ temporis à Meridie 70710, cum sit maior hoc diuisoris locum subibit, & minor ducitur in totum, tum producto diuiso in maiorē, exit sinus 80259, cuius arcus 53 part. 22 scrup. ex Quadrante subductus, restituit 36 part. 38 scrup.

PROPOSITIO LXXIIII.

Quomodo ex Sphæricis triangulis segmentum uerticalis circuli inter Horarium circulum & Meridianum interceptum ratiocinemur.

INuentis circumferentijs horarum in circulo Horizontis non est difficile etiam segmenta eorundem temporum in circulis verticalibus supputare. Sit ergo polus mundi g, ex quo in Aequatore incurrit quadrans Meridiani g d, & alter quadrās Horarij circuli, qui à Meridiano distet 3 horis in eūdem Aequatorem incidat, qui sit g f. Pars circuli verticalis inter hos quadrantes intercepta a b, quæ nobis est inuenienda. Propter tempus igitur 3 horarū, erit arcus Aequatoris inter verticalem & Meridianū conclusus, nimirum f d 45 gra. Iam verò signū b est τῷ κορυφῷ, in quo arcus a b secat d g πρὸς ὀρθὰς. Triangulus igitur a b g est ὀρθογώνιος. Alibi nobis demonstratum est arcum b d adęquari poli supra Finitorem altitudini. Sed hanc notam esse cōstituimus: quare complementum b g non latebit, & arcus f d notus constituit angulum f g d. Cū ergo trigoni rectanguli a b g notum sit latus b g, vnà cum acuto angulo a g b, per 27 quarti Regiomōtani reliqua latera inuenientur. Est enim ratio sinus anguli a g b ad sinum anguli a b g recti, eadem, quę est sinus cōplementi anguli b ad sinum complemēti arcus b a g. Ex his quatuor tres sinus sunt noti ex hypothesi. Sinus igitur complementi anguli g a b nō latebit, deinde & ipse angulus patefiet. Vt ergo πράξει ob oculos constituamus, inuestigabimus ex tabulis arcuum sinus. Sinus anguli a g b offertur 70710, & a b g anguli est sinus maximus 100000, Statuamus autem



altitud

altitudinem poli 48 part. cui æquatur b d complementum arcus g b, cuius sinus est 74314. vt ergo inueniamus sinum cōplementi anguli g a b, ordinandi sunt numeri in hunc modum 100000, 70710, 74314, ex multiplicatione secundi in tertium consurgit 5254742940, qui distributus in primum restituit 52547, abiectis fragmentis huius arcus ex tabulis offertur 31 grad. 42 min. tantum est complementum anguli g a b, quare angulus ipse est 56 grad. 58 minu. Hinc deinde relegamur ad proposi. 26 quarti. Ex ea cōstat eandem esse rationem sinus anguli b a g, ad sinum anguli a b g, quę est sinus complemēti anguli a g b ad sinum complementi lateris a b. Ex his 4 iterum innotescūt 3. Complementum igitur ipsius a b non latebit. Cum enim angulus b a g sit inuētus 58 grad. 18 min. erit sinus 85081, & sinus anguli a b g est totus nempe 100000, sed complementum anguli a g b est 45 grad. æquale nimirum illi, cuius sinus est antea constitutus 70710. Iam ex multiplicatione secundi in tertium fit 7071000000, qui numerus in primū diuisus profert 83109 abiectis fragmentis, cuius arcus ex tabulis proximè offertur 56 & 13, tantum est complemētum lateris a b, quomodo ex quadrante sublato, emergit ipsum latus a b 33 grad. 47 minut. id quod hactenus est inquisitum.

PROPOSITIO LXXV.

Idem segmentum alia ratione supputare.

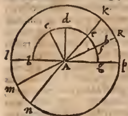
SInum cōplementi tēporis distantię à Meridie per sinū eleuationis poli multiplicatū in totū partiaris, & quotiētis arcus cōplementi sinu cum sinu complementi altitudinis poli collato, minorē in totū ductū iterum per maiorem diuidas. Deinde sinum hinc inuentum multiplices in sinum distantię temporis à Meridie, & producto in maximū sinū distributo, offeretur tibi sinus arcus verticalis quæsiti. Multiplicemus ergo sinum altitudinis poli 74314 in sinū cōplementi distantiæ tēporis à Meridie 70710, & productū partiamur in totū, tum e[illegible]urget 52547 cuius arcus 31 par. 42 scru. & cōplementum 58 par. 18 scru. quarum sinus est 85081, sinus complementi altitudinis poli, nimirū 42 partium est 66913, qui cum sit minor præcedenti ducitur in totum, & productus in illum, vtpote maiorem distribuitur. Atq; hinc emergit sinus 78646, quem si iterum multiplices in sinum distātiæ temporis à meridie, & productum in maximum diuidas, inuenies sinum arcus 33 part. 47 minut. eundem videlicet, qui ex pręcedenti propositione oblatus erat.

PROPOSITIO LXXVI.

Ratio dimetiendi eleuationem poli supra quamcunq; superficiem, quæ ad Horizontem quidem inclinatur, sed Meridianum ad rectos angulos secat.

QVemadmodum ad constructionē Sciotericorū, quæ Horizōti ęquidistāt, altitudinis poli obseruatio requiritur, eadem ratione si in superficiebus ad Horizōtis planū inclinatis, quę tamē Meridiani planū πρὸς ὀρθὰς intersecent, sicut interdum tecta ędificiorū, vt quatuor mundi cardines respiciāt, artificiosè cōstruuntur, angulos horarios designare debeamus, eleuationem poli mundi supra easdē explorare oportebit. Hoc quomodo solius quadrantis officio expedire liceat, videamus. Cōstituatur basis quadrātis super oblatā superficiē, in eo quidē situ, vt Meridianæ lineæ æquidistet, & ad circūferentiam instrumēti eo loco perpendiculum appendas, ex quo in ipsum centrū exactè deferatur. Ibi extēplo circūferentia, quæ à loco perpēdiculi ad finē 90 gr. numeratur, altitudinē oblatæ superficiei supra Horizontē patefaciet, qua subducta ex eleuatione poli supra eūdem Horizōtē (nā illā anteà inuētā habere oportebit) si minor fuerit, altitudo poli supra oblatā superficiē remanebit. Vt aūt huius rei

demonſtrationem intelligas, ſequentem figuram adſcripſimus. Ex a centro vniuerſi deſignetur Meridianus circulus n l k, cuius mutua cum Horizonte interſectio ſit in linea l a g, polus mundi k, & eiuſdem altitudo ſupra Horizontem k p. Superficies quædam ad Horizontem inclinata h a m, ſupra quam eleuatur polus quantitate k r circumferentiæ, quæ hîc eſt inuenienda. Delinetur etiam ſemicirculus ex a centro b d g, qui bifariam ſecetur in d ſigno, quod verticale eſt. Sunt igitur d g & b d quadrantes, ſit etiam quadrans c f, qui ſuper oblatam ſuperficiem h f a conſtituatur. Demõſtrabimus hîc ſegmentum c d æquale eſſe f g. Conſtat primum perpendiculum in a centrum, niſi ex d loco incidere non poſſe. Nam ſignum verticis centrum Horizontis & vniuerſi in eadem recta conſiſtunt linea. Iam circumferentia c f æqualis eſt d g ex hypoteſi, quia vtraque circuli quadrantem æquat. Communis autem vtrique d f. Si iam ab æqualibus ęqualia ſubtrahantur, per communem ſententiam, quæ reſtant æqualia remanebunt. Quare ſubtracta d f ex c f, & iterum ex d g, reſtabit f g, ipſi c d æqualis. Iam autem f g ſimilis eſt r p, quia ſunt ex eodem centro deſcriptæ circumferentię, ergo etiam cognita. Et ſubducta r p ex k p, remanebit k r, altitudo nimirum poli ſupra oblatam ſuperficiem h f a. Quomodo nunc vlterius arcus Horarij huic ſuperficiei ſint inſcribendi, ex antegreſsis propoſitionibus inuenire licet.



SECTIO QVARTA, DE GENERALIBVS MAGNITVDINVM DIMENSIONIBVS.

PROPOSITIO LXXVII.

Quomodo metiendæ ſint altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt.



CONTEXEMVS hîc deinceps generales dimetiendi rationes, quibus inſtructi etiam illi, quibus Elementorum Geometriæ nulla fuerit cognitio, omnium ferè altitudinum, longitudinum, & diſtantiarum magnitudines explorabunt. In hunc vſum alij varia conſtruxerunt inſtrumẽta, nimirum Annulos, Quadratum Geometricum, Radium Aſtronomicum, & Gnomones. nos verò, vt multiplicem Quadrantis vſum euidentius diſcentes intelligant, nonnihil variata ratione ſimplicius ac facilius etiam ſine adminiculo numerorum omnes dimenſionum rationes inquiſitis demonſtrationũ fontibus abſolui poſſe oſtendemus. Ergo vt ad inſtitutum veniamus, primum inueſtigabimus, quomodo eorum corporum altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt, deprehendi poſsint. Id facillimè efficiemus, ſi vſque ad baſin altitudinis præfixę pateat acceſſus. Conſtituemus enim officio perpendiculi baſin inſtrumenti, vt exquiſitè libellam occupet, tum intuenti per mobilis regulę pinnacidia ſupremam obiecti partem offeretur circumferentia, cuius ſinus rectus ad ſinum complementi eam conſeruat rationem, quam altitudo inquiſita ad interuallum inter eiuſdem baſin & locum obſeruationis cõcluſum.

Conſtat

Constat hinc manifestè, quòd si fuerit sinus obseruationis ęqualis sinui complementi etiam distantiam à basi pręfixę altitudini adęquari. Quare ex sola illius dimensione quęstioni satisfactum fuerit. Sin alia fuerit ratio sinus obseruationis ad sinum complementi, cum semper ex quatuor magnitudinibus, quæ sunt proportionales tres innotescant per canonem proportionis quartam inueniemus. At hîc scire licet alia etiam obseruandi ratione eandem circumferentiam deprehendi posse, nimirum si per illa pinnacidia, quæ alteri Quadrantis lateri insistunt obiectam altitudinem intueamur. Nam alterum latus eodem segmento eleuabitur à demisso excentro perpendiculo. Ex sequenti figura manifestius hæc intelliguntur. Constituamus ergo nobis obseruandam esse altitudinem a b, quæ πρὸς ὀρθὰς insistit ipsi b l rectæ, ex g puncto, vt circumferentia c d, supra quam eleuatur regula d g, dum radius visus per d in a transmittitur, sit ęqualis complemento d r, cuius sinui recto æqualis est ipsa g f, & d f est sinus arcus c d, qui necessario ipsi g f est æqualis. Hoc constituto dicimus æqualem esse distantiam basis b à loco obseruationis g ipsi a b altitudini. Designati sunt enim duo trigoni rectanguli, nimirum a b g & d f g, quorum duo anguli ad b & f signa per hypothesin sunt recti, & alter acutorum a g b est vtriq; communis. Ergo per 32 primi Elementorum reliquis b a g reliquo f d adęquatur. Hinc per 4 sexti Euclidis, latera, quæ circũ æquales sunt angulos, nimirum a b, b g. d f, & f g sunt proportionalia. Sed paulò ante statuimus ęqualem f g ipsi r d. Aequalis igitur est g b ipsi b a, id quod demonstrari oportebat. Eadem ratione demonstratur in quamcunque partem ipsius b l instrumentum transferatur sinum complementi ad sinum anguli obseruationis eandem rationem custodire, quam obtineat distantia ab ipso b signo ad altitudinem b a inquisitam. Iterum collocemus instrumẽtum in remotiorem locum à b signo, nimirum in l. Erit ergo circumferentia, sub qua eadem b a altitudo secundò obseruatur, k h. Et super l centrum designetur circulus k m r, qui inferius secetur à perpendiculo l s in signo p. In hoc sumatur in signum ex quo per centrum l iterum obseruetur altitudo a. Distantia autem r ab m puncto constat integro Quadrante. Producta b l recta eundem circulum secet in n puncto. Dicimus hîc circumferentiam r p, quę inter contactum perpendiculi, & r signum intercipitur, adęquari ipsi k h. Cum enim duę rectę h l m & k l n secent se in puncto l, erit per 15 primi Elementorum angulus k l h ęqualis ipsi n l m. Hinc etiam circumferentia k h ęquatur m n. Cum autem recta b n, quę in libella consistit, dispescat circulum h m r in semisses, sequitur vt perpendiculum l s semicirculum k p n in Quadrantes diuidat. Ergo segmentum k m æquatur p n. Et vtriq; communis est p m, quo sublato, relinquitur r p æquale m n Sed antea demonstratum est m n æquari k h. Ergo & r p adæquatur k h, id quod demõstratione stabiliendum erat. Manifestũ est ergo, siue obseruentur altitudines per pinnacidia lateri l m infixa, siue per ea, quę sunt in mobili regula, semper offerri illam circumferentiam, cuius ductu inquisitas altitudinum quantitates ratiocinari liceat.

PROPOSITIO LXXVIII.

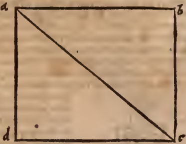
Secundus modus altitudinum quantitates obseruandi.

HIs aliam subnectemus rationem, qua facilius earundem altitudinũ quantitates liceat obseruare, si modò visus ad basin apparentis loci non fuerit à latere interclusus. Licebit hîc pro arbitrio ad quantam voluerimus distãtiam ab obiecta loci altitudine recedere. Tum inuenta per antegressam propositionem circumferentia, quę prefixę altitudini obtenditur, progrediemur in eum vsq; locum, ex quo distantiam loci obseruationis à basi apparente sub angulo complementi liceat intueri. Eius interuallum à prędicta basi inquisitę magnitudini exactè dicimus adęquari, id quod ex sequenti demonstratione euidentius elucescit. Sit ergo metienda nobis altitudo g f, quę ad perpendiculum erecta sit super ipsam k h g, & conspiciantur ex a signa f & g sub circumferentia b c, cuius complementum b d a g sit distantia loci obseruationis à basi. Hinc cum progressi fuerimus in k appareant g & a signa sub circumferentia l h, quę sit ęqualis complemento b d. Dicimus hîc ipsam k g, quę est in terra distantia k ab ipso g signo exactè ęqualem esse g f. Designauimus enim duos trigonos ὀρθογωνίους a f g, & g k a, quorũ duo anguli ad g signum sunt recti, & alter acutorum g k a æquatur ipsi a f g. Ergo tertium g a k, ipsi f a g æquari est necesse. Quare, cum ęqualibus angulis subtendatur idem latus a g per 26 primi Elementorum reliqua latera sunt reliquis lateribus ęqualia, nimirum a k ipsi a f & k g ipsi f g, id quod demonstrari oportebat.

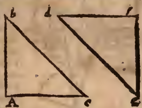


Porrò ex his manifestum est, si ad g basin omnino accessus non detur, quomodo nihilominus ęqualem in terra magnitudinem ipsi g f liceat deprehendere. Vt hoc demonstratione confirmemus, ducantur ex signis a & k rectæ, quæ in r ad rectum angulum concurrant, tum dicimus ipsam a r & inueniri posse & ipsi g k adęquari. Illam ita deprehendemus, si obseruata k a recta, vnum atq; idem signum, vt hîc r constituimus intueamur ex a sub angulo g k a & ex signo k idem r inspiciamus sub angulo g a k. hinc nobis ipsa a r recta innotescit. Cum enim trigoni a r k anguli sint æquales angulis trigoni a g k, & æqualibus a g k, & a r k angulis idem latus a k prętendatur, sequitur per 26 primi Elementorum reliqua latera reliquis adęquari, nimirum k r ipsi g a, & a r, g k. Sed ipsam g k demonstrauimus æqualem esse ipsi g f. Ergo ipsa r a eidem g f æqualis constituitur, id quod demonstrandum erat. Easdem altitudinum quantitates adhuc alia via licet obseruare. Obseruabimus enim instrumento, vt in antegressis propositionibus circumferentiam illam, quę prefixi loci altitudini obtenditur, sub cuius complemento eiusdem altitudinis summitatem, & aliud quoddam in terra signũ intuebimur. Ex hoc loco per rectam lineam, in qua signum fuerit conspectum progressi, subinde instrumento explorabimus, in quo pũcto huius lineę summam altitudinis partem, & locum primę obseruationis liceat intueri, sub angulo recto hoc inuento, dicimus eius interuallum, quo distiterit à primę obseruationis puncto inquisitę altitudini æquale constitui. Sit exempli gratia constitutum metiri altitudinem a b quę ad perpendiculum insistat b c, quæ est distantia loci primæ obseruationis c a sit visus radius, quo deprehenditur angulus a c b. Et per eandem terrę superficiem, in qua est b c, ducatur recta c d, quæ efficiat angulum

a c d



a c d æqualem ipsi c a b. Ex a descēdat recta in signum d πρὸς ὀρθὰς, tum demonstrabimus ipsam c d æqualem esse altitudini a b. Cum enim duo sint trigoni rectanguli d a c & a b c, cuius alter acutorum, nimirum a c d constituitur equalis alteri c a b, per 32 primi Elementorum duo trigoni sunt æquianguli. Et æqualibus angulis a d c & a b c idē latus a c prætenditur. Quare per 26 primi Elemētorum reliqua latera sunt reliquis lateribus æqualia a d ipsi b c & a b d c. Quartam his dimetiendi altitudinum quātitates rationem subijciemus. Si enim ex præmissis explorata nobis fuerit circumferentia, quę prefixę obtenditur altitudini, inuestigabimus eo, quo superficierum longitudines explorantur, modo, quem alibi explicamus distantiam basis ab ipso obseruationis loco. Quo absoluto, prefigemus nobis in terra spacium aliquod rectilineum, à quo digressi vsq; ad æqualem inuentæ longitudinem distantiæ, quanta eius pars sub deprehensa paulò ante circumferentia appareat, obseruabimus. Nam id conspectæ per instrumentum altitudini æquari asseueramus. Sit constituta altitudo b a, quę ad distantiam a c obseruata sit sub angulo b c a, cui in trigono rectangulo d f g sit ęqualis angulus d g f, & f g ipsi a c, tum manifestè constabit reliquum latus d f altitudini b a adęquari. Si enim exploratam habuerimus f g æqualem c a ea ratione obseruandi, quam in dimensione longitudinis superficierum terrestrium, aut latitudinis fluminum explicamus, & acutus angulus d g f sit ęqualis b c a per 26 primi Euclidis f d recta ipsi b a efficitur æqualis.



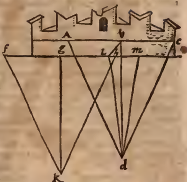
PROPOSITIO LXXIX.

De latitudinum dimensionibus.

SEquitur vt deinceps latitudinum metiendarum rationes explicemus. Hic scire licet earum latitudinum, quæ cum obseruātis loco in eadem altitudine consistant, quantitates ijsdem explorari dimensionibus, quibus in altitudinibus deprehendendis vsi sumus. Quare nouam de his tractationē contexere nihil opus fuerit. Igitur ad eas latitudinum magnitudines explorandas progrediemur, quæ in sublimioribus locis constituuntur. Id quod expediemus in eum, qui sequitur, modum. Primùm instrumento obseruabimus altitudinem apparentis latitudinis supra locum obseruationis vnà cum distantia eiusdem à basi. Ac inuentas magnitudines quadratè multiplicabimus, tum ex summa eorum quadratorum collecta extrahemus, hinc nobis innotescit interuallum inter obseruationis punctum & inquisitam latitudinem interceptum. Si ergo per Quadrantem exploratum habuerimus, sub quanto præfixa altitudo angulo apparuerit, per canonem proportionis quæstionis solutionē expediemus. Nam quę est ratio eius lineæ, quę ex centro Quadrantis in chordam obseruato prætensam angulo πρὸς ὀρθὰς incurrit, ad ipsam eadem est radicis ex consti-

tutis paulò ante quadratis collectę ad inquisitam altitudinem. Cur aūt sublimiores latitudines alia dimensionum ratione, quam illas, quæ cum obseruationis loco libellam occupant, explorare oporteat, non est obscurum. Nam superiores in apparentibus superficiebus magnitudines, cum sub minoribus angulis conspiciantur, vt remotiore ab oculis interuallo absint, est necesse. Cum ergo non sit eadem distantia loci obseruationis à basi obiectæ altitudinis & sublimiore latitudine, per ratiocinationem, aut alias obseruationes eam explorandam esse constat. Vt ergo manifestius ipsa res pateat, figuram subijciemus.

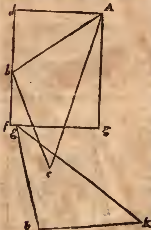
Sit ergo nobis in pręfixo ędificio metienda latitudo e a, cuius altitudo supra basin est b d, & distantia ab ipso obseruationis signo f ipsa b f. Ex f in d πρὸς ὀρθὰς agatur f d. Deniq; appareat a e magnitudo sub angulo a f e, qui vtrunq; visus radijs a f & f e comprehenditur. Hinc ad circumferentiam prætendatur chorda g k, cui ex f centro occurrit f h, quę pars est ipsius b f, a e verò & g k intelligimus esse parallelas. Cùm ergo trianguli orthogonij d b f duo latera b d & d f nota constituamus, per processum penultimæ Elementorum b f hypotemisa innotescit. Et cum a e & g k sint æquidistantes per 29 primi Euclidis æquianguli efficiuntur trigoni b f e & h f k, item a f b & g f h. Ergo per 4 sexti Euclidis eadem est ratio f h ad h k, quæ est f b ad b e. Et eadem f h ad g h, quæ f b ad b a. Quare per 12 quinti Elementorum eadem est ratio f h ad g k, quę est f b ad a e. Ex his quantitatibus innotescunt f b & g k chorda. Sed f h circino in Quadrante, aut ex sinuum tabulis facile deprehenditur. Ergo per 19 primi Triangul. a e latere non potest. Cum ergo demonstratum sit, quomodo per ratiocinationem, quæ ex proportionibus quantitatum existit, latitudines inueniri posint, non inutile fuerit, si inuestigemus qua ratione liceat in terra ęquales ijsdem magnitudines sine adminiculo numerorum per obseruationes tantùm explorare. Explicauimus alibi quo dimetiendi modo æqualem in terra longitudinem pręfixæ altitudini, constituto eodem à basi interuallo, liceat obseruare, hinc nobis innotescit distantia loci obseruationis ab inquisitæ latitudinis linea, si dimensi fuerimus extremæ huius longitudinis partis ab eodem obseruationis signo interstitium. Si ergo in quacunq; plana superficie rectilineum aliquod spacium sub eodem angulo, quo obseruata apparuerit latitudo, ad eandem distantiam inspexerimus, constabit quæstioni satisfactum esse. Nam id præscriptæ latitudini exquisitè adæquari necessarium fuerit. Sit ergo ex d loco obseruata latitudo a b e in sublimiori superficie, sub angulo a d e, cuius basi l πρὸς ὀρθὰς d l occurrat, vt b l sit perpendicularis in eandem ducta, quæ connectantur recta d b, & hęc sit ad rectos angulos ipsi a e. Et constituatur ad alteram partem angulo l d b ęquales l d m. Porrò m & d signa recta connectantur. Et ad quantitatem m d recta k g πρὸς ὀρθὰς in ipsam f m deducatur. Deinde per obseruationē deprehensus sit angulus f k h æqualis ipsi a d e, & d a e ipsi k f l, tum asseueramus ipsum f h inquisitæ a b e latitudini adæquari. Cum enim trianguli orthogonij b l d acutus angulus l d b, sit æqualis alterius trigoni rectanguli



guli m l d angulo l d m, ęquatur etiam l b d ipsi l m d angulo, quibus idem latus l d subtenditur. Ergo per 26 primi Elementorum, reliqua latera efficiuntur reliquis lateribus ęqualia, nimirum l b ipsi l m & b d ipsi m d. Sed æqualem huic constituimus g k. Quare g k ęquatur ipsi b d. Porrò cum angulus f per hypothesin ęqualis sit a, quibus ęqualia g k & d b latera subtēduntur, tum g & b sint recti per eandem 26 primi æquatur f g ipsi a b. Constat etiam per 32 primi Elementorum cum anguli f & k sint æquales ipsis a & d reliquū h angulum reliquo e æqualem constitui. Ergo per eandem 26 primi b c adæquatur g h. Quare manifestum est totam f g h inquisitę a b c latitudini ęqualem effici, id quod hic nobis erat demonstrandum. His etiam adhuc faciliorem obseruandi rationē subnectere placet. Tantùm hic propositæ latitudinis extremitates vnà cum spacio in terra rectilineo ex duobus locis exquisitè sub iisdem angulis qui ad vtranque partem rectum constituant, intuebimur. Quo constituto, asseueramus longitudinem itineris inter loca obseruationum interceptam inquisitæ latitudinis quantitati adæquari. Ergo designatæ latitudinis a & b fines vnà cum d signo ex e loco inspiciantur sub angulo recto a e d. Ex hoc loco progressi in d obseruemus e a & b signa sub angulo e d b, qui priori sit æqualis, similiter & angulus a d b ipsi a e b, cum ipsam e d rectam æqualem esse dicimus a b latitudini inquisitæ. Cum enim rectę a e & b d incidentes in ipsam e d interiores angulos duobus rectis æquales efficiāt, per 28 primi Euclidis parallelas eas esse constat, sed etiam æquales esse necessariū fuerit. Si enim non sint, maiorem fingamus d b ipsa a e, cui ęqualem abscindamus d f & c f signa rectæ connectantur. Cum ergo trigoni rectanguli c d f recta sit ęqualis a e lateri, & vtrique cōmunis e d basis, per processum 47 primi Euclidis, ęquatur hypotenusa e f ipsi d a. Igitur per 5 sexti æquiangulum est triangulum e d f ipsi a e d, & ęquales anguli, sub quibus ęqualia latera subtenduntur, videlicet angulus f e d, angulo a d c. Quare cum sint ęquales a e d & f d e sublatis hinc ęqualibus, remanebit angulus f d a ęqualis ipsi a e f. Sed antea per hypothesin angulum a e b ęqualem fecimus f b a. Ergo a e b pars ęquatur toti a e f, id quod fieri non potest. Aequales igitur a e & b d fateri oportet. Cęterùm faciliore etiam demonstratione idem licet confirmare. Cum enim anguli a e d & b d e sint recti, ex quibus ęquales partes a e b & a d b sint desumptę, sequitur remanentes b e d & a d e portiones inter se æquari. Ergo per 32 primi Elementorum e a d ęqualis est e b d angulo. Et his eadem basis e d subtenditur. Quare per 26 primi Elemētorum e a adæquatur d b. Hinc per 33 primi eorundem Element. a b & e d ęquales esse concludimus. Id quod demonstra-



tione aperiendum erat. Hactenus earum latitudinum dimensiones explicauimus, quæ planæ Finitoris superficiei sunt parallelæ: sequitur nunc, vt inuestigemus, quomodo liceat obliquiores, quę in libellam incidunt, magnitudines explorare. Hanc ad rem conducent nobis antegressæ propositiones. Nam constitutis obliquæ magnitudinis finibus, obseruabimus eos per instrumentum, vt cõstet sub quanto appareant angulo ex præfixa nobis meta. Si inde adminiculo precedentium demonstrationum quanto huius metæ locus interuallo absit ab vtroque fine exploratum habuerimus, reliquum operis iuxta ratiocinationẽ 49 primi Regiomontani, aut facilius ac simplicius in plana terrę superficie per 7 primi Euclidis absoluemus. Nihil enim aliud facto opus fuerit, nisi vt inclinato in planum instrumento, obseruemus duo signa, quorum sit æqualis ab obseruationis loco distantiæ, finium conspectæ longitudinis à præfixa meta interuallis. Quo constituto necessarium fuerit signorum interstitium inquisitæ magnitudini adæquari. Quod si præfixæ magnitudines in ea apparentis superficiei latera inciderint, quę rectũ angulum ambiant per 47 primi Elementorũ licebit idem operis expedire. Sit ergo in superficie d a f g ad perpẽdiculum erecta, metienda nobis obliqua magnitudo a b ex c loco. Primùm hic obseruamus angulum b c a, inde per præmissas b c & a c distantias. Quoniam ex his cõstant trianguli b a c duo latera b c & a c datum b c a angulum ambientia per 49 primi Regiomõtani reliquum latus a b colligetur. At loco extremitatum a & b in inferiore superficie conspecta sint iterum g & h signa, sub angulo g h æquali b c a, ita vt interuallum g a k sit ęquale a c & h a k ipsi b c, tum necessarium fuerit per 4 primi Elementorum interstitium g h æquari b a inquisitæ magnitudini. Sed eandem b a licebit adhuc alia ratiocinatione inuenire. Cùm enim incidat a b in latera f d & a d quæ in d signo ad rectum angulum concurrit, trigonus b d a orthogonius efficitur. Quare si dimensi fuerimus, vt in antegressis propositionibus explanauimus b d & a d latera per 47 primi Elementorum a b colligemus, id quod demonstrandum erat.



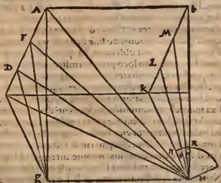
PROPOSITIO LXXX.

Dimensiones Pyramidum & aliorum corporum, quæ in sublimioribus locis consistunt.

CONsiderabimus etiam quibus dimensionum modis sublimiores altitudinum partes, vt pyramidum & aliorum corporum, quæ ornatus causa construuntur, simplicissimè explorari possint, vt hinc industrius architectus ex inferiore plano singularum in apparenti superficie partium magnitudines iuxta exquisitam symmetriam obseruatas adumbrare, aut æquales alibi constituere possit. Quantum verò ad explorandas latitudines attinet, id alibi nobis pertractatum est, nunc tantùm in inquisitione particularium altitudinum occupabimur. Atq; hic scire licet facillimè nobis omnes earum obseruationes expediri

posse,

posse, si modò supremæ in oblata superficie altitudinis dimensio fuerit antegressa. Nam hoc constituto, cum inferiores magnitudines explorare decretũ fuerit, tantùm inclinata mobili regula diligenter obseruabimus, quibus in partibus, dum per pinnacidia præfixæ quantitatis fines intuemur, secuerit sinum rectum eius anguli, sub quo maxima apparuerit altitudo. Ex his manifestè constabit eandem esse rationem portionis sinus recti inter sectiones obseruationum conclusæ, ad inquisitam altitudinis partem, quæ est sinus totius ad totam exploratæ altitudinis quãtitatem. Quare per canonem proportionis, cum tres magnitudines sint notæ, quarta in lucem prodibit. Cæterùm hîc meminisse oportet, vt vbiq; à basi altitudinis præfixæ æquali absimus interuallo, si enim propius accesserimus eadem magnitudo exploratæ altitudini, sub maiori angulo ὑπὸ τὴν ὀπτικὴν apparebit, sin longius recesserimus sub minori. Idem euenire necessarium est, cùm visus radij obliquè, hoc est non ad rectos angulos in eãdem superficiem inciderint. Nam partes remotiores, etsi cum alijs sæpe eandem obtineant quantitatem, sub minoribus tamen angulis conspiciuntur. Atq; hac ratione contingit, vt ex vnico tantùm loco, tanquam centro singulas altitudines, in quas obliqui ad superficiem radij deferuntur, obseruare non conducat. At huic difficultati commodiori ratione obuiam ire licet, si æquidistantem præfixæ superficiei basi in plano lineam duxerimus. Ex hac protrahemus rectas, quæ sibi inuicem æquidistantes in perpendiculares metiendarũ altitudinum πρὸς ὀρθὰς incurrãt. Has omnes inter se æquales esse constat. Quare sub ijsdem angulis eædem magnitudines vbiq; apparebunt, & exploratæ altitudinis quantitatem reliquis omnibus eadem ratione accommodare licebit. His constitutis, duplici via conspectarum altitudinum quantitates assequemur, aut iuxta canonem proportionis, vt paulò ante admonuimus, aut ex obseruatione spacij rectilinei in plana superficie, quod exploratæ sit altitudini æquale. Constituta enim ab eodem spacio æquali distantia, quæ ad obseruationes vsurpata fuerit, per singulas sinus recti sectiones, prout cõspectis altitudinum partibus assignatæ sint, rectas lineas extendemus. Tùm extemplò omnes cõspectarum partium magnitudines, quantæ fuerint in apparenti superficie, innotescent. Atq; hæc est expeditissima ac facillima cõspectarum in altitudinibus partium quantitates explorandi ratio. Interim hîc discentes nouerint fieri tamen posse, vt ex vno tantùm loco omnes obseruationes absoluantur, modò vbiq; totius ad basin vsq; altitudinis quantitas constiterit. Sed hanc longiori inquisitione per dimẽsionem distantiæ & anguli altitudinis explorare oporteret. Statuamus ergo erectam superficiem a b c k, cui basis k c & eidẽ παράλληλα g h. Ex h signo πρὸς ὀρθὰς recta extendatur in k, quæ sit distantia loci obseruationis à basi. Et appareat explorata altitudo k b



sub circumferentia n k, cui sinus rectus n o r subtendatur. In ipsa k b metien-

da sit quantitas m l, quæ conspiciatur ex parte sinus recti o p. Id efficiemus si constiterit eandem esse rationem n r ad o p, quæ est k b ad l m. Primò cum c r n, & b k πρὸς ὀρθὰς in eandem k h basin descendant, cõstat eas per 28 primi Euclidis esse parallelas, in quas omnes incidentes lineæ angulos interiores & ex aduerso oppositos efficient æquales, videlicet angulum k b h ipsi n r h, k m h, ipsi n p h &c. Et quorum bases ex aduerso cõsistunt eundem angulum apud h cõmunem habent. Ergo ijdem sunt æquianguli, & quæ circum æquales sunt angulos proportionalia habentur latera. Igitur est eadem ratio k l ad n o, l m ad o p, & m b ad p r, & per 11 quinti k b ad n r. hinc per 16 quinti eadem est n r ad o p, quæ est k b ad l m. Ex his cognoscuntur tres o p, n r & k b. Quarta igitur l m non latebit. Eodem modo licet inuenire k l & m b partes. Iterum altitudinis a c obseruandę sint partes d f & c d. Constituemus igitur à c æqualem distantiam ipsi k h, quæ sit c g. Cum iam angulus a c g sit rectus, in altitudine a c sub ijsdem angulis ex g obseruantibus offerentur ęquales magnitudines conspectis ex h partibus ipsius k b. Quare sinus recti, qui æqualibus angulis in g prætenduntur, easdem habebunt ad similes quantitates rationes. Ergo eadem ratione per collationem sinuum, qui æqualium sunt angulorũ in g ad sinum, sub quo fuerit tota k b conspecta magnitudines partium c d & d f colligentur. At manifestum est, cuius antea mentionem fecimus, singulas obseruatarum magnitudinum facilius in alia superficie posse explorari. Si videlicet in ea statuerimus æqualem triangulum ipsi b k h, & per obseruata sinus segmeuta, vt hic o p rectas in basin anguli k h b extenderimus. Cæterùm nunc deinceps videndum nobis est, an ex h per ratiocinationem altitudinis eiusdem k b eiusdem sinus n r liceat in ipsa c a veras partiũ, vt d f & c d magnitudines explorare. Primò constat interuallum à basi h c longius esse h k. Quare in a c altitudine partes, quæ ex h conspiciuntur, non sunt æquales ijs, quæ in b k sub ijsdem angulis apparerent. Nam angulus a h c minor est k h b, quare sinum etiam variari necesse est. Constat igitur ex h in vtraq; b k & a c magnitudine eadem ratione partes intermedias explorari non posse. Interim paulùm variata ratione ex h licebit partes f d & d c ratiocinari. Si videlicet constiterit a c altitudo, cuius hic certam ad b k rationem non asignamus. Inde per antegressas demõstrationes constat eandem esse rationem sinus anguli a h c ad a c, quæ est sinus anguli f h d ad ipsam f d partem. Idem statuendum est de reliquis c d & f a partibus. Porrò cùm nihil obstet, quominus eundem finem varijs rationibus consequamur, alias adhuc easdem magnitudines explorandi demonstrationes contexemus. Ac deinceps inuestigabimus, quomodo sine dimensione totius altitudinis supra basin pręfixa segmenta liceat obseruare. Id quod efficiemus in eum, qui sequitur, modum. Ex constituto loco primùm instrumento obseruabimus vtrumq; angulum, quibus extremitates præfixę magnitudinis superiores apparent. Inde regresi, ad quantumvoluerimus interuallum, superioris iterum partis angulum, quo locum obseruationis excesserit, metiemur. His cõstitutis, quomodo præfixa innotescat magnitudo, ex sequenti demonstratione euidentius intelligetur. Ac scire licet tãtùm hac parte explorata, per præmissas ἀναλύσεις totam vsq; ad basin altitudinem vice versa colligi posse. Constituamus ergo altitudinis a f ignotæ metiendam esse partem d f. id quod efficiemus, si ex b loco conspectis d & f extremitatibus, innotuerint anguli f b a & d b a. Deinde ex b retrocedentes in c ex solius f signi conspectu deprehenderimus angulum f c a. Nam his ita constitutis trianguli b f c relinquetur angulus f b c si ipsum f b a exploratum ex duobus rectis sustulerimus. Cum ergo sit & angulus f c b

notus,

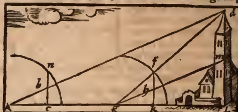
notus, & b c basin in terra liceat metiri, per 52 primi Triãgulorum quantũ sit f b latus ratiocinabimur. Iam verò in triangulo d f b angulum d b f, aut ex obseruatione finium f d, aut ex subtractione ipsius d b a ex f b a colligemus. Cum autẽ trigonus d a b sit ὀρθογώνιος, cuius alter acutorum d b a cõstet, reliquus a d b non latebit. Et hic sublatus ex duobus rectis, restituit exteriorem f d b angulum. Quare per 4 secũdi Regiomontani f d latus innotescet, quod explorare oportebat. His confirmatis, manifestum per antegressas ἀποδείξεις ex dimensione partis f d & angulorum f b d, & d b a reliquum totius altitudinis ad basin d a facillimè inueniri posse. Sed etiam scire licet, id quod sæpius demonstratum est, linearum f b & hinc deinceps d f magnitudines sine ratiocinatione propositionum deprehendi posse, si videlicet æquales in alia superficie triangulos ipsis f b c & f b d constituerimus. Porrò hîc inuestigare placet, qua ratione fieri posſit, vt simpliciter etiã per alteram obseruationem æquale spacium præfixæ magnitudini in planò deprehendamus. Id quod non minus expeditè licet absoluere, si ad eandem obseruationis lineam per obseruationes æquiangulum statuerimus trigonon. Exempli gratia cum in b obseruatus sit angulus f b d & hinc deinceps, vt superius patuit, innotescant reliqui f d b & d f b, extendemus in subiecto plano ex b rectam lineã versus g, ita vt æqualis fiat angulus f b g, ipsi d f g quod obseruatione experiemur. Dehinc explorabimus instrumento, in qua parte huius rectæ f & b signa appareãt sub angulo æquali f d b, vt hîc in g signo cõstituimus. Quibus exploratis, dicimus b g rectam inquisitæ f d magnitudini adæquari. Cum enim duo anguli b & g trigoni b f g sint æquales vicisſim duobus d & f alterius d b f trigoni angulis, & ijsdem g & d idem latus f b subtendatur, per 26 primi Elementorum reliqua latera sunt reliquis lateribus æqualia. Constat ergo ex dimensione b g rectæ æqualem ipsi f d magnitudinem inuentam esse, id quod hîc demonstrari oportebat.

PROPOSITIO LXXXI.

De metiendis altitudinibus, quarum supremæ tantùm partes appareant.

SImplicisſimas metiendarum altitudinum rationes præmisſis demonstrationibus explicauimus: sequitur nũc, vt alias etiam paulò operosiores, quæ videlicet numerorum ratiocinatione absoluuntur, pertractemus. Ac maximè hîc operam dabimus, vt discentes intelligant, quæcunq; vel radijs, vel alijs quibusuis dioptris adscribuntur, multò facilius & absolutius Quadranti congruere; vtq; rem ipsam statim persequamur, scire licet duabus obseruationibus superius apparentis partis, quæ in eadem recta linea consistant, institutã quæstionem solui. Cum enim ex his offerantur duo anguli, quibus præfixa altitudo obtenditur, manifestum erit, qua in parte radius visus, qui minorem ex his definit, sinum rectum maioris intersecet. Quo cõstituto, dicimus eandem esse rationem superioris segmenti ad totum maioris anguli sinum, quæ est differentia inter obseruationum loca interceptæ ad totam distantiam, quæ est à remotiore loco vsq; ad basin inquisitæ altitudinis. Ex his igitur per canonem pro-

portionis innotescit vtrunq; interuallum inter loca obseruationum & basin altitudinis conclusum. Quare per alterum obseruationis angulum, qua ratiocinationis via inquisita altitudinis magnitudo sit colligenda, ex antegressis demonstrationibus non est obscurum. At ne hic discentes impingant, ἀπόδειξιν huius rei contexere operæprecium fuerit. Sit ergo in præfixo ædi-

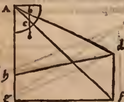


ficio metiendus nobis cathetus d l, cuius superior duntaxat pars d est in conspectu. Fiat autem prima obseruatio signi d ex g. hinc constituitur angulus d g l, cui sinus rectus f k subtendatur. Ex g per eandem rectam, quæ ex l g educitur, vsque in a retrocedenti iterum appareat d sub angulo d a l, vt obseruationis linea a d sinum rectum n c, quem eundem esse statuimus cum f k, secet in d signo. Hic nobis demonstrandum est segmentum n b ad totam n c eandem habere rationem, quam obtinet a g distantia inter obseruationum loca conclusa, ad totam a l rectam. Atque vt hanc ἀπόδειξιν commodius extruamus, ducatur ex signo g per trigesimamprimam primi Elementorum parallela g m ipsi a d, quæ secat sinum rectum f k in h puncto. hinc efficitur, vt h k sit æqualis b c. Constat enim per vigesimamnonam primi Elementorum angulum m g l æqualem esse angulo b a l, & vterque a c b & g k h per hypothesin est rectus. Quare cum a c & g k sint æquales (nam vtraque adæquatur sinui eiusdem complementi) consequitur trigonum a c b æquari trigono g k h, & h k lineam ipsi b c. Iam vero cum παράλληλος sit g m ipsi a d, erunt partes linearum trigoni d l a, quæ sectæ sunt per g m rectam, proportionales per secundam sexti Elementorum. Ex eadem constat rationem f h ad h k æqualem esse ipsius d m, ad m l. Sed ipsius d m ad m l ratio æquatur a g ad g l rationi. Sequitur ergo per vndecimam quinti Euclidis rationem f h ad h k æqualem effici rationi g a ad g l. Et per coniunctam rationem eandem esse f h ad f k totam ipsi a g ad a l. Quare cum n c & f k statuantur æquales, ex quibus æqualia segmenta b c & h k designantur, residua pars b n æquatur f h. Non dubium est igitur eandem esse rationem n b ad n c, quæ est a g ad a l. Sed ipsam a g licet in plana terræ superficie metiri, & segmenta n b & b c deprehenduntur ex a b, quę secat sinum rectum n c in b. Si ergo multiplicemus a g in n c, & productum distribuamus in segmentum n b, ipsa a l distantia patefiet. Hic iam manifestum est duplici ratiocinatione catheti d l quantitatem colligi posse. Cum enim cōstent rectæ a g & a l vtriusque differentia g l non latebit. Si ergo quæsito velimus satisfacere per ratiocinationem g l, per quartam sexti Elementorum id expedire licebit. Constat enim per eandem triangulos ὀρθογωνίους g k f & g l d esse æquiangulos, cum eundem d g l acutum habeant communem. Eadem est ergo g k ad k f & ipsius g l ad l d. Eodem modo colligemus ex a c, b c, & a l inuentis eandem l d magnitudinem. Id quod hic nobis demonstrandum erat.

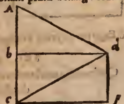
PROPOSITIO LXXXII.

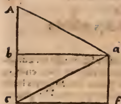
Rationes dimetiendi altitudines ex alijs ædificijs aut turribus.

His non inutile fuerit vt subnectamus, quibus obseruādi modis ex editioribus locis aliorum corporum altitudines liceat explorare. Nec enim ea cōmoditas semper occurrit, vt per duas in subiecto plano dimensiones hunc scopum attingamus. Primùm igitur inuestigabimus, vt exploranda sit quantitas inferioris altitudinis ex alio superiore loco. Id quod efficiemus commodissimè si instrumento obseruauerimus angulum, sub quo aspectæ altitudinis fines apparuerint. Quo constituto, suspenso ad latus quadrantis perpendiculo, vt visus radium vtrumque secet, apparebunt per 4 sexti Elementorum duo trigoni æquianguli, ex quorum proportione inquisita colligetur altitudo, vt ex sequenti demonstratione euidentius innotescit. Statuamus ergo in eandem basin g f maiorem altitudinem a g, minorem d f, cuius quantitas ex a sit exploranda. Et appareant d f fines sub angulo f a d. hic in Quadrante notabimus, aut per mobilem regulam, aut expansis ex a centro filis, situm radiorum visus a d & a f. Quos insuper secabimus demisso b c perpendiculo ad quamcunque partem voluerimus. Erit ergo triangulus b a c æquiangulus ipsi f a d. Nam b c & d f sunt perpendiculares & parallelæ. Quare angulus a b c est æqualis ipsi a d f, & a c b ipsi a f d. Hinc per quartam sexti Elementorum latera, quæ circum æquales angulos, sunt proportionalia. Sed latera trigoni a c b expanso circino faciè patefient, a f verò ex angulo g a f, &

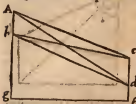


quantitate lateris g a, vel g f per ratiocinationem 29 primi Triangulorum. Cum ergo sit eadem ratio a c ad c b, quæ est a f ad f d, ex quibus magnitudinibus tres sunt inuentæ, per canonem proportionis f d altitudo inquisita in lucem prodibit. At eandem f d magnitudinem adhuc alio ratiocinio placet inuestigare in hunc modum. Obseruatis ex a finibus d & f sub angulo f a d, infra signum a, ex quacunque ipsius a g parte fuerit opportunum, vt hic in h constituimus, iterum intuebimur d & a signa, vt constet quantus sit angulus a h d, sub quo d & a appareant: hoc constituto, ipsum latus a d per 4 secundi Regiomontani ratiocinabimur. Constat enim in triangulo a d h angulus a h d, sed & h a d, si angulo c a b residuum g a f, qui faciè colligitur ex residuo circumferentiæ, quod inter c & basin Quadrantis concluditur, a h verò demisso perpendiculo licet metiri. hinc ipsum a d latus patefiet. Cæterùm ipsam f a rectam, eadem, quæ paulò ante præscripta est, ratione metiri oportebit. Inuentis ergo triangulis a f d, angulo f a d vnà cum duobus a f & a d lateribus, per quadragesimamnonam primi Triangulorum d f quæsita magnitudo patefiet. At vice versa ex minore f d altitudine obseruanda nobis sit c a sublimior. Primam hic obseruationem ex d faciemus, vt ex conspectu c & f signorum innotescat angulus c d f, & ex intuitu c & a, reliquus c d a. His constitutis si ipsam d f, aut c f notam habuerimus, ipsa c a non latebit. Etenim per 29 primi Triangulorum propter angulum c d f deprehensum

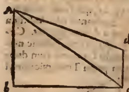




& alterum ex lateribus rectũ angulum ambientibus cognitum ὑποτείνουσα c d innotescit. Cum autem alibi constitutum sit a c & d f esse παράλληλοι in quas c d recta incidit, cõstat per 29 primi Elementorum angulum a c d æqualem esse c d f. Sed ipse c d f per obseruationem est notus. Quare trigoni c a d inuentis a c d & a d c angulis noto c d lateri incumbentibus, per 4 secundi Regiomontani a c latere non poterit. At eandem a c adhuc compendiosiore via inuestigabimus. Si enim ex d æquidistantem ipsi f c in a c extenderimus, quæ eidem in b πρὸς ὀρθὰς occurrat, obseruabimus duntaxat angulum a d b, quo nimirum locus a situm c excedere conspicitur. Primò constat b d æqualem esse c f, quare hac deprehensa etiam illa cognoscitur. Hinc per 29 primi Regiomontani ipsa a b altitudinis differentia patefiet, cui ipsam d f notam, si iunxerimus tota a c altitudo consurget. Porrò hic meminisse oportet sæpius vsu venire, vt ex alijs locis non totius altitudinis præfixæ fines, sed pars aliqua sublimior, duntaxat in conspectu sit. Quamobrem etiam inuestigabimus qua metiendi ratione conspectam illam partem liceat explorare. Sit ergo maior altitudo a g, minor f c, cuius superior pars c d duntaxat, ex locis a & b appareat.



Ex a quidem sub angulo d a c, eodem in loco ex conspectu b & d offeretur angulus b a d, & ex b c angulus b a c. Insuper cũ ex b intuemur a & c innotescit angulus a b c, cum a & d, ipse a b d. Si ergo demisso perpendiculo explorauerimus ipsam a b demonstrabimus a c & a d latera inueniri posse. Etenim triãguli a c b deprehensi sunt anguli b a c & a b c, qui noto b a lateri insident. Quare per 4 secundi Triangulorũ ipsum a c ratiocinabimur. Eadem ἐκ δ' ἐξ cum trigoni b d a innotescant anguli a b d & b a d, a d latus patefiet. Sed antè angulum d a c exploratum esse constituimus. Ergo per 49 primi Triangulorum c d pars altitudinis inquisita in lucem prodibit. Si nunc tandem ostenderimus, quomodo vice versa ex inferiore altitudine, quæ tantùm aspectum admittat in supremam sublimioris loci partem, vtriusque magnitudinis differentia sit ratiocinanda, huius tractationis finem faciemus. Igitur ex minoris altitudinis c d basi & supremo d signo sublimioris b a magnitudinis duntaxat appareat a summum fastigium.



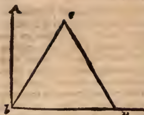
Primũ hic ex c intuenti a & d signa offertur angulus a c d, ita ex d aspicienti a & c innotescet angulus a d c. Quare explorato c d latere, per 4 secun. Triangul. colligetur a c ὑποτείνουσα, quæ rectum a b c angulum subtendit. Sed & angulus a c b innotescit ex complemento ipsius a c d. Ergo per 29 primi Triangul. a b in lucem emerget.

PROPOSITIO LXXXIII.

Quibus dimensionibus distantię locorum à conspectis altitudinibus explorandæ sint.

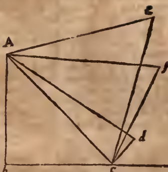
Hactenus

Hactenus varias ac multiplices metiendarum altitudinum rationes explicauimus; nunc inuerso ordine per obseruatas earundem quantitates basium interualla, quibus à locis obseruationum, aut alio quouis situ, ex quo summitates conspici possint, distiterint, inuestigabimus. Prima ac simplicissima harum dimensionum ratio officio 26 primi Elemētorum absoluetur. Nam obseruata per instrumentum circumferentia, quæ cognitæ obtenditur altitudini, si rectilineum aliquod spacium in terra eiusdem quantitatis, iterum sub ea intueamur, constabit huius obseruationis locum eodem interuallo remotum esse à præfixo scopo, quo basis altitudinis conspectæ à constituto loco distiterit. Per ratiocinationem verò, si constitutum sit eandem longitudinem interualli colligere, commodissimus fuerit vsus 4 sexti Elementorum. Nam quę est ratio exploratæ altitudinis ad inquisitam loci ab ea distantiam, eadem efficitur sinus recti, qui subtenditur ei angulo, qui ad præscriptum locum eidem altitudini præfigitur, ad sinum rectum anguli cōplementi. Sit ergo nobis exploranda altitudo b a, à cuius basi b metiēdi sint f & g signorum distantiæ. Ac quo primùm inueniamus b f, designemus rectilineum spacium b c æquale ipsi a b. Conspiciatur autem a b ex f sub angulo b f a. & instituatur processus ex b in d, ex quo signo appareant b & c fines sub angulo b d c, qui sit æqualis ipsi b f a. Hinc asseueramus ipsam b d æqualem esse b f inquisitæ distantiæ. Nam primò angulos a b f & d b c rectos constituimus. Et alter acutorum a f b, est ęqualis b d c, quibus æqualia latera, a b & b c prætenduntur. Ergo per 26 primi Euclidis b d adæquatur b f, id quod demōstrandum erat. Nunc ad secundam obseruationis rationem transeamus, cuius adminiculo inuenienda nobis sit b g distantia. Appareat autem a b sub circumferentia l k, cui subtenditur sinus rectus k h, tum h k est ęqualis sinus complementi. Manifestum est hîc triangulos a b g & k h g esse æquiangulos, cum b & h sint recti, & vtrisque communis a g b. Quare per 4 sexti Euclidis eadem est ratio k h ad h g, quę est a b ad b g. Ex his magnitudinibus tres innotescunt. Nam k h per obseruationem constat & h g per sinum cōplementi & a b per hypothesin. Ergo b g latere non potest. His demonstrationibus satis constat, quomodo ex conspectis altitudinibus à basibus locorum interualla sint exploranda: superest nunc vt inquiramus, qua ratione easdem quātitates sine obseruationibus anguli, cui ipsæ altitudines prętenduntur, liceat metiri. Vt hunc scopum attingamus, plurimum nobis conducet vsus trianguli isopleuri. Si enim ipsam basin, cuius inquiritur distantia, vnà cum altero signo bis conspexerimus sub angulo 60 partium, constabit signorum intercapedinem inquisito æquari interuallo, vtque euidentius id oculis intueamur, figuram subijciemus. A basi altitudinis ignotæ a b metienda sit distantia b d, ergo ex d fiat obseruatio locorum b & c sub angulo, qui constat ex triente duorum rectorum. Sub eodem angulo ex c inspiciantur b & d, hoc constituto, dicemus c d interuallum ipsi b d rectæ æquale effici. Cum enim



per 32 primi Elemẽtorum trigoni b c d tres anguli duobus rectis sint æquales, ex quibus c & d collecti bessem constituent, reliquum c b d, trienti etiam æquari oportet. Quare triangulus b c d per 6 primi Euclidis est ἰσόπλευρος. Atque ita constat ex dimensione lateris c d ipsa b d inquisita distantia. Hac dimetiendi ratione licebit vti, quoties ex ipsis locis in bases altitudinum prospectus pateat: verùm sæpenumero contingit, vt distantiarum itinera ædificijs aut montibus sint obstructa, quominus ex conspectu basis rem absoluere possimus. Quare nobis hîc aliud consilium est inquirendum, cuius ductu per aliam viam eundem finem consequamur. Huic nostro instituto commodissimè iterum inseruient trianguli ἰσόπλευροι & æquicrurij, & si quolibet triangulorum genere hîc vti possimus. Ergo cum inuestigare voluerimus cuiuscunque loci à præfixæ altitudinis basi interuallum, assumpto instrumento obseruabimus apparentem eius partem, & aliud quoddam in plana terræ superficie signum, vt in antegressa propositione sub triente ex duobus rectis. Ex hoc loco per designatam in plano rectam digrediemur ad eam vsque distantiam, vt eadem conspectæ altitudinis pars, & prioris obseruationis locus iterum sub triente appareant. Constabit hinc obseruationum interuallum æquale esse hypotenusæ, quæ subtenditur recto angulo ab altitudine apparente & inquisita à basi distantia complexo. Hoc absoluto, si obseruauerimus acutum angulum, cui altitudo conspecta prætenditur, applicabimus has dimensiones, vt alibi nobis explicatum est, planæ terræ superficiei, videlicet, vt spacium aliquod rectilineum sub æquali acuto, qui antea fuerit obseruatus, angulo intueamur, rectum subtendente pari linea exploratæ hypotenusæ. His constitutis, metiemur quantitatem eius lateris, quod ex obseruato angulo πρὸς ὀρθὰς in spacium rectilineum incurrit. Nam id inquisitæ oportebit æquari distantiæ. Cæterùm hîc scire licet subinde molestum aut difficile experientibus futurum propter nimiam hypotenusæ longitudinem, aut ipsum locorum situm, si ipsam ex ἰσοπλεύρῳ conemur obseruare. Quamobrem hinc ad isosceleum triangulum considerationem transferemus. Hic intuebimur sub acuto angulo apparentem altitudinis partem, & aliud quodcunque in plano signum. Per eandem rectam hinc digrediemur eousque, vbi iterum sub eodem angulo appareat eadem altitudo, & prioris obseruationis locus. Hinc per 38 primi Regiomontani eam, quę rectum angulum subtendit, cõstituemus notam. Eandem verò hypotenusam non difficilius inueniemus ex triangulo ὀρθογωνίῳ si priore obseruatione facta, per assignatam rectam ad tantum loci interuallum digrediamur, vt alterum locum & conspectę altitudinis partem sub recto angulo liceat intueri. Tum per 29 primi Regiomontani hypotenusam colligemus. Superest nunc vt subiectis figuris demonstremus. Per obseruationem altitudinis a b metienda sit distantia b c. Ex c appareant a & g signa sub angulo a c g. qui sit 60 partium, quarum semicirculus continet 180. Sub pari angulo a g c conspiciantur a & c. his constitutis per præmissam dicimus c & g locorum interuallum ipsi a c rectæ adæquari. Constat enim angulum a reliquis g & c sigillatim æqualem constitui. Ergo per sextam primi Elementorũ g c ipsi a c magnitudine respondet. Cum iam trianguli orthogonij a b c hypotenusa c a constet, facilè ex c loco obseruabimus acutum angulum a c b. Quare si in alia plana superficie rectilineum aliquod spacium obseruauerimus sub angulo ęquali a c b & hypotenusa recti anguli fuerit ęqualis exploratę a c

rectæ,

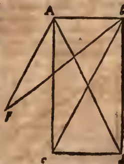


rectę, manifestũ erit latus illud, quod alteri acuto, videlicet æquali b a c subtendetur, ęquale reddi b c interuallo. Iterum intueamur sub acuto angulo a c f, cuius quantitatem pro arbitrio licet cõstituere a & f signa. Et ęqualis huic statuatur a f c sub quo appareãt a & c signa, tum efficitur triangulus c a f æquicrurius. Nam per sextam primi Euclidis æqualibus angulis a c f & a f c æqualia c a & f a latera subtenduntur. Ergo per 38 primi Regiomontani, cum c f basin in terra liceat explorare, a c non latebit. Tandem ex d loco appareant signa c & a sub angulo a d c recto, & obseruetur a c d acutus per inspectionem a d. tum per dimensionem explorato c d latere, per 29 primi Regiomontani a c hypotenusa innotescet, hinc ad inuentionem b c distantiæ eadem via progrediemur, quã paulò ante ostendimus, aut per eandem 29 primi Regiomontani ipsam colligemus, id quod demonstrastratione ratiocinari oportebat.

PROPOSITIO LXXXIIII.

De rationibus dimetiendi quorumuis apparentium corporum interualla.

EXplicabimus nunc simplicissimas dimensiones interuallorum, quibus apparentia quęuis loca inter se distiterint. In hunc vsum maximè nobis inseruient antecedentium propositionum demonstrationes. Per eas enim loci obseruationes ab vtraque meta, quę fuerit nobis præfixa, distantiæ obseruabuntur, inde conspecto per instrumentum angulo, cui inquisitum locorũ interuallum pręfigitur, per ratiocinationem 49 primi Regiomontani reliquum operis absoluemus. At scire licet, vt in antegressis exemplis ostẽdimus, has obseruationes simpliciter alicui planæ superficiei, vt innotescat æqualis, inquisitæ locorũ distantiæ magnitudo, applicari posse. Cæterùm ęqualem huic magnitudinem ex aduerso etiam deprehendemus, si vtrumque terminũ bis cum alio signo, sub iisdem angulis, qui rectũ constituant, aspexerimus, cuius rei demonstrationem alibi cum de metiendis latitudinibus ageremus, contextam reliquimus. Et quãuis hęc per se satis manifesta sint, tamen ne rudioribus aliquis scrupulus relinquatur, figuram subiicere non pigebit. Constitutum sit ergo metiri distantiam locorum a & b ex f signo. Primùm obseruato angulo a f b per antegressas propositiones metiemur lõgitudines a f & f b. Inde per 49 primi Regiomontani reliquum a b interuallum ratiocinabimur. Sed easdem obseruationes, vt sæpius antehac explicatum est, alii applicare superficiei licebit, videlicet, vt à spacio rectilineo constituamus ęqualia interualla a f & b f, quę in eo-

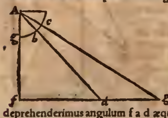


dem puncto concurrant sub angulo a f b, tum per 4 primi Elemētorum eam lineam, quę sub hoc angulo apparuerit ęqualem effici a b necessarium fuerit. Iterum per alias obseruationes exploranda sit ęqualis magnitudo ipsi a b distantię. Primùm ergo ex c intuebimur a b sub angulo a c b, & b d sub angulo b c d, qui collecti tectum constituant. Hinc in d progressi obseruabimus iterum a b sub angulo a d b, qui sit ęqualis ipsi a c b, & a c sub altero a d c, qui adęquatur ipsi b c d. hinc & totū b d c angulum toti a c d ęqualem esse constat. Inde per dimensiones explorata c d inuēta fuerit a b magnitudo inquisita. Cuius demōstrationem alibi explicatam reliquimus. Ex his quoq; manifestum est, cum angulus c a b sit rectus, ex sola dimensione c a & anguli a c b in alia superficie, vt iam ostendimus ex repetitis obseruationibus ęqualem ipsi a b magnitudinem explorari posse, quæ nos hîc admonuisse sufficiat.

PROPOSITIO LXXXV.

Quomodo ex sublimioribus locis apparentes in subiectis planis distantias à basibus liceat explorare.

CVm varias ac multiplices rationes explorādi locorum altitudines ex inferiori superficie descripserimus, consultum videtur, vt viceuersa inuestigemus quomodo ex sublimioribus ędificijs, aut turribus apparentium locorū distantias à basibus liceat obseruare. Sed hîc meminisse oportet, cum ferè contingat ex vnico tantùm altitudinis loco, nimirum eminentiore obseruationes absolui, tam multiplices metiendi modos hîc contexi non posse, præterea admodum remotas locorum distantias incertius hinc colligi, cum exquisitam altitudinis constitutæ rationem ad easdem propter uisus imbecillitatem difficilius deprehendamus, attamen quid ipsa res permittat, considerandum hîc nobis est. Inprimis exquisitè huius altitudinis, ex qua fient obseruationes, magnitudinem aut demisso perpendiculo, aut antegresis dimensionibus exploratam habere oportet. Hoc constituto per 29 primi Triangulorum, negocium absoluemus in hunc modum, vbi ad perpendiculum exactè suspenderimus alterum latus instrumenti, eleuata mobili regula per διωγία infixa apparentem locum intuebimur. Hinc nobis constabit alter acutorum in trigono rectangulo, cui videlicet inquisita subtenditur distantia, quare deprehenso catheto & illa innotescet. Si ergo fuerit angulus obseruationis æqualis reliquo acuto, etiam quæsitam loci interuallum æquale assumptę altitudini efficietur. Eodem modo constat semper eandem esse rationem sinus complementi ad sinum huius anguli explorati, quæ est altitudinis propositæ ad conspectum loci interuallum. Ex his vel cuiuis manifestum est nostras hîc obseruationes tantùm ijs locorum distantijs congruere, quæ non alium situm possideant, quàm basis altitudinis, hoc est, vt cum ea in libella consistant, quamuis exigua deflexio manifestum errorem non pariant. Sit ergo cōstitutum ex assumpta altitudine f a fastigio a distātias locorum d & g ab f basi explorare. Primùm applicato instrumenti latere a g ipsi a f catheto, cum visus dirigitur in d & g innotescūt anguli f a d & f a g ex segmentis g b & g c. Quare cum angulus a f g sit rectus, & a f perpendicularis nota per 29 primi Triāgulorum f d & f g latera ratiocinabimur. Quòd si hic



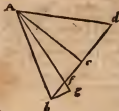
deprehenderimus angulum f a d æqualem ipsi f d a, id est, si offerretur circumferentia

cumferentia g b 45 partium, quarum totus Quadrans habet 90, sinus vtriusque æquari constabit. Quare cum sit eadem ratio sinuum inter se, quæ est ipsorum laterum ad quæ referuntur, ipsam d f æqualem effici f a altitudini sequetur, De reliquis sinuum rationibus & distantiarũ ad altitudines idem sentiendum. Cæterùm hic nobis obseruare licet, quòd si altitudo a f exigua esset, & interuallum g f admodum remotum aliquanto certius ex triangulo a d g & a d explorato, quàm ex triangulo f a g ratiocinari posse, quia ipsum a d latus & propius & longius respectu d g, quàm a f ad eandem magnitudinem existit, idque non κατ' φύσιν, sed visus imbecillitate, qua longiorem f g distantiam, non tam exquisitè assequimur. Conspecto igitur ex a, g loco, cum habeatur angulus f a g, & interior f a d constet, vtriusque differentia d a g cognoscetur. insuper cum sit angulus f rectus, alter acutorum a d f non latebit, quo sublato ex duobus rectis, restituitur angulus a d g. Trianguli ergo a d g, cum duo anguli d & a sint noti, superest, vt aliquod ex lateribus colligamus, quod hic sit a d. Huius quantitatem per ratiocinationẽ 26 primi Regiomontani metiemur. Tandem igitur per 4 secundi Triangulorum d g colligemus, qua annexa ipsi f d exploratæ, tota f g distãtia inquisita innotescet. Porrò hic manifestum est, id quod paulò ante asseruimus, ipsa d & g loca ab ea, quam basis f occupat libella, si hac obseruandi ratione placuerit rem expedire, aut nihil aut parum deflectere debere. Si enim aut altius aut inferius constituerentur, ipsæ distantiarũ lineæ in f τῶς ὀρθῶς non incurrerent.

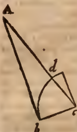
PROPOSITIO LXXXVI.

Quibus dimensionibus accliuam montis longitudinem liceat deprehendere.

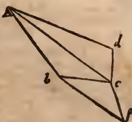
SEquitur vt hic deinceps inuestigemus, quibus obseruandi rationibus aecliuam alicuius montis longitudinem liceat explorare. Primò quidem id facilè expediemus, si ad ipsam præfixæ magnitudinis rationem pateat accessus, per triangulos isopleuros, æquicrurios, & orthogonios. Videamus ergo quem vsum ad huius problematis solutionem triangulus isopleuros præstare possit. Dicimus hic obseruandum esse ex infima præfixæ longitudinis parte summũ ipsius fastigium & aliud quoddam in plana superficie signum exquisitè sub instrumenti segmento 60 partium, quarum totum continet 90. hinc nobis innotescit aliqua portio lateris inquisiti trianguli. Quare facilè per eandem rectam ad eam vsque loci distantiam procedere licebit, ex qua idem longitudinis fastigium & constitutum signum sub eodem 60 partium segmento intueamur. Quocunque in loco id cõtigerit, eius interuallum à puncto prioris obseruationis inquisitæ longitudini adæquari noueris. At maioris facilitatis causa per solam obseruationem catheti eiusdem isopleuri, qui semper ex quolibet æqualium angulorum in aduersum latus excurrens, exquisitè in semisses idem distribuit, hoc operis absoluere licebit. Hunc sine dubio inueniemus, si per eandem rectam, in qua fuerit conspectum signum, eousque progrediamur, vbi fines inquisitæ magnitudinis sub integra Quadrantis circumferentia apparuerint, huius loci distantiam ab antegresse obseruationis signo exactè semissem inquisiti lateris isopleuri constituere certum est. Quare duplum eius integram longitudinis præfixæ quantitatem in lucem proferet. Sit ergo in obiecto monte accliua longitudo b a, quam in inferiori plano libeat explorare. Primùm ex b radice appareat a fastigium, & inferius f signum sub angulo a b f, qui sit partiũ 60. hinc per eandem b f rectam progressi vsque in d, conspiciantur a & f sub angulo a d f æquali a b f. Tum asserimus distantiam locorũ b & d æqualem



esse inquisitæ b a longitudini. Cum enim per 32 primi Element. 3 anguli b, a, d constituant duos rectos, ex quibus vterque b & d triētem absumit, tertio a etiam tantùm relinquitur. Est ergo triangulus a b d isopleuros. Quare ex dimensione interualli b & d quæsita magnitudo b a innotescit. His demonstratis videamus, quomodo ex obseruatione catheti eundem scopum liceat cōsequi. Constituto igitur angulo a b f, per eādem b f rectam progressi in c, appareant ex eo loco b & a sub angulo a c b recto, tum dicimus b & c distantiam semissem esse totius b d. Cum enim angulus a c b sit rectus perpendicularis est a c ipsi b d. Sed eandem latus isopleuri, cui insidet, inæqualia segmēta diuidit. Nam duo latera b a & a d ex hypothesi sunt æqualia, & angulus a b d ipsi a d b. Quare per 26 primi Elemētorum c d adæquatur b c. Est ergo b c semissis b d quod demonstrandum erat. Porrò ex æquicrurio trigono eandem magnitudinem inueniemus, si distantiam duorum signorum, cuius quantitatem pro arbitrio statuemus, sub duobus duntaxat æqualibus angulis obseruauerimus. Exempli gratia, idem fastigium a & signum g ex b loco appareat sub eodem angulo a b g, sub quo ex g, a & b, vt est a g b: tum explorata per dimensionem b g distantia, per ratiocinationem 38 primi Regiomontani b a latus colligetur. At consideremus etiam, quomodo duntaxat adminiculo lateris instrumenti similes montium longitudines liceat metiri: quam ad rem maximè nobis inseruiet vsus trianguli orthogonij. Si enim alterum latus Quadrantis præfixæ longitudinis lineæ πρὸς ὀρθὰς imposuerimus, & per mobilis regulæ pinnacidia supremum fastigium intueamur, innotescet acutus angulus, cui ipsa magnitudo subtenditur. Exempli gratia, inquisitę montis b a longitudini ad finem b impositum sit latus instrumenti c b ad angulum a b c rectū, tum visus radius ex c in a procedens, cum secet circumferentiam in d, ex segmento d b innotescit acutus angulus a c b. Quare latere c b cognito per 29 primi Regiomontani ipsa b a longitudo colligetur. Hanc obseruandi rationem satis exquisitam esse constat, quoties b a intra mediocrem quantitatem constiterit, ne visus in a debilior fiat propter remotius interuallum. Interim hîc silentio prætereundum non est, quo dimetiēdi artificio easdem magnitudines explorare oporteat, quando accessus interclusus fuerit, ex remotioribus interuallis. Ad cuius rei inuestigationem præcipuè vtemur adminiculo quartæ secundi Regiomontani. Per hanc enim primò inuestigabimus interuallum loci obseruationis à præfixæ longitudinis inferius apparente fine. Secundò per eandem colligemus quantitatem radij visus ex eodem obseruationis loco in summum longitudinis fastigium incurrente, vnà cum angulo, quo ad prædictum inclinatur interuallum. Quæ res vt euidentius intelligatur, demonstrationem contexere oportebit. Sit ergo metienda nobis accliua in monte longitudo b a ex c loco, quia ad infimam ipsius b partem aditum non patere constituimus. hinc c b sit distantia loci obseruationis ab infima longitudinis parte, & c a radius visus, quo primum ex c sub angulo a c b obseruatur a b inquisita longitudo: vt ergo deprehendamus quantitatem b c ex c obseruentur signa b & f, vt constet angulus b e f, & ex f intueamur b & c, vt inueniatur angulus b f c. Hoc constituto, si exploremus magnitudinem lateris



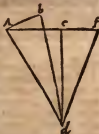
nem lateris c f per 4 secundi Regiomontani, ipsum b c interuallum ratiocinabimur. Eadem ratione metiemur latus a c. Nam per conspectum a & d ex c loco patefit angulus a c d: ex d verò dum intuemur a & c innotescit angulus a d c. Quare c d per dimensionem in terra deprehenso, per eandem quartam secundi a c colligetur. Sed angulum etiã a c b per antegressam obseruationẽ notum effecimus. Ergo per 49 primi Regiomontani a b inquisitæ longitudinis quantitatem in lucem proferemus. Cæterùm vt rudioribus hic etiam consultum sit, scire licet exploratis ea ratione, quam præscripsimus, triangulorum b c a, b c f, & c a d angulis, & singulorum vno latere, obseruationes alij planæ superficiei, iuxta eandem symmetriam (vt alibi nobis explicatum est) applicari posse. Ita faciliori negocio, b c, c a, & hinc tandem b a colligentur.



PROPOSITIO LXXXVII.

Metiendi rationes uallium ac fossarum profunditates ex superioribus locis.

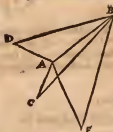
IN antegreßis demonstrationibus vbiq; ferè pertractauimus eas metiendi rationes, quibus in sublimioribus locis constitutæ magnitudines explorantur: nunc viee versa inquirendum nobis est, an apparẽtes in inferiore situ quantitates ex mõtibus, aut altiore aliqua superficie eadem commoditate liceat deprehendere. In cuius rei inuestigatione vsitatas nobis hactenus in cõtexendis ἀναλόγων rationes vbiq; persequemur. Vt ergo institutum negocium simpliciter explicemus, primùm omnium ex superioribus locis profunditates vallium & fossarum alicuius loci situm ambientium ratione inuestigabimus. Per eas verò intelligimus perpendiculares ex infimo apparentis profundi loco vsque in libellam superius constituti situs ascendentes. Quæstionis huius solutionem igitur, ita nobis licebit expedire, si à latere obseruationis loci per 4 secũdi Regiomontani, decliuam ipsius in profundum longitudinem & quanto ad libellam angulo inclinet exploremus. Ex subnexa figuratione manifestius hæc innotescent. Ex sublimioribus ergo locis a & f descendentes longitudines concurrant in profundo d, quorum designatæ f a libellæ perpendicularis occurrat d c, cuius magnitudo hic nobis exploranda sit. Ad hoc assumemus à latere interuallum, cuius a & b fines rectis lineis ipsi d annectantur. Prima hic obseruatione ex a dum intuemur b & d offertur angulus b a d, secunda ex b cum aspicimus a & d patefit angulus a b d. Quare si dimensionibus (quod facillimum est) explorauerimus a b latus, per ratiocinationem quartam secundi Regiomontani innotescet longitudo ex a in d profundum descendens. Deinde superest, vt obseruemus angulum c a d acutum. Cum igitur per hypothesin angulus a c d sit rectus ratiocinio 29 primi Regiomontani c d profunditatem inquisitam in lucem proferemus.



PROPOSITIO LXXXVIII.

Quanta sit distantia duorum locorum, quæ interiacente profundiore spatio disiunguntur.

ANtecedentem profundi inquisitionem non sequitur demõstratio obseruandi locorum apparentium distantiam, quæ altiori cauitate sunt disiuncta. Hanc ferè ex iisdem fundamentis cum superiore, nimirũ ex 4 secundi Regiomontani extructam proferemus. Nam duabus duntaxat obseruationibus hoc operis absoluemus, vt ex sequenti figura patefiet. Inter loca b & a intercedat profunditas a f b. Distantiam eorum comprehendit a b recta, quæ nobis hîc inquiritur. Ab vtroq; latere ipsius a designentur rectę a c & a d, quarum vtriusq; adminiculo ipsam a b licet ratiocinari. Primùm ex a loco per conspectum c b offertur angulus c a b, & ex b d ipse d a b. Eodem modo patefiũt anguli a d b & a c b. Quare ex vtroq; laterum c a & a d per ratiocinationem 4 secundi Regiomontani a b cognoscetur. Si hinc præcisè vtriusq; altitudinis a & b differentiam placeret inuenire, obseruandum esset quanto angulo b a ad libellam a loci inclinet, tum reliquum operis per 29 primi Regiomontani absolueretur.



PROPOSITIO LXXXIX.

Angulum profunditatis, quo duo seiunguntur loca, inuestigare.

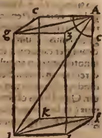
QVi præmissas demonstrationes rectè intellexerit non difficulter inueniet angulum profunditatis, quo apparentia superius loca seiungũtur. Tantùm enim hîc opus fuerit obseruatione anguli, quem vtriusq; distãtia cum descendente in profundum longitudine complectitur. Inde per 49 primi Regiomõtani ratiocinationem absoluemus. Sit enim exempli gratia, in pręmisso schemate angulus profunditatis a f b inuestigandus. Per antegressas ἀπoδείξεις inuentæ sunt a b & a f lineæ. Quare ex conspectu b & f obseruato f a b angulo per ratiocinium 49 primi Regiomontani ipsum a f b colligemus, id quod ostendendum erat.

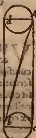
PROPOSITIO XC.

Quomodo angustiores profunditates, quæ ad perpendiculum in terram descendunt, obseruare liceat.

PRæmissas metiendi profunditates ἀπoδείξεις non omnibus terræ cauitatibus propter angustiam locorum applicare licet. Nam sæpenumero tantum interuallum non offertur, vt ex dimensis locis idem in profundo signum liceat intueri. Quare ne hîc spe frustrati videamur, ad eundem scopum alia via contendere oportebit. Atq; hîc scire licet nos æqualem in tota cauitate, quæ præceps in terram descendat, latitudinem constituere. Nam huius ratiocinatione inquisitam profunditatis quantitatem colligemus. Vt ergo rem ipsam percipiant discentes, applicabimus alterum latus instrumenti exquisitè ipsius meatus catheto, & sublata regula obseruabimus, qua in parte, postquàm aduersus in inferiore latitudine finis fuerit conspectus, circumferentiam instrumenti secet. Hinc nobis innotescet angulus trigoni orthogonij, cui subtensa fuerit

fuerit ipsa latitudo obseruata. Quòd si meatus fuerit quadrangularis, vtemur potius transuersa latitudine, cuius euidentior erit ratio ad inquisitam profunditatem, quàm altera in lateribus constituta: sin autem exquisitè congruerit circulari figuræ inquisita diametro, eodem modo negocium absoluemus. Sit ergò quadrangularis meatus g c a h, qui præceps in terram descēdat vsque in partem d k f l. Huius metienda sit profunditas a f: vt hoc efficiamus, constituendum est latera superioris quadranguli g c a h æqualia esse lateribus inferioris d k f l & æqualia. Hoc constituto, concinnè accommodato instrumenti latere a c ipsi a f catheto, cum radius visus in d aduersam partem procedit, secatur circumferentia in b. Quare ex b c innotescit angulus d a f. Sed angulus d f a est rectus. Ergo d f transuersa inuenta, per 29 primi Triangulorum a f colligetur. Illa verò constat ex transuersa g a, cui per hypothesin est æqualis: nam duo latera g h & h a sunt æqualia d l & l f, & angulus g h a, ipsi d l f. Quare g a explorata, a f cathetum inueniri posse constat. Cæterùm ex lateribus g c & c a eandem a f profunditatem liceret inuestigare, sed cum ipsa g a maiorē ad illam obtineat rationē, hunc obseruandi modum sequi cōsultius fuerit. Nūc similem dimensionē profunditatis in rotundo meatu experiamur. Sit ergo præceps meatus a d, b c, cuius superior a d cauitas exquisitè inferiori adæquatur. Exploranda nobis hic erit profunditas a c. Primùm ergo ex a loco, eodem modo vt superius, obseruabimus aduersam inferioris latitudinis b partē, hinc innotescit acutus angulus b a c & ipse b c a per hypothesin est rectus. Quare latere b c explorato, c a facilè inuenietur. Sed ex hypothesi æqualis est d a ipsi b c, & illam superius facilè metiri licet, aut ex nota circumferētia iuxta artificium circuli, quo Archimedes proximè dimetientis ad ipsam colligit rationem, aut facilius ducto per medium filo d a, quod in semisses totum circulum distribuat.

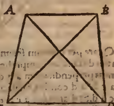




PROPOSITIO XCI.

Quibus dimensionibus ex monte apparentes in inferiori superficie locorum distantiæ sint explorandæ.

Inuestigabimus hic deinceps quibus obseruandi rationibus apparentes in inferiore superficie locorum distantiæ ex montibus sint explorandæ. Ad cuius rei consyderationem non mediocrem nobis vsum quarta secundi Triangulorum præstabit. Assumemus igitur in monte, vbi opportunum fuerit, aliquod loci interuallum, ex cuius vtroque fine præfixam locorum distantiā liceat intueri. Dehinc duabus obseruationibus negocium expediemus, vt sequitur. Sit ergo superius in mōte assumptum aliquod spacium a b, ex quo debeamus explorare interuallum locorum c & d quæ in inferiore superficie consistunt. Ducatur etiam rectæ lineæ ex a & b in c d, nimirum a c, b c, a d, b d. Primùm ex b dum intuemur a, c, & d, innotescunt anguli a b c & c b d. Iterum ex a dum obseruantur c, d, & b offeruntur anguli c a d & d a b. Ex his etiam patefiant toti anguli a b c d & c a b. Ratiocinabimur ergo ex triangulo b c d inquisitam locorum di-



ſtantiam c d. Cum enim trigoni a d b inuenti ſint anguli d a b & a b d & a b ſpacium in monte liceat explorare, per 4 ſecundi Regiomontani b d latus colligetur. Iterum in trigono a c b cum dentur anguli c a b & a b c vnà cum a b latere, per eandem 4 ſecundi metiemur ipſam b c rectam. Cum ergo trianguli b c d inuenta ſint duo latera b c & b d conſtitutum c b d angulum complectentia per 49 primi Regiomontani c d inquiſitum locorum interuallum patefiet. Eadem ratione ex triangulo a c d ipſum c d cognoſcemus. Cum enim duo noti anguli c a b & a b c dato a b lateri inſideant, per eandem 4 ſecun. a c latus ratiocinamur. Et ex trigono a d b cum innoteſcant eius anguli d a b & a b d explorato a b ſpacio incumbentes, a d recta non latebit. Sed antea nobis inuētus eſt angulus c a d. Quare eodem modo, vt ſuperius per 49 primi Triangul. c d locorum interuallum inuenietur. Quòd ſi has obſeruationes alij planæ ſuperficiei accommodare voluerimus (vt ſæpius antehac admonuimus) ſine ratiocinatione propoſitionū Regiomontani negocium abſoluemus.

PROPOSITIO XCII.

Quantus ſit exceſſus altitudinis alicuius loci in monte ſupra libellam alterius in inferiore ſuperficie conſpecti.

VIdeamus hîc deinceps quibus obſeruandi modis exceſſum altitudinis conſtituti alicuius in ſuperiore montis parte loci ſupra libellam alterius cuiuſuis in inferiore apparentis ſuperficie metiri poſsimus. Et ſi verò alibi obſeruatione libellæ id fieri poſſe oſtenderimus: tamen ibi cum ſæpius repetitis ſit opus dimenſionibus, multò ſimplicius ác facilius ad eundem ſcopum hîc collimamus. Vt ergo inſtitutum explicemus, primò duabus obſeruationibus ex conſtituto ad hoc in monte ſpacio exquiſitè vtriuſque nobis præfixi loci interuallum auxiliante 4 ſecundi Triangul. colligemus. Hoc operis abſoluto, diligenter intuebimur, quanto circuli ſegmento demiſſum ex loco montis perpendiculum, ab explorata nobis interualli linea deflexerit. Inde per ratiocinationem vigeſimænonæ primi Triangulorum inquiſitæ altitudinis exceſſus innoteſcet. At euidentius hæc ſubnexa exemplo ſunt explicanda. Statuamus ergo in monte ſpacium quoddam a b & in inferiore ſuperficie apparentem locum d, per quem deſignemus libellam d c, ſupra quā eleuetur locus a quantitate perpendicularis à c, quæ nobis hîc eſt inueſtiganda. Connectamus ergo rectis lineis b, a, & d ſigna, vt triangulus conſtituatur, cuius dimenſione liceat præfixum ſcopum attingere. Primùm hîc ex a, cum obſeruamus b & d, offertur angulus b a d, eodem modo in b colligitur angulus a b d, & a b rectam in monte licet metiri. Quare per quartam ſecundi Triangulorum ipſam a d, quæ præfixam locorum diſtantiam comprehendit, ratiocinabimur. Hoc conſtituto, ex a demittemus perpendiculum a b, quod exactè incidit in cathetum a c. Cum ergo ſitus a c & a d conſtet, facilè, admoto inſtrumento, metiemur angulum acutum c a d. Sed angulus a c d eſt rectus, quia comprehenditur perpendiculari in libellam incidente. Hinc per vigeſimamnonam primi Triangulorum concludimus a c inquiſitæ altitudinis exceſſum nos ratiocinari poſſe. Eandem verò

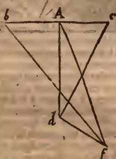
in alia

in alia superficie facilius inueniemus, si in ea æquiangulum struxerimus trigonum ipsi a d c, cuius ὑποτείνουσα æqualis efficiatur a d.

PROPOSITIO XCIII.

Quibus obseruationibus fluminum latitudines ex montibus deprehendantur.

Sequitur vt hic vlterius inuestigemus, quibus metiendi rationibus fluminum latitudines etiam ex altissimis montibus liceat explorare. Vt commodius id operis absoluamus à constituto montis loco adminiculo vigesimænonę primi Regiomontani colligemus distantias finium, qui apparentem latitudinem includunt: inde per instrumentum obseruantes, quanto illæ ad se inuicem angulo inclinent, per quadragesimamnonam primi Regiomontani inquisitæ latitudinis quantitatem ratiocinabimur. Constituamus ergo superius in monte locum a, ex quo labentis fluminis latitudo d f appareat. Cuius quantitatem obseruationibus in sublimiore spacio metiri debeamus. Primò vtrumque latitudinis finem d & f rectis lineis cum a connectamus. Et per eundem a locum designemus spacium rectilineum b e, quod ad vtramque d a & f a πρὸς ὀρθὰς existat. Deinceps extremitas b copuletur cum fine f, & e cum d. His constitutis ad inquisitionem d f præfixæ latitudinis progrediemur. Primùm in triangulo orthogonio d a e metiemur instrumento acutum angulum a e d: tum a c latere superius explorato, per vigesimamnonam primi Triangulorum a d patefiet. Eadem ratione per obseruationem anguli a b f trigoni orthogonij b a f, innotescet a f recta. Inde per instrumentum deprehenso f a d angulo, ratiocinatione 29 primi Regiomontani inquisitam latitudinis d f magnitudinē in lucem proferemus, Id quod demonstratione nobis concludendum erat.



PROPOSITIO XCIIII.

Quomodo ex montibus singulorum in inferiore superficie, quæ appareant, locorum situs exquisitè liceat obseruare.

Hactenus ex montibus omnium, quæ in inferiore situ conspiciuntur magnitudinum obseruationes executi sumus: nunc instar coronidis subijciemus, quibus dimensionibus verum situm & constitutionem omnium inferius apparentiū locorum iuxta exquisitam symmetriam liceat explorare. Ac sanè hac in re operā dabimus, vt inquisitis demonstrationibus singularum conspectæ superficiei partium descriptionē non minore certitudine absoluamus, quàm si inferius in ipsis locis (vt alibi explicauimus) sigillatim obseruationes faceremus. Quantū verò attinet ad constitutionē symmetriæ proxima quæque loca rectis lineis ita connectemus, vt tota superficies triangulis contexta maximè cōgruentem ipsis locorū sitibus & interuallis picturam ac adumbrationem repræsentet. Porrò ad omnes dimensiones absoluendas vnicū duntaxat

in monte ſpacium rectilineum conſtituemus, ex cuius magnitudine cõſpecta triangulorum latera ratiocinemur. Sed ne longiore verborũ contextu res ipſa obſcurior fiat, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Deſignemus ergo in inferiori ſuperficie loca a, b, g, f, d, c, quorum proximiora per rectas lineas ſigillatim (vt hîc apparet) ſint cõnexa. Horum veros ſitus iuxta exquiſitam ſymmetriam interuallorum, quibus inter ſe diſtant conſtitutum ſit explorare in duobus ſublimioribus mõtis locis k & h. Ducantur ergo ex k rectę lineę, quę ſint radij viſus in loca b, c, f, d, & a: & ex h in b, c, f, g. His ita conſtitutis, dicimus ſingula trigonorũ latera quę in deſignatis locis coeunt, & præfixam nobis ſuperficiem abſoluunt, ex locis k & h, ſi notum conſtituerimus k h ſpacium rectilineum, obſeruationibus deprehendi poſſe. Aſſumamus enim, exempli gratia, triangulum a c b, cuius ſingulis lateribus inuentis, de exquiſito locorum a, b, & c ſitu non dubitabimus. Cum ex k intuemur a & b innoteſcit angulus a k b, cum a & c ipſe a k c, deniq; c b, tertius c k b angulus offertur. Sequitur inde, vt trigoni a k b per antegreſſam propoſitionem a k & b k latera ratiocinemur, id quod facilè expediemus cum h k ſpacium notũ aſſumamus. Etenim ex ea ſatis cõſtat, quomodo per triangulum orthogonium loci obſeruationis à ſingulis, quæ in inferiore ſitu conſiſtunt, ſignis interualla ſint metienda. Quoniam igitur triangulo a b k dantur duo latera a k & b k exploratum a k b angulum complectentia per 49 primi Triangulorum reliquum a b latus metiemur. Eodem modo per antegreſſam propoſitionem inuẽto latere k c, cùm obſeruatus ſit angulus c k b cognoſcetur recta b c. Reliqui ergo lateris a c non eſt difficilis inuentio cum a k & c k notum a k c angulum comprehendentia, ſint conſtituta. Quare trigoni a b c cum a b, b c, & c a latera ſint deprehenſa, verum a, b, c locorum ſitum exploratum eſſe demonſtrauimus. Iterum ex h ſit explorãdus locorum c, f, g ſitus. Per antecedentem metiemur rectas diſtantiarum loci h à præfixis ſignis, quę ſunt h c, h f, h g: inde explorabimus inſtrumento angulos c h g, c h f, & f h g. Tum per eandem 49 primi ſingula c g, c f, & f g latera patefient. Conſtat ergo ſitus locorum c, f, g. Eadem ratiocinandi via reliquorum trigonorum latera inquiremus. Ex his manifeſtum eſt, totam propoſitæ ſuperficiei deſcriptionem ſatis exquiſitè abſolui, ſi duntaxat exploratis loci obſeruationis diſtantijs à conſpectis ſuperficiei ſignis, obſeruemus angulos, quibus triangulorum latera ſubtenduntur. Hanc demonſtrationem copioſius explicare volui, vt diſcentium induſtriæ, quantum fieri poteſt, ſuccurram.

PROPOSITIO XCV.

Quomodo ex Triangulorum ſcientia colligantur rationes metiendi planas ſuperficies.

HActenus explicata ferè ſunt omnia, quæ ad multiplices linearum dimenſiones requiri poſſe videntur. In his præcipuè operam dedimus, vt induſtrij artifices

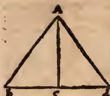
ſtrij artifices,& qui non omninò à Mathematis abhorreant, certis & immotis ἀκραδάντων fundamentis inſtructi,& noſtris maiore cum fructu vti, & ſic vbi occaſio poſtulauerit,quæ in alijs locorum ſitibus, quales infiniti occurrere poſſunt,obſeruanda ſint,non difficulter ratiocinentur. Iam verò ſequitur, vt pro inſtituti noſtri ratione quomodo ex obſeruatis planæ ſuperficiei lateribus tota eius capacitas explorari poſsit,breuiter perſtringamus.Id quod non difficilius,quàm antegreſſas demonſtrationes ex iiſdem elementis Triangulorũ extrui poſſe, perſpicuè diſcentes intelligent. Omnes enim planas ſuperficies in quotcunq; opus fuerit,triangulos reſoluemus, vt ſigillatim eorum quantitate perſpecta,totius capacitatem cõuenienter abſoluamus. Quare vt in huius rei conſideratione faciliorem diſcentium ingenijs methodon perſequamur, ſingulos alterius generis trigonos in ὀρθογωνίους per inquiſitos perpendiculares ſecabimus. Conſtat enim τρίγωνον ὀρθογώνιον exquiſitè complecti ſemiſſem παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου.Cum ergo per 16 primi Regiomontani, quod ſub duabus inter ſe datis rectis lineis continetur parallelogrammum rectangulum non lateat,manifeſtum eſt facillima ratione ſemiſſem inueniri poſſe. Prima igitur inquiſitio eius ſuperficiei,nobis inſtituetur,quæ lateribus trigoni rectanguli fuerit complexa. Conſtitutis hîc lineis, quæ comprehendunt rectum angulum, multiplicabimus ſemiſſem vnius in totam magnitudinem alterius, aut tota in alteram ducta,cõflatum numerũ in ęquales partes diſtribuemus.Igitur,exempli gratia,ſtatuamus trigoni rectanguli a b c, cuius duo latera rectum angulum a b c ambientia,nimirum a b & b c cognoſcantur,inueniendam eſſe aream,ſiue interiorem capacitatem. Et a b ſit 8 partium b c,7.Cum ergo multiplicatis 8 in 7 conſurgant 56,conſtituitur ſemiſsis 28 part.Item ſi duxerimus 7 in 4 idem numerus offertur.Quare hoc ratiocinãdi modo totam trigoni a b c capacitatem habemus inuentam.Atq; hîc ſcire licet eandem ratiocinij formam omnibus trigonis orthogonijs, ſiue quæ rectũ angulum cõprehendunt latera,fuerint inter ſe ęqualia,ſiue inæqualia,ex ęquo congruere.At non tantùm ſi dentur latera,quæ rectum angulum complectuntur,inquiſitam ſuperficiem metiemur, verùm etiam ſi vnum ex lateribus cum altero acutorum conſtiterit.Nam hoc conceſſo,per 29 primi Regiomontani reliqua latera pateſiunt. Quòd ſi detur ὑποτείνουσα,vnà cum altero latere rectũ angulum ambientium,reliquum per 26 primi Triangulorum inueſtigabimus. Ita ſemper ratiocinamur duo latera,quæ rectum comprehendunt. Quare per præmiſſam rationem area, ſiue quantitas ſuperficiei latêre non poteſt. Hæc cum facilè à diſcentibus intelligantur, exemplis euidentius explanari nihil opus fuerit.



PROPOSITIO XCVI.

Qua ratione ſub menſuram cadat ſuperficies triangulo iſopleuro comprehenſa.

CVm in antegreſſa propoſitione facillima dimetiendæ ſuperficiei ratio ſit nobis explicata: ſequitur vt pedetentim ad alias difficiliores progrediamur.Conſideremus ergo deinceps, quomodo ſuperficies trianguli iſopleuri ſub menſuram cadat.Verbi gratia, deſignemus iſopleurum a b d, ex cuius lateribus vnum duntaxat datum ſit.Nam reliqua cum ſint æqualia, etiam innoteſcunt.Et ex angulo b a d deſcendat perpendicularis a e in oppoſitum latus b d,tum facilè inuenietur incluſa ſuperficies. Conſtat enim per 34 primi Triangulorũ perpendiculari a e,quoduis ex lateribus potentia ſeſquitertium

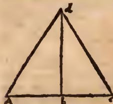


esse. Vnde per eiusdem corollarium quantitas eius innotescit. Iam verò ex ratiocinatione penultimæ primi, & ex communibus animi notionibus certum est ipsam a c basin b d inæqualia segmenta, nimirū b c & c d partiri. Quare tota b d per hypothesin constituta, semissis b c, aut c d non latebit. Ex his manifestum est trigonos rectangulos a c d & a c b esse ęquales, & coniunctos exquisitè parallelogrammum rectangulum constituere. Hinc per 16 primi Regiomontani notis b c & a c lateribus, totam areæ capacitatē colligemus.

PROPOSITIO XCVII.

Cuiuslibet trianguli superficiem metiri, si unà cum tribus lateribus notis, aliqua ex perpendicularibus constiterit.

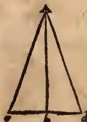
Assumemus hìc qualemcunq; triangulum, cuius superficiē explorari posse dicimus, si vnà cum tribus lateribus datis aliqua ex perpendicularibus innotescat, vtq; hoc exemplo euidentius intelligatur, constituamus triangulum qualemcunq; c a d, cuius notis lateribus c a, a d, & c d, detur etiam perpendicularis d b, tum asserimus totam eiusdem trigoni capacitatem certa dimensione posse explorari. Cum enim d b sit perpendicularis ipsi a c, manifestum est triangulum a b d esse orthogonium, cuius duo latera, videlicet a d & d b sunt nota. Quare per 26 primi Regiomontani basin a b colligemus. Ergo cum innotescant a b & b d latera rectum angulum a b d ambientia, ex multiplicatione semissis a b in totam b d, tota superficies trigoni b a d patefiet. Insuper in trigono rectangulo c b d, cum ex hypothesi constet b d c, inueniemus ipsam b c, ex subtractione b a ex tota a c. Nam hæc est vtriusq; differentia. Quare eodem modo, quo altera constat, per multiplicationem semissis b c in b d totam, aut semissis b d in c b totam ratiocinabimur superficiem triangulo c b d complexam. Ex coniunctis ergo superficiebus c b d & a b d tota c a d conflatur, id quod hìc demonstrandum erat.



PROPOSITIO XCVIII.

Trianguli isoscelij, cuius alterum ex æqualibus lateribus unà cum basi constiterit, capacitatem metiri.

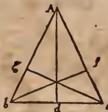
Videamus hìc deinceps, qua ratiocinandi via metienda nobis sit capacitas trianguli isoscelij, cuius alterum ex æqualibus cruribus, vnà cum basi innotescat. Exempli gratia, trigoni æquicrurij c a d detur alterum ex æqualibus lateribus, nimirum a c vnà cum basi c d. hinc totam c a d planam superficiem inueniri posse asserimus. Ducatur autem perpēdicularis a b in oppositum latus c d. Hoc constituto, manifestum est triangulos c b a & a b d esse orthogonios, quorum latus cōmune a b per 36 primi Triangulorum colligemus. ex ratiocinatione penultimæ primi Elementorum, aut ex communibus animi notionibus vtraq; c b & b d est semissis totius c d basis.



d basis, aut ex eadem 36. Quare c d nota segmentum c b non latebit. Ex his etiam euidenter constat triangulos c b a & d b a compositos parallelogrammum rectangulum constituere. Quare ex multiplicatione c b, aut b d in totā a b integra superficies c a d inquisita consurgit.

PROPOSITIO XCIX.

Si unum ex trigoni æquicrurij lateribus unà cum aliquo angulorum, aut duntaxat perpendiculari innotescat, totam eius capacitatem metiri.

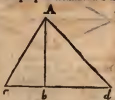


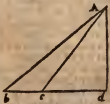
TRigoni æquicrurij b a c, detur latus a b vnà cum angulo a b c, aut duntaxat perpendiculari a d. Si detur angulus a b c per 29 primi colligentur latera a d & b d rectum a d b angulum complectentia. Sin autem prætermisso a b c angulo detur cathetus a d, per 26 primi b d innotescet. Cū ergo ex præmissa propositione constet totum b d a trigonum toti a d c trigono æquari, & inuenta sint a d & b d latera per 16 primi superficies b a c in lucem nota prodibit. Eādem etiam inueniemus, si tantùm detur c g cum a c aut b c, aut angulus g a c. Sed constet tantùm angulus g a c vnà cum c g catheto, tum per 29 primi Triangulorum a g nō latebit. & per 35 primi angulus g b c patefiet. Quare per eandem 29 b g nota in lucem prodibit. Si multiplicemus ergo b g in semissem g c cōsurget superficies b g c. Eodem modo si c g in semissem g a tota planicies a g c constabit. Ex coniunctis ergo planis a g c & b g c, totum b a c planum inuenitur. Ex catheto b f per eandem ratiocinationem ipsa b a c capacitas inueniri posset.

PROPOSITIO C.

Cuiuslibet trianguli notis omnibus lateribus capacitatem metiri.

SIt tandem qualiscunq; triangulus, videlicet a c d, cuius omnia latera innotescant, dico interiorem capacitatem sub dimensionem cadere. Vtq; hoc euidentius demonstremus, ducatur ex angulo c a d perpendicularis a b in oppositum latus. Sed vtrum ei occurrat intra trigonum an extra, 42 & 31 primi trigonorum patefacient. Primò quidem statuatur nobis intra triangulum, vt anguli c & d sint acuti. His constitutis, per 43 primi Regiomōtani, inuenientur segmenta c b & b d, & per 46 eiusdem perpendicularis a b. Cognitis ergo trigoni rectanguli c b a lateribus c b & b a rectū angulum ambientibus, ex multiplicatione c b in semissem b a cō-surget tota superficies a b c. Eadem ratiocinandi via constabit superficies a b d. Ex cōiunctis ergo planis c b a & a b d conflatur totum a c d planum, quod inquisitum est. Porrò nunc exemplum assumamus trianguli, cuius perpendicularis extra eundem constituatur. Sit ergo metienda nobis superficies trianguli a b c, cuius angulum a c b obtusum constituimus, vt perpendicularis ex a descendens, lateri b c vlterius producto in d signo occur-



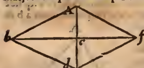


rat. His constitutis, per 43 primi Regiomontani innotescunt segmentũ c d & tota b d recta. Quare per 26 primi eiusdem, a d in lucem emergit. Constat ergò ex multiplicatione a d in semissem b d totam b d a superficiem colligi. Sed etiam trigoni rectanguli c d a constitutis c d & a d lateribus eadem ratione patefiet superficies c d a. Manifestum est igitur parte c d a ex toto b d a plano sublata, vtriusq; differentiam nimirum b c a relinqui, id quod ἀπ' ἀρχῆς stabiliendum erat.

PROPOSITIO CI.

Quibus rationibus metiamur planas superficies, quæ sunt quatuor lineis comprehensæ.

QVantum ad dimensiones planorum, quæ tribus duntaxat lateribus circumscribuntur, absoluendas attinet, in antegressis propositionibus satis superq; pertractauimus: sequitur nunc, vt progrediamur ad inquisitionem superficierum, quæ quatuor lineis includuntur. Inter quas simplicissima ac facillima est, quàm Græci τετράγωνον appellant, Latini Quadratum. Cõstat autem hoc schema quatuor æqualibus lateribus ad rectos angulos inter se connexis. Si ergo huius figuræ aliquod latus innotuerit, per primam primi Regiomontani ex multiplicatione eius in sese tota quadrati area resultabit, quod cum facillimè intelligi possit, vlteriore explicatione non opus fuerit. Proximè sequitur figura παραλληλόγραμμα ὀρθογώνια, cuius superficiei dimensionem ex 16 primi Regiomontani petas licebit. Nos duntaxat eas figuras inuestigabimus, quas ille reliquit intactas. Ex his primò nobis occurrit παραλληλόγραμμον ἰσόπλευρον non tamen ἰσογώνιον, qualem figuram Latini vocant Rhombum. Est autem Rhombus figura, quæ constat quatuor æqualibus lateribus, quę non complectuntur quatuor angulos inter se æquales, sed tantùm eos, qui sunt ex aduerso, per 34 primi Elementorum. Et hic diametri, quæ totum in semisses distribuunt, sese inuicem πρὸς ὀρθὰς & in æqualia segmenta partiuntur. Si ergo superficiem Rhombi constitutum sit metiri, oportebit vnum ex lateribus cum altero angulorum, aut dimetientium cognitum esse. Deinde negocium absoluemus, vt in sequenti exemplo videre licet. Constituamus igitur Rhombum a b d f, qui ductis ex aduersis angulis dimetientibus b c f & a c d in semisses diuidatur. Hæ πρὸς ὀρθὰς sese inuicem secant in c puncto. His cõstitutis, si metiri velimus ipsam superficiem inuestigabimus vnum aliquod ex lateribus cum altera dimetiẽtium, aut aliquo angulorum. Detur ergo primùm latus a b, vna cum dimetiente b f.



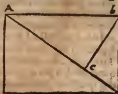
Quoniam hîc latera b a & a f trianguli b a f sunt æqualia, & b f innotescat ex antegressis demonstrationibus inuenietur perpendicularis a c, sed b c & c f segmenta sunt æqualia, id quod facilè confirmare licet. Nam per 34 primi Elementorũ anguli a b f, a f b, d b f & b f d inter se sunt ęquales. Eodem modo in trigonis a b d & a f d æqualibus demonstratur angulum b a c æqualem esse f a c. Quare anguli a c b & a c f sunt recti, quibus æqualia latera b a & a f subtenduntur. Ergo b c adæquatur c f. hinc per multiplicationem b c in a c consurgit area b a f & eundem æquatur b d f. Quare duplum illius totam b a f d superficiem constituit. At detur tantùm angulus b a f vna cum latere b a, tum per 38 primi Regiomontani patefiet latus b f & perpendicularis a c. Quare cum paulò ante sit demonstratum b c complecti semissem totius b f, ipsa b a f area non latebit, cui æqualem esse ostẽdimus b d f. Duplum igitur alterius horum trigonorum totam b d f a superficiem, quæ nobis inquirebatur,

quirebatur, notam proferet. Non dissimilem ratiocinationem instituerimus, si duntaxat cum vno latere constaret angulus a b d, aut dimetiens a d.

PROPOSITIO CII.

Quam metiendi rationem admittat superficies parallelogrammi, quod Rhomboides apppellant.

RHomboides parallelogrammum appellamus figuram quadrilateram, cuius opposita duntaxat latera sunt æqualia. Huius etiam dimensionis rationem non difficilem esse constat, si vnà cum datis lateribus angulus sub ijs comprehensus, aut altera dimetientium innotescat. Nam vtraq; harum totam figuram per 34 primi Elementorum in semisses distribuit. Ex his ratiocinabimur perpendicularem, quæ ex constituto angulo in aduersum latus deducitur. Quare semissem figuræ in trigonos orthogonios distributum habebimus. Superest nunc, vt subiecto schemate rem euidentius demonstremus. Sit ergo parallelogrammum a b d f, cuius latus f a sit æquale b d opposito, & a b ipsi f d. Secetur id in semisses a b d & a f d per dimetientem a d. Et ex angulo b incurrat in eandem perpendicularis b c. His constitutis, si denturlatera a b & b d vnà cum angulo a b d, aut dimetiente a d, totam a f d b superficiem licebit metiri. Primùm constet angulus a b d: tum per 49 primi Regiomontani a d colligetur. Cognitis ergo trigoni a b d tribus lateribus, per 43 primi Regiomontani patefient segmenta a c & d c & per 46 eiusdem b c perpendicularis. Trianguli igitur a c b datis a c & c b rectum angulum a c b ambientibus lineis tota superficies ex multiplicatione b c in semissem a c patefiet. Eadem etiam ratione superficies b c d colligetur. Ex his constat tota a b d, quæ cum sit semissis per 34 primi Elementorum totius parallelogrammi, duplum eius totam a b d f superficiem notam producet. Quòd si in principio constiterit a d facilius, vt patet, res absoluetur. Non dissimilis ratiocinandi modus instituetur, si data fuerit dimetiens, quę duceretur ex b in f, aut manente a d inuestiganda nobis esset perpendicularis, quæ ex angulo a f d in eandem a d, rectam incidit.

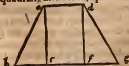


PROPOSITIO CIII.

Quomodo superficies figurarum, quæ Trapezia appellantur, liceat metiri.

IN antegressis propositionibus, satis nobis explicatum est, qua ratiocinandi via superficies quadrilaterorum schematum, quorum tamen opposita latera sunt παράλληλα metiendæ sint: sequitur nunc, vt de ijs figuris tractemus, quę trapezia appellantur. Ea verò sunt quadrangula, quorum latera ad vtranque partem, nec sunt παράλληλα, nec æqualia. quo fit, vt in multiplicia genera pro diuersitate laterum & angulorum distribuantur. Nam ex his quędam constituũt segmentum isosceliј trianguli, videlicet si producta basi parallela, ab vtroque crure abscindat æquales magnitudines. Constituuntur enim duo duntaxat ęqualia latera, quæ productis inæqualibus parallelis, vna ex parte ad acutos, altera ad obtusos angulos connectuntur. Quare id genus quadranguli isosceliũ non temerè appellabimus. Aliud genus trapezij construitur ex duobus lateribus æquidistantibus, quæ ab vna parte per rectam lineam πρὸς ὀρθὰς copulan-

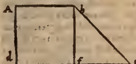
tur, ab altera verò diuersa ac inæquali. Ergo nobis hoc ἰσοσκελὲς quadrangulum appellabitur. Ab his diuersa genera vocabimus amblygonia, quia nullis constant parallelis, vel lateribus, vel angulis æqualibus. Sed linearum concursus partim ad acutos, partim ad obtusos, & reliquis inæquales fit angulos. Videamus ergo primùm quo metiendi modo exploranda sit nobis superficies quadranguli isosceli: quale hic designauimus b a d g, cuius duo latera d a & g b sunt parallela, reliqua verò b a & d g duntaxat æqualia. Hanc superficiem, vt facilius dimensionem admittat, ductis ex a & d finibus in oppositum latus b g perpendicularibus a c & d f in parallelogrammum rectangulum & duos æquales trigonos, qui sunt orthogonij secabimus. His constitutis, absoluemus negociũ in eum modum, qui sequitur. Primò datis omnibus huius trapezij lateribus, inuestiganda nobis est quantitas alterius perpendicularis. Vt hoc efficiamus scire licet per 29 primi Elementorum quadrangulum a d c f esse parallelogrammum, & consequenter æqualia, quæ opponuntur latera per 34 primi eorundem Elemen. videlicet a d, ipsi c f & a c ipsi d f. Quo constituto, asserimus b c adæquari segmento f g, quæ coniuncta efficiunt differentiam a d & b g rectarum. Trianguli enim orthogonij a c b laterum a c & b c quadrata sunt æqualia quadrato b a per 47 primi Element. ita quadrata d f & f g æquantur ipsius d g quadrato per eandem. Cum igitur recta b a statuatur æqualis ipsi d g, quadratum b a æquatur quadrato d f. Sed quæ eidem ęquãtur, inter se etiam sunt æqualia per communem animi notionem. Quadrata igitur ex a c & b c æqualia sunt quadratis ex d f & f g, & quadratum ex a c æquatur quadrato d f. Nam rectas a c & d f æquales esse demonstratum est. Reliquum igitur quadratum ex b c adæquatur quadrato ex f g, & consequenter b c ipsi f g rectæ. Manifestum est ergo, si distribuerimus differentiam laterum a d & b g in semisses, nos vtramque b c & f g rectam inuenturos. Hinc sublato quadrato b c ex quadrato ipsius b a quadratum a c remansurum, ex quo deinceps radice extracta, ipsa a c recta innotescet. Ex his manifestum est superficiem b c a adæquari superficiei d f g. Quare multiplicata b e in a c tota quantitas vtriusque consurget, & eadem a c ducta in a d, constabit tota superficies παραλληλογράμμου a d f c. hinc ex coniunctis partium planis absoluetur totum b a d g trapezium isosceles.



PROPOSITIO CIIII.

Superficiem Quadranguli orthogonij metiri.

Considerémus hic deinceps qua metiendi ratione nobis explorandi sit superficies trapezij orthogonij, quale hic a b c d cõstituimus, cuius duo latera a b & d c sunt παράλληλα. Et fines horum a & d πρὸς ὀρθὰς connectuntur recta d a. Vt ergo metiamur superficiem a b c d, secabimus ipsam in παραλληλόγραμμον, & trigonum orthogoniũ in hunc modum. Per tertiam primi Elementorum abscindemus ex d c maiore æqualem a b, quæ sit d f, & b & f fines recta copulabimus. Hinc constat a b f d esse parallelogrammum & d f c trigonum orthogonium. Cum enim latera a b & d f sint παράλληλα & æqualia, per 33 primi Elementorum b f erit æqualis a d, & hinc consequenter angulus b f d rectus: nam a d f per hypothesin rectũ effecimus. Est igitur & exterior b f c rectus.



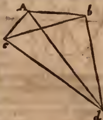
Cum

Cum ergo parallelogrammi innotescāt latera per hypothesin, superficies ipsa latere non potest. Porrò trigoni orthogonij b f cōstant latera b f & f c. Nam b f demonstratum est æquale esse a d & f c est differētia laterum a b & d c. Quare, vt alibi ostendimus ex multiplicatione b f in semissem f c tota superficies b f c consurget. Si hanc igitur iungamus superficiei parallelogrammi tota a b c d orthogonij trapezij absoluta nobis erit.

PROPOSITIO CV.

Datis quatuor lateribus quadranguli amblygonij, unà cum aliquo angulorum, aut latere subtendente, superficiem eius metiri.

Sequitur nunc vt tertij demum generis quadranguli, quod amblygonij nomen sortitum est, aream inuestigemus. Id quod non difficulter expediemus, si in duos ipsum triangulos sectum habuerimus. Nam ex vtriusque lateribus inquisitis planis, si ea coniunxerimus, tota quadranguli superficies resultabit. Cuius rei, vt exempla aliquot videantur operæpretium fuerit. Sit ergo trapezium amblygonium c a b d, cuius notis quatuor lateribus cum aliquo angulorum, aut latere subtendente, totam nos superficiem metiri posse dicimus. Detur ergo primùm angulus c a b, cui subtendatur latus c b, quod totam figuram in duos secat triangulos, videlicet c a b & c d b. Illius ergo magnitudinem inueniemus per 49 primi Regiomōtani. Hinc notis trigoni c a b omnibus lateribus per ratiocinationem superius nobis explicatam superficies ipsa patefiet. Eodem modo cum innotescant latera trigoni c d b, cum vtrique c b sit communis, ipsa area non latebit. Ex coniunctis ergo superficiebus c d b & c a b tota superficies c a b d trapezij resultabit. Eodem modo licebit totam figuram secare in duos triangulos a b d & a c d per rectam a d: quæ si cognita fuerit eodem processu, quo paulò ante vsi sumus, rem absoluemus. Iterum constituamus trapezium quadrilaterum c a d b, è cuius angulo a, vsque ad concursum linearum c b & d b recta producta, ipsum in duos triangulos partitur, videlicet c b a & a b d. Quòd si nūc cum lateribus notis detur angulus a c b, aut a d b, aut a b recta, quæ vtrique subtendit, per antegressam ἐπίδειξιν, vtriusque trianguli superficiē inueniri posse constabit. His ergo cōiunctis, inquisita trapezij area patefiet. Ex his euidenter constat qualescunque trapeziorum formæ offerantur, quomodo per interiorem rectam in duos secari possint triangulos, vt sigillatim vtriusque perspecta superficie, tota ex ijs componi possit.



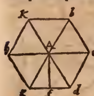


PROPOSITIO CVI.

Quomodo superficies plurium laterum & angulorum sub mensuram cadant.

Svperest nunc tandem, vt illorum schematū superficies inuestigemus, quæ ex pluribus & lateribus & angulis construuntur, ex quibus alia vocātur regularia alia irregularia. Regularia sunt, quæ ex lateribus & angulis æqualibus constant, & cum circulo ipsis inscripto, aut circumscripto idem centrum obtinent. Irregularia verò, quorum & anguli sunt inæquales & latera. Illorum sim-

plex ac facillima ratio dimensionis existit: si videlicet ex constituto centro in quodlibet æqualium laterum rectam extendamus, quæ in semisses idipsum exquisitè distribuat, deinde ipsam in mediam totius ambitus partem multiplicemus. Hinc superficies inquisita resultabit. Porrò ipsius centri situm hoc modo inueniemus, vt si numerus laterum par fuerit, è quolibet angulorum in oppositum rectam extendamus, quam deinceps in æqualia segmenta partiamur. Facillimè id efficiemus, si ex alio quopiam angulo similiter in oppositum rectam pertraxerimus. Nam in eo puncto, quo sese intersecant centrum constitui oportebit. Quòd si numerus laterum fuerit impar, ducemus ex duobus angulis rectas in opposita latera, quæ similiter in æquales portiones ipsa diuidant. Communis earum sectio (vt in quarto Euclidis demonstratur) in ipso constituitur centro. Hinc fit, vt illa pars rectæ, quæ inter centrum & medium oppositi lateris intercipitur, in semissem totius ambitus multiplicanda veniat, vt inquisita superficies innotescat. Cuius rei ἀπόδειξιν in hexagono schemate intueamur. Sit igitur schema sex æqualium laterum k b c d g h, quod ductis in oppositos angulos rectis lineis in sex isoscelia triangula (vt apparet) distribuitur. Horum bases efficiūtur ipsius schematis latera. Ex communi linearum sectione centrum a innotescit, ex quo ducatur perpendicularis a f in latus g d, hoc ideo secatur in semisses, quia d g est chorda circumscribendi circuli, in quam perpendicularis incidere non potest, nisi eandem in æqualia segmenta diuidat per 3 tertij Elementorum. In hanc multiplicata perpendicularis per 41 primi Euclidis rectangulum constituit duplum trigono g a d: si ergo ducatur in semissem eiusdem basis, cōsurget exquisita ipsius trigoni area. Iam verò cum latera hexagoni sint æqualia, & perpendiculares in ea ex cētro incurrentes inter se æquentur, quod ex 4 & 26 primi Element. confirmari potest: sequitur, vt dicta perpendicularis per totum multiplicata ambitum, rectangulum producat, quod sit duplum ipsius hexagoni. Quare si duntaxat in semissem totius ambitus, aut è conuerso multiplicetur, exquisitè ipsius hexagoni area prodibit. Porrò si offeratur schema irregulare, quale est a b f d c, secabimus ipsum per interiores lineas in triangulos, quorum superficie sigillatim inuenta, tota figuræ area facilè componetur. Ductis igitur ex b rectis lineis in c & d distributum erit totum schema in triangulo c a b, c d b, & b d f, quorum superficies per eas, quæ nobis alibi sunt explicatæ propositiones inuestigabimus. Ex his coniunctis consurget area totius a b f d c schematis inquisita. Hæc de superficierum dimensione scripta sufficiant.





SECTIO QVINTA, DE RATIONE LIBRATIONIS, CVIVS VSVS EST IN DVCENDIS AQVIS.

PROPOSITIO CVII.

Quæ sit ratio librationis, cum ex fonte in locum castelli prospectus patet.



VT artificiosa ac certa ratione aquas ex suis fontibus in constituta nobis loca educamus, in primis exquisitis dimẽsionibus, quæ per instrumenta fiunt, situs locorum explorare oportet. Vitruuius ad has absoluendas vtitur Dioptris & Chorobate. Sed hunc, vt rationi cõsentaneum est, propter euidentiorem certitudinem illis præfert. Etsi enim obseruandi ratione. vtrobiq; infallibili demonstratione stabiliantur, tamen rudes Elementorum Geometriæ opifices, cum per Dioptras rem expediunt, procliuius ac sæpius, aut negligentia aut visus imbecillitate impediti, à scopo aberrant. Cum autem rationes dimetiendi, quibus in multiplicibus locorum sitibus obseruandis opus sit, explicatas non reliquerit, pro ratione nostri instituti qualemcunq; considerationem de his instituemus. Cæterùm obseruationes ita proponemus, vt intelligatur quomodo eadem opera ac facilitate, tum Dioptris, tum Chorobati accõmodari possint. Ac, vt euidentius à discentibus ipsa res intelligatur, scire licet cum aqua recto ac continuo fluxu, aut per libellam, aut per loca infra eandem deflexa in præfixa receptacula delabatur, dimensionum rationes eò præcipuè nobis referendas, vt manifestè constet tam situs fontis, quàm eius loci, in quem aqua recipietur. Cuius rei cognitio non tãtùm requirit exactam vtriusq; altitudinis collationem, verumetiam quanto finitoris circuli segmento alter locus ab altero distiterit obseruationẽ. Quando hæc exquisitis rationibus cõstituta habuerimus: non difficile fuerit totius meatus, quem aqua percurret, longitudinem (vt certa canalium aut fistularum quantitas nobis innotescat) ratiocinari. Ex omni verò Dioptrarum genere (ita enim appellantur instrumenta Geometrica, quibus è longinquo distantiarum altitudinum, & profunditatum dimensiones absoluuntur) nullum Quadrante perfectius & præsenti negocio accommodatius adhiberi potest. Quare, vt rem ipsam aggrediamur, primò simplicissimam rationem explicabimus, qua metiri liceat eiusce modi fontis situm, ex quo prospectus etiam pateat in locũ castelli aquam suscepturi. Manifestum est hìc facillimum esse modum obseruandi quantum vnius loci altitudo situm alterius excedat. Si enim propè fontem constituerimus, assumpto instrumento, per alterius lateris διωγμα, vt Proclus vocat, siue pinnacidia præfixum castelli locum intuebimur: tum perpendiculum è centro demissum parte circumferentiæ, quam attigerit differentiam situs locorum, si aliqua fuerit, ostendet. Nam si id exquisitè occupauerit alterũ latus instrumenti, sine dubio constabit vtrumq; locorum in eadem altitudine consistere. Si autem latus hoc à perpendiculo sursum deflexerit, cõstituemus obseruatum locum inferiorem esse fontis situ. Sed perpendiculo nulla parte circumferentiam attingente, manifestum erit locum castelli in altiori constitutione apparere. Quare per lineam Horizontis plano παράλληλον aqua deduci nullo modo poterit, nisi arte queat in altum extorqueri. Cæterùm hìc cum de ijs locis, quæ infra libellam ex fontis situ ductam, tractationem instituamus, videndum nobis erit qua arte excessus altitudinis, & totius meatus longitudo:

deprehendi posśint. Horum vtrunque efficiemus commodiśsimè per dimensionem æquationis locorum ad libellam, quæ alibi nobis explicata eſt. Vt autem euidentius hæc intelligantur, figuram ſubijciemus. Conſtituamus ergo



fontem extra vrbem in ſigno g, ex quo deducenda ſit aqua per fiſtulas in punctum m, quod eſt in mœnibus vrbis. Vtrum ergo m inferiorem ſitum poſsideat quã g, etſi viſu diſcerni poſsit, tamen inſtrumento certius deprehenditur. Colloceтur igitur Quadrans in d, vt obſeruationis linea ſit, quę ex d in m ſignum extenditur d m. Sit etiam Quadrans circuli d f b, ſimiliter a b c. Perpendiculum ex centro demiſſum d g. His ita cõſtitutis, manifeſtum eſt Quadrantis d b latus eſſe in recta linea, quæ ducitur ex ſigno τῶ κορυφῶ, & d f circuli finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtare. Quare ſi obſeruationis linea incideret in rectam d f, eadem eſſet altitudo locorum g & m. Si verò in d c, quæ à recta d f deorſum inflectitur, neceſſariò m infra g conſtitueretur. Et cum perpendiculum circumferentiam Quadrantis a b c ſecet in ſigno b, erit pars b a, quæ ab eodem deflectit æqualis f c. Nam b c vtriq; circuli quartæ eſt cõmunis, qua ex æqualibus ſublata, per communem animi ſententiam, differentiæ, quæ relinquuntur, æquales remanebunt. Ergo quod differentiæ altitudinis locorum prætenditur ſegmentum æquale inuenitur in vtroq; ſitu inſtrumenti, nimirum ſiue alterum latus ſtatuatur in d f, ſiue in d c inclinetur. Porrò cùm manifeſtum ſit m inferiorem occupare locum ipſo g, ducantur ex his ſignis rectæ lineæ, quæ πρὸς ὀρθὰς concurrant ſub terra in h. Erit ergo g h altitudinis, ſiue ſitus locorum g & m differentia, & h m breuiſsimæ diſtantiæ linea, iuxta cuius magnitudinem meatus excauari poſſet. Harum linearum quantitates exactè metiemur, ſi g & m loca ad libellam æquauerimus. Conſtabit ergo & ſitus differentia, & totius itineris, per quod aqua duceretur, longitudo. Quoniam verò commodum non eſt, vt aqua ſtatim ex præcipitio deſcendat, velut ex b in h: ſed per huiuſcemodi rectam lineam, quæ ad Horizontem inclinatur ad acutum angulum, ſupereſt, vt huius etiam quantitatem colligamus, & quomodo inter fodiendum rectè & certò ſequeuda ſit, conſtituamus. Incidat ergo obliquus huiuſcemodi meatus in rectam h m in ſigno k, cuius ab h interuallum quacumque licet conſtituere. Hîc angulus obliquitatis g k h, vnà cum meatu b k ex datis duobus lateribus g h & h k innoteſcit, cum angulum g h k ex hypotheſi rectum eſſe dixerimus. Quare alter

acutorum,

acutorum h g k non latebit. Huius anguli adminiculo efficiemus, vt à recto itinere b k, nihil fodiendo aberremus. Nam sumpto fodiendi initio propè g signum, & instrumento in eadem plana superficie cum g m collocato, tãtum eleuabimus superius Quadrantis latus à suspenso perpendiculo, vt conclusa inter vtrumque circumferentia æqualis videatur ei, quæ prætenditur angulo h b k: tum manifestum erit centro Quadrantis communem sectionem linearum h g & k g occupante & perpendiculo incidente in rectam g h, alterum illius latus rectam b k possidere. Quare inter fodiendum à recta linea, quæ ex Quadrantis latere ita constituto educitur, nullo modo declinandum. Cuius rei certum erit argumentum, si in ipso itinere præscripta distantiæ perpendiculi ab instrumenti latere circumferentia vbique eadem apparuerit. Nam perpendiculum rectam lineam, vbique ad eosdem angulos secat. Exemplum huius rei videre licet in c signo, quod in recta g k constitutum est. Cum perpendiculum hîc sit c l, æqualis est angulus l c a, ipsi h g k angulo. Exploratum igitur habemus, quo artificio ex g recta via sit aperienda vsque in k.

PROPOSITIO CVIII.

Quæ ratio dimensionis ad librationes requiratur, si montis interpositione fons à castelli loco disiunctus fuerit.

SImplicißima ac facillima dimensionis ratione, quæ ad aquæ librationes requiritur, hoc modo nobis explicata: sequitur, vt paulatim difficiliores, quę ex multiplici locorum situs, siue constitutionis varietate emergunt, aggrediamur. Ac primùm hic deinceps ratione inuestigabimus, quomodo negocium sit expediendum, si inter fontem, cuius aqua fuerit deriuanda, & præstitutum castelli locum alicuius montis positio intercedat. Etenim hîc diligentius inuigilandum est, nisi temerè omnis operæ & sumptuum iacturæ periculum facere voluerimus, vt exquisitis obseruationibus altitudinem situs ipsius fontis, & loci castelli exploratam habeamus. Id quod satis exactè licebit experiri, si prius in montis cacumine planam illam superficiem inueniamus, quæ & fontis & castelli loco communis extiterit. Exemplum huius rei alibi ostendimus per duas planas tabellas, quæ in eum situm constituantur à lateribus, vt per alterius superficiem conspiciatur locus fontis, per alterius ipsum castellum, ita tamen vt vtraque ab vno eodemq; plano non deflectat. Inuenta igitur per accuratas obseruationes in montis summitate ea linea, quæ communem locorum superficiem occupat, facillimè horum punctorum, in quibus tabulæ collocatæ fuerint altitudines, supra apparentia loca deprehendentur. Ex quarum collatione situum differentia manifestè innotescet. His ita constitutis, versus quam mundi plagam locus fontis à situ castelli declinauerit officio Magnetini indicis obseruabimus, & totius itineris per quod aqua deferetur, longitudinem ratiocinabimur. Superest nunc, vt designato schemate rem ipsam certius ac euidentius explicemus. Statuamus ergo fontem in signo d, ex quo deducenda sit aqua in m. Inter hæc loca mons constituatur d c b m. Primum hîc nobis explorandum est, vtrum in altiori situ consistat d an m. Vt hoc efficiamus, ad summitatem montis à lateribus in signis b & c collocentur planæ tabulæ in eum situm, vt in eadem superficie appareant. Ex b verò per idem planum conspiciatur locus m, & ex c fons in d. Ducatur etiam ex m puncto recta versus d, vt tamen Horizontis circuli plano sit παράλληλα, cui perpendicularis occurrat ex b in l signo. Eodem modo ab altero latere ex c descendat perpendicularis in æquidistantem finitori, quæ ex d



ſit protracta, quarum contractus ſit in g puncto. Inſuper ex b ad rectos angulos occurrat linea in c g, idq; in puncto a, quam Horizonti παράλληλον eſſe certum eſt. His ita conſtitutis, per dimenſiones experiemur differentiam altitudinis locorum d & m, in hunc modum. Cōſtituto in m inſtrumēto diligenter obſeruabimus tabellam, quę eſt in b & aliud quoddam in inferiori loco ſignum, vt hîc intelligimus n. Et connexis per rectam lineam m & n partibus, innoteſcit angulus b m n, cui latus ipſum b n prætenditur. Simili ratione, ſi fecerimus obſeruationem ex n locorum b & m, apparebit angulus b n m. Quare per 32 primi Elementorum tertius angulus m b n non latebit. Inſuper cum lateris m n dimenſionem in terra liceat abſoluere, per 4 ſecundi Regiomontani magnitudinem lateris m b colligemus. Cum hoc deprehenderimus, iterum aſſumpto inſtrumento, trigoni ὀρθογωνίου l b m angulum acutum b m l obſeruabimus. Et hoc inuēto, per 29 primi Triangulorum b l & l m latera patefient. Simili obſeruationis ratione ex fontis loco d primum latus d c per notum latus f d trianguli d f c colligemus. Deinceps ex acuto angulo c d g innoteſcent latera c g & d g. His cōfirmatis, per dimenſionem æquationis ad libellam explorabimus ſitus locorum e & b. Ex hac conſtabunt magnitudines c a & a b linearum. Quare etiam manifeſtum erit, vtrum altiorē ſitum poſsideat c an b. Sed altiorem hîc c locum ſtatuamus ipſo b quantitate c a. Hinc nobis apparebit differētia altitudinis d & m locorum. Cum enim a conſiſtat in eadem altitudine cum b, & tota c g per dimenſiones ſit inuenta, apparebit etiam profunditas g infra a, nimirū a g. Præterea deprehenſa eſt altitudo l ſub b. Proinde ſi maior fuerit b l ipſa a g, altior erit ſitus g, quàm l. Sed antea ex hypotheſi in eadem altitudine collocauimus d cum g, & m cum l. Quare neceſſariò ſequetur, m inferiorem poſsidere locum, quàm d. Atq; ita manifeſtū erit aquam ex d in m delabi poſſe. Cùm hoc ſit demōſtratum, ſequitur vt inueſtigemus totius itineris ex d in m longitudinem. Id autem expediemus in hunc modum. Ex d perpendicularis deſcendat, cui πρὸς ὀρθὰς vlterius producta m l occurrat in h. In hanc etiam decidat vlterius extenſa a g in ſigno k. Cum ergo b a & k l rectè conſtituantur in libella etiam ſunt παράλληλαι. Quare perpendiculares in has incidentes a k & b l ſunt æquales. Hinc ſublata a g ex a k, relinquetur g k altitudinis locorum d & m differentia, cui adęquatur d h. Et cum ex hypotheſi a b, d g, & h m ſibi inuicem æquidiſtent, ęqualis erit g d ipſi h k & a b ipſi k l. Illarū verò magnitudines vnà cum l m per obſeruationes paulò ante ſunt inuentæ. Conſtant igitur ſingulæ h k, k l, & l m. ex quarum ſumma tota h m recta innoteſcit. Hinc in triangulo ὀρθογωνίῳ d h m conſtitutis lateribus d h & h m, reliquum latus d m non latebit. Totius ergo meatus aquę longitudinem hoc pacto inuentā habemus. Supereſt nunc, vt inuenia-

vt inueniamus, quomodo inter fodiendum meatus hic, nimirum d m exquisite posit obseruari. Vt autem ratio huius negocij certò nobis constet, opus est, vt inuestigemus in quam mundi plagam d m deflectat, & quantitatem acuti anguli h d m exactè dimetiamur. Quod ad primum attinet, cum antea ex hypothesi constitutum sit planas tabellas, quæ sunt in locis c & b, vnà cum d & in signis eandem superficiem posidere, manifestum erit si dimẽsi fuerimus magnetini indicis adminiculo, ex d versus, quam cæli partem declinauerit tabella c, etiam ipsius in loci deflexionem haberi. Secundò angulum h d m notis d h & h m lateribus, auxiliante 27 primi Regiomontani notum constituemus. Quare eadem ratione, qua in antegressa propositione vsi sumus, rectam, quæ ex latere Quadrantis à perpendiculo ad quantitatem circumferẽtiæ, quæ prætenderetur angulo h d m eleuato extenditur, inter fodiendum sequemur. Atqui hoc nobis explorandum erat.

PROPOSITIO CIX.

Quæ sit ratio librationis, quando per plures montes ducenda fuerit aqua.

QVo pluribus obstaculis & impedimentis locorum interualla fuerint obstructa, eò difficiliores in librationibus dimensionum rationes effici necessarium est. Sed tamen industrij artificis opera absolui posse certa demonstratione ostendemus, idq; variata ratione, quàm ea, qua in antegressa propositione vsi sumus. Neq; enim vbiq; sola visus obseruatione per constitutas tabellas, vt paulò ante explicatum est, communem vtriq; locorum situi superficiem licet deprehendere. Et quo rem aggrediamur, perspecto fontis loco, & constituto, in quod sit aqua recipienda, castello, primùm in dimensione differentię situs vtriusq; occupabimur, vt manifestè constet sine iactura sumptuum rem absolui posse. Huius obseruationis modum ita instituemus, vt à deprehenso eius loci, in quem defluxura sit aqua, Meridiana plano in neutram partem deflectentes, si commodè fieri poterit eousq; progrediamur, vbi fontis locus in conspectum veniat. In huiuscemodi loci situ admodum multiplex varietas occurrere potest. Aut enim exquisitè occupabit libellam cum præfixo castelli loco, aut infra, aut supra eandem consistet. Iterum aut citra perpendicularem, quæ ex fonte in rectam progresionis lineam incurrit, aut in eadem aut vltra consistet. Præterea occurrentibus obstaculis fieri potest, vt rectam in progrediendo lineam obseruare non posimus. Sed à recto itinere ad certos angulos deflectendum sit, vt eodem reuertamur. In his omnibus quid fieri expediat exemplis euidentius, quàm longo verborum contextu innotescet. Sit ergo locus castelli r, fons in c, r d meridiana linea, in quam ad rectos angulos incurrat recta c d, perpendicularis c b, metiatur altitudinem loci c supra d & r. Et ex signo b ducatur recta in r, & altera ex b in d. Igitur tres rectas b d, d r, & r b, constituimus in eodem plano, quod exquisitè in libella consistat. Etiã ex e & d signis educantur rectæ lineæ, quæ in a concurrant in inferiori superficie. Et in recta r d erectę sint perpendiculares m n, k z, h t, & f d, vt nimirum differẽtia altitudinis loci m supra r sit m n, & k, k z, ipsius h, h t, & f, f d. Ex m verò πρὸς ὀρθὰς in k z extendatur in l, ex k in h ipsa k h, & in recta h t ex g signo in f, ipsa g f. His ita constitutis ad dimensionem c r & anguli d c r progredimur in hunc modum. Cum ex r loco progredienti, primùm occurrat altitudo m n, metiemur quantitates m n & n r per obseruationem libellæ. Eodem modo inueniemus magnitudines m l, l k, k h, h g, g f, & f d. Et cum parallelæ sint m l, k h, & g f, ipsi d r (nam ad eosdem angulos in perpen-



diculares incidunt) ex summa collectarum constat tota n d, quæ sub terra latet, vt hinc manifestum sit f ad perpendiculum supra d consistere. Quod aũt ex c πρὸς ὀρθὰς incurrat in d, recta c d, id circumferentia quadrantis p x licet obseruare, nimirũ si basis d x collocetur in rectam d r, & per alterum latus d p appareat locus c. Hoc cõstituto ex d procedimus in planam superficiem in signo a. hîc duabus obseruationibus (vt sæpius ostendimus) innotescẽt anguli c a d & a d c. Quare per 32 primi Elementorum, tertius a c d angulus non latebit. Et quantitatem a d in subiecta planicie metiemur. Hinc per 4 secundi Regiomontani c d latus colligemus. Ergo trianguli orthogonij c d r constitutis lateribus r d & d c per processum penultimæ primi Elementorum tertium latus c r ratiocinando inueniri potest. Atq; hoc modo totius aquæ meatus longitudinem habemus inuẽtam. Insuper trianguli orthogonij c b d acutum angulum c d b metiemur, si basin instrumenti ita in libellam cum recta d r constituerimus, vt exquisitè per superficiem planam locus c conspiciatur. Quare hypotenusa recti anguli d c inuenta per 29 primi Regiomontani altitudinis differentia, quæ dato angulo prętenditur, nimirum c b non latebit. Et cum ad eandem c d πρὸς ὀρθὰς extendatur r b, triãgulus r b c, est ὀρθογώνιος, cuius duo latera b c & c r, cum sint nota, per 27 primi Regiomontani, angulus acutus b c r cognoscetur. Et hunc, vt in antegressis propositionibus ostendimus, & hîc circumferẽtia t x demisso perpendiculo figurauimus, inter fodiendum exquisitè obseruabimus. Vt autem percipiamus in quam mundi partem c r meatus inclinet, assumpto instrumento explorabimus in plana terræ superficie trianguli c d r orthogonij acutum angulum d c r, quem ex notis lateribus per 27 primi Regiomontani ratiocinari oportet.

Hac dimensionis ratione nobis ita constituta, assumemus & alteram figurationem nonnihil diuersam in hunc modum. Statuamus ergo fontem in a, castellum in f, vt dimetienda nobis sit tota f a. Et quo voti compotes fiamus, per rectam lineam faciemus progressum ex f in d, vtrum hæc in Meridiano consistat, an non, nihil refert, tantùm hîc in eadem altitudine collocamus d & f signa, & d sit citra perpendicularem, quæ ex a in f d, vlterius productã extenderetur, ita tamen, vt ex d obseruanti in conspectu sit a. Descendat autem perpendicularis ex a, vsq; ad altitudinem d & f locorum, quæ sit in c: ex quo in d & f excurrant rectæ lineæ c d & c f, quæ sunt in eodem plano, cum d f libellam occupante. Insuper in subiecta planicie constituatur b signum, cuius distantiam ab a per instrumentum ex d obseruabimus, eodem modo ex b interuallum d & a locorum explorabimus. His constitutis, progrediemur ad inquisitionem longitudinis f a & anguli d a f. Primum in progressu si f & d

loca



loca interpositis montibus fuerint disiuncta, vt per rectam f d nõ pateat transitus, ex dimensione perpendicularium, quæ inter ascendendum ex differentijs altitudinum occurrunt, & obseruatione libellæ (vt in præcedenti exemplo patefactũ est) magnitudinẽ f d explorabimus, & collocato in aliqua parte rectæ lineæ d f ex d per instrumentum idem signũ & a intuẽti offeretur circumferentia distantiæ, quæ nimirum prętenditur angulo a d f. Deinde, vt paulò ante constitutum est, ex duabus obseruationibus in planicie factis innotuerunt anguli a b d & b d a, quibus ex semicirculo sublatis tertius b a d notus relinquetur. Et b d lateris dimensionem in eodem plano absoluemus. Hinc per sæpius allegatã 4 secundi Regiomontani quantitas a d cognoscetur. Et antea per obseruationem libellæ f d magnitudo patefacta est cum angulo a d f. Ergo per 49 primi Regiomontani latus f a cum reliquis angulis inuenietur. Et cum c d signa sint in libella constituta Quadrantis basi in rectam d c per instrumentum intuenti a circumferentia, quæ prętenditur angulo c d a apparebit. Quare trianguli a c d rectanguli nota etiam recti anguli hypotenusa d a, perpendicularis a c, quæ nimirum differẽtiam altitudinis a & d locorum comprehendit, latere non potest. Et cum in eandem πρὸς ὀρθὰς incurrat ex f ipsa f c, triangulus c f a est ὀρθογώνιος, cuius duobus lateribus c a & a f notis, patefiet angulus c a f, cuius ductu inter fodiendum, quousq; sit via inclinanda, constabit. Et angulus d a f in quam mundi plagã sit deflectendum ostẽdit. Atqui hoc nobis explorandum erat. Iterũ statuamus hanc figurationem in hunc modum. Sit locus fontis in b, castelli in c signo, ex quo fiat progressus paulatim ascendendo vsq; in f, quod vltra fontis sitũ cõstituatur. Vlterius in subiecta planicie appareat k signũ, quod per rectas lineas, nimirũ k b & k f, ipsis k & b pũctis copuletur. Descendat autem perpen



dicularis ex f, cui ex loco c per libellam occurrat recta c h, vt altitudinem f supra c metiatur f h. Eodem modo designetur cathetus ex b, in quem πρὸς ὀρθὰς incidat ex c recta c d. Et hic erit altitudinis differentia b d. Cæterùm pars eiusdem catheti, quæ eminet supra f, sit b g. Et in signo g ex f ad rectos angulos producatur recta f g. Cum ergo progressus instituatur ex c in altiorem locum, qui est f, vt in præmissis exemplis, totius f c magnitudo patefiet. Et per obseruationem libellæ altitudo f h cognoscetur. Porrò in aliqua parte rectæ f c constituto signo per dimensionem offeretur angulus b f c. Similiter ex f obseruanti k in vlteriori planicie & b innotescet angulus k f b, & ex k intuenti f & b offeretur angulus b k f. Iam verò basin f k trianguli f b k in terræ superficie licet metiri. Quare per 4 secundi Regiomõtani f b latus notum emerget. Hinc constitutis f b & f c lateribus notum angulum b f c comprehendentibus, per 49 primi Regiomontani b c latus, vnà cum angulo c b f inuenietur. Porrò, vt inueniamus altitudinẽ b supra f, statuemus basin instrumenti in libellam, siue in rectam f g, tum inspicienti locum b offeretur acutus angulus b f g. Et paulò ante ex ratiocinatione innotuit recti anguli hypotenusa f b. Quare cathetus b g non latebit. Cum autem ex hypothesi in eadem altitudine consistant d & h signa, & differentia situs b supra f, & ipsius f supra d sit deprehensa, ex summa coniunctarum b g & f h constabit tota b d. In hanc cum ad rectos angulos incurrat c d, sequitur, vt inuentis b d & b c lateribus, angulus acutus d b c non lateat. Id quod demonstratione cõficiendum erat. Iterum collocemus alium fontis locum in c, & castellũ in m, vt totus aquæ meatus sit c m. Et instituatur progressus ex m vsq; in h ex quo pateat prospectus loci c per rectam h c, vt infra libellam descendamus. Differentiã altitudinis m & h designet perpendicularis h k. Si iam recta connectantur k & m signa, erit ipsa k m in libella. Ex c demittatur perpendicularis vsq; ad equalem altitudinem ipsius h: tum recta, quæ cõiungit g & h signa in libella consistet. In eandem c g perpendicularem ex m iuxta eiusdem altitudinem πρὸς ὀρθὰς protrahatur m f recta, vt nimirum differentia altitudinis c & m locorum contineatur c f recta. Porrò ex c & h signis educantur rectæ lineæ in inferiorem superficiem, quæ concurrãt in d puncto. His per hypothesin datis, vt in præmissis exemplis fecimus, procedemus ad inquisitionem meatus, & angulorũ, qui ad rem absoluendam requiruntur. Descendenti ex m in h, vbi primum occurrit conspectus loci c, innotescit tota longitudo m h, vnà cum recta, quæ differentiam situs comprehendit, h k. Et constituto instrumenti centro in h, obseruanti c, & signum aliquod in recta h m positum patefiet angulus c h m. Per similem obseruationem d & c ex h offeretur angulus d h c, & ex d, angulus c d h. Cum autem latus



tem latus d h in subiecta planicie dimensionem admittat, c h magnitudo cognoscetur. Quare cum trianguli c h m detur angulus notis lateribus comprehensus, tertium c m latus ratiocinatione colligetur. Et quia trigonis c g h est ὀρθογώνιος, cuius hypotenusa recti anguli abit, si basi Quadrantis in rectam h g cõstituta, obseruauerimus acutum angulum c h g, c g cathetus offeretur, qui altitudinem loci c supra h comprehendit. Porrò in eadem altitudine consistentibus f & k, æqualis erit k h ipsi f g. Ergo ablata g f ex tota c g, remanebit c f, quæ situũ c & m differentiam patefacit. Hinc trigoni c f m rectangu li datis f c & c m lateribus, angulus f c m non latebit. Deinde cum nota sint omnia trianguli c m h latera ex dimẽsione anguli h c m in quam partem deflectat c m deprehendemus. Hactenus ad obseruationes tãtùm vna progressionis linea vsi sumus: sequitur nunc, vt occurrentibus in recto itinere impedimentis, qua ratione eundem scopum assequi liceat, deinceps consideremus. Atq; hic scire licet inquisitionem huius negocij commodiorem ac faciliorem fore, si quoties à recto tramite declinãdum fuerit, obseruata digreßionis quantitate, quomodo sit in eundem reuertendum, quantum fieri poterit, exploremus. Cæterùm in ipsis diuerticulis, quam rationem situs ad libellam conseruent, minimè negligendum est. Etenim nisi hoc constiterit, angulus inclinationis meatus ad perpendicularem exquisitè non poterit deprehendi. Quare diligenter inuigilandum est, vt inter progrediendum obseruata linearum deflexione, eius loci situm, ex quo fit obseruatio fontis, cum eo, in quem aquam deferetur, conferamus. Hoc constituto, non difficile fuerit distantiam obseruationis ab initio processus dimetiri. Si enim dimensi fuerimus longitudinem itineris ab hoc initio in eam vsq; partem, ex qua versus fontem cursum reflectere poßimus, angulum huius reflexionis instrumento deprehendemus, cuius quantitatem pro loci ratione licet constituere. Quare si etiam reflexionis lineam exquisitis dimensionibus explorauerimus, per 49 primi Triangulorum, quæ dato angulo prætenditur, linea patefiet. Habebimus ergo longitudinem interualli inter obseruationis locum & initium processus interceptam hac ratione exploratam. Sed ne obscuritas rei nimiam difficultatem pariat, quantum licebit, figura eam illustrabimus. Sit locus fontis a, castelli k, c obseruationis, vt totum iter processus, quo in antegresis exẽplis vsi sumus, designet k c recta, per quã nullus pateat transitus. Quare ex k ita postulante occasione processus instituatur vsq; in g versus sinistrã. Ex hoc puncto cursum reflectemus in c, ex quo situs fontis in conspectum veniat. Ex a descendat perpendicularis, quæ sit a b, vsq; ad altitudinem k c, quæ statuimus hic in eadem altitudine cõnexis c b k signis per rectas lineas. Et aliud signũ d constituatur in inferiori superficie, ex quo fiat obserua-



tio a & c,& ex c ipsorum a & d. Supra g etiam erigatur perpendicularis g f ad altitudinem k & c locorum. Nam rectas k g & c g infra libellam inclinari intelligimus. Primùm ergo cum fit progressus ex k in g per obseruationem libellæ patefit tota k g cum differentia altitudinis f g. Deinde cum ex g iter instituitur versus c, instrumento deprehendi potest angulus k g c. Et in progressu exploratur quantitas g c, quare per 49 primi Triangulorum, recta c k, quæ dato prætenditur angulo, nota prodibit. Sed vtrum c altiorem situm in alijs locis possideat, quàm k ex collatione differentiarum altitudinis, quam habent k & c ad ipsam f g deprehendetur. His constitutis, reliqua absoluemus eodem modo, quo in præmissis vsi sumus exemplis. Nam trigoni rectanguli a b c acutus angulus a c b si basis Quadrantis in rectam c b collocetur, apparet. Cæterùm ex obseruationibus, quæ factæ sunt in c & d, patefiunt anguli a d c & d c a. Quare c a latus, quod est triangulis d a c, & b a c commune, non latebit. hinc deinceps a b cōstabit. Ad inuestigationem lateris a k trianguli a c k, paulò plus operæ requiritur. Nam ex inuentis tribus trigoni c g k lateribus, inueniendus erit angulus g c k per 47 primi Regiomontani. Deinde si inclinauerimus planum Quadrantis in superficiem triangulo c k g comprehensam, & à recta, quæ extenditur ex c in g, numerauerimus circumferentiam huius anguli, apparebit in quam partem deflexerit c k recta. Sed hac constituta, per similem obseruationem innotescet angulus a c k. Quare notis a c & c k lateribus per 49 primi Regiomontani latus a k inuenietur. Totius ergo meatus quantitatem habemus exploratam. Sed in quam partem inclinet ex angulo c a k constabit. Et cum in eundem situm posuerimus b & k ex constitutis b a & a k lineis, angulus acutus b a k patefiet. Ex his nō difficulter intelligent mediocriter ingeniosi, quid in alijs locorum sitibus, vt infiniti occurrere possunt, efficiendum sit.

PROPOSITIO CX.

Si fons in interiorem aliquem urbis locum sit ducendus, qua dimensione excessus utriusque altitudinis exquisitè possit explorari.

CONstituamus nunc etiam ex fonte, qui remotius distet ab vrbis mœnibus deducendam esse aquam per fistulam, aut canalem in interiorem aliquem vrbis locum. Vt ergo rectè hîc consilium instituatur, manifestum est diligenter explorandam esse instrumento rationem situs vtriusque loci, vt nimirum certò constet locum castelli, quod sit intra vrbem, infra libellam fontis esse constitutum. Nos igitur operam dabimus, vt excessum vtriusque altitudinis, quantum fieri potest, exactè metiamur. Commodissimè id operis absoluemus, si ex constituto vrbis loco & altero deinde ipsius fontis eiusdem turris fastigij supra vtrumque locum instrumento obseruemus altitudinem. Alteram huius altitudinis obseruationem, quæ videlicet intra vrbem est, facillimè (vt superius explicatum est) adminiculo 4 sexti Elementorum absoluemus. Alteram verò, quæ est extra vrbem, per ratiocinationem 4 secundi Regiomontani, & deinde 29 primi eiusdem expediemus. Cōstituemus enim ab ipso fontis loco ad certum spacium signum aliquod, è quo simíliter in ipsum turris fastigium prospectus pareat. Cum ergo primam facimus obseruationem ex fontis loco & turris fastigij & collocati in terra signi per circumferentiā instrumenti innotescit vnus angulorum trigoni. Eodem modo cum obseruationē repetimus in loco signi eiusdem fastigij & fontis alter angulorum offertur, qui duo incumbunt noto spacio rectilineo. Quare trigoni reliqua latera inuenientur, quorum alterum est commune

est commune trigono rectangulo, cuius cathetus altitudinis præfixi turris fastigij supra fontem complectitur differentiam, quam facilè deinceps ratiocinabimur: si angulum, cui illa prætenditur instrumento, habuerimus exploratum. Cum ergo ex his constet eiusdem fastigij supra duo loca certa altitudo, ac veri situs ratio, eorum quoque in situ differentia non latebit. Sed hæc euidentius lectori ante oculos constituere operæpretium fuerit. Sit igitur, exempli gratia, locus intra vrbem in a, & fons extra in d, ex quo in illum aqua deducenda sit, vt cõmodius id efficiatur, sit intra vrbem altitudo alicuius turris, aut ędificij b c in cuius fastigiũ c prospectus pateat, tam ex a, quàm d. Incurrat autẽ per libellam recta ex a in b, quæ sit a b, & alia ex d in g, quę sit d g, ac signa d & a cõnectantur rectis cum c fastigio. Deinde extra vrbem assumatur notum aliquod spaciũ rectilineum d f, cuius f finis cum c etiam coniungatur. His constitutis, ostendendum est, quomodo vtriusque a & d loci altitudinis ac situs differẽtia exploretur. Primò hîc manifestum est triangulum c b a esse ὀρθογώνιον, cuius c b cathetus altitudinem situs c supra b comprehendit. Si ergo per instrumentum (vt superius explicatum est) obseruemus angulum c a b & basin a b in terra metiamur, per 29 primi Regiomontani, deinceps c b, aut alia ratione per 4 sexti Elementorum ratiocinabimur. Eodem modo constat triangulum c g d esse ὀρθογώνιον & altitudinem c supra d, c g catheto comprehendi. vt ergo hunc liceat ratiocinari, primùm in triangulo d c f, si ex d intueamur instrumento c & f signa innotescet angulus c d f. eodem modo si ex f aspiciamus c & d signa, offeretur angulus c f d. Sed antea per hypothesin f d latus innotuit. Quare per 4 secundi Regiomontani c d latus colligemus. Ac deinde explorato acuto angulo c d g per 29 primi Regiomontani c g catheti absoluemus dimensionem. Ex his manifestum est, quòd si fuerit c g cathetus minor c b etiam altiorem esse situm d, quàm a. Sublato igitur c g ex toto c b, vtriusque differentia g b relinquetur, quæ erat inquisita. Quare constat aquam ex d in a facilè deduci posse.



PROPOSITIO CXI.

Vtrum aqua in fodinis à latere perfosso monte educi poßit.

Occurrente in aurifodinis aqua, quam instrumentis plerumque solent exhaurire, experiemur etiam, an maiore cõmoditate perfosso à latere monte in inferiorem superficiem poßit deriuari. Vt autem huius negocij ratio manifestius nobis constet, exquisitis dimensionibus explorandum erit, vtrũ aqua profundiorem locum occupet, an exterior terrę superficies in quam fuerit deducenda. Id quod facillimè expediemus in hunc modum. Ex superiori meatus foramine perpendiculum in aquam demittemus, quo totam illius altitudinem deprehendamus. Hoc operis expedito, in inferiorem aut subiectũ montis summitati locum descẽdemus, cuius situm ratione supremæ partis perpen-

T 2

diculi duabus obſeruationibus inſtrumento explorabimus. Ex cuius collatione cum perpendiculi quantitate vtriuſq; altitudinis differentia manifeſtè innoteſcet. Ceterùm, vt euidentius hæc ſubiecto ſchemate demonſtremus, operæpretium fuerit. Sit igitur aqua monti incluſa in ſigno c, locus in quem deriuari debeat g, & meatus c g. Differentiam altitudinis c & g, quæ nobis inueſtigãda eſt, deſignet recta c d, cui πρὸς ὀρθὰς occurrat g d recta altitudo b, in quo ſigno conſtituimus ipſius meatus ingreſſum, ſupra g ſit recta b d, & profunditas aquæ infra b deſignetur recta b c, cuius collationem hic cum b d conſiderare oportet. His conſtitutis ex loco g fiat per Quadrantem obſeruatio ipſius b, & alterius cuiuſdam ſigni, nimirum f in inferiori plano conſtituti: tum apparebit angulus b g f. Si iterum in f ſimilem obſeruationem locorum b & g repetiuerimus, conſtabit angulus b f g. Et per quartam ſecundi Triangul. vbi nobis certa dimenſione conſtiterit f g, reliquum latus b g non ignorabitur. Deinceps explorabimus angulum b g d, cui altitudinis differentia b d, prætẽditur in hunc modum. Inſtrumẽti baſin erigemus ſuper rectam b g ad finem; tum à circumferentia demiſſo, vt recta in centrum tendat, perpendiculo, apparebit quanto ſegmento reliquum latus à ſigno [illegible] diſtiterit, cui demonſtrauimus alibi adæquari alterum, quo baſis eleuatur ſupra libellam. Atq; id nobis in Quadrante l k g deſignat b k. Conſtat ergo trigoni rectanguli d b g, acutus angulus b g d. Quare cum etiam detur hypotenuſa recti anguli b g, per 29 primi Triangulorum inuenientur reliqua latera b d & d g. Quòd ſi iam perpendiculum ex b in c demiſſum, minus fuerit b d recta, conſtabit rem expedite abſolui poſſe: ſin minus alia via eam aggredi oportet. Sed hîc nobis, exempli gratia, minor conſtituitur b c, quàm b d. hinc deprehendemus totius meatus ex c in g longitudinem per 47 primi Elementorum, ſi b c ſubduxerimus ex b d. Nam hinc remanebit differentia c d, & paulò ante nobis inuenta eſt d g baſis. Deinde ex acuto angulo d c g, vt in antegreſsis exemplis oſtendimus, quomodo inter fodiendum paulatim ex c verſus g ſit iter inclinandum, patefiet. Vt autem agnoſcamus in quam mundi partem meatus c g deflectat, primum obſeruabimus ex b adminiculo Magnetis quo inclinet ſignum g. Hinc cum c ad perpendiculum conſiſtat ſub b, in eodem plano verticali ſtatiuntur & in eandem plagam vergunt c g & b g.

PROPOSITIO CXII.

Quomodo ſit intra conſtitutum tempus certa quantitas aquæ, è caſtello fontis educenda.

CVm hic tractationem de aquis obiter ingreſsi ſimus, non inutile aut iniucundum diſcendi ſtudioſis fuerit, ſi conſideremus qua ratione per numeros certò liceat ratiocinari, vt ipſi etiam conſentiat experientiæ, intra conſtitutum

tutum

tutum temporis interuallum quanta pars aquæ sit effluxura, si aliquot castelli, in quod fons influit, fistulis obstructis, reliquæ aperiantur. Et vicissim constitutæ certæ aquæ quantitati, quantum temporis ad effluxum assignetur. Vt recta ratiocinatione id colligamus, quanto temporis spacio singulæ fistulæ separatim certam generis mensuram effundant, statuendum erit. Deinde per canonem Gebri, siue vt alij vocant artem rei & census, negociũ absoluemus in eum modum, qui sequitur. Castello cuipiam 36 mensuras cuiuslibet quantitatis capienti insigantur fistulæ a, b, c, d: quarum a totam aquam exhauriat duabus horis, b tribus, c sex, d 8. & obstructis fistulis a & c, quæratur quantum aquæ effundant reliquę duæ b & d intra spatiũ Quadrãtis horæ. Cum ergo 3 horis b effundat 36, cõuenient 1 tres, & d cum easdem exhauriat 8 horis, tribuentur 1 horę, 1 1 quæ cũ tri 4 bus cõiũctę efficiũt simul 4 1 Sed vicissim inquiramus 4 quãto 8 tẽpote b & d simul apertæ 4 1 reddant. 8 Vt hoc inueniamus primùm inquirimus quanto tempore simul 8 effundant 36, pro quo statuimus 1. ℞. Cum iam effundat b 36 mensur. 3 horis statuetur 1. ℞. tẽporis 12 ℞. & cum d consumat horas 8 cõuenient 1. ℞. 4 1 ℞. Sed summa quæ colligitur ex 12 ℞. & 4 1 ℞. nimirum 33 ℞. æquatur 2 mensur. 36. Quare 1. ℞. producit 2 horas cũ 2. 2 Tanto tem 2 pore b & d simul effundunt 36 mensuras. Verũ hoc verum 11 sit, licet experiri per regulam proportionis. Nam si 3 horis effluunt 36 mens. 2 2 exibunt 26 2. Et si d 8 horis reddit 36, in 2 2 dabit 9 9. Sed harũ summa 11 restituit 36. 11 Constat igitur nos verum colle 11 gisse nu 11 merum. Et cum 36 effundantur simul apertis b & d, tempore duarum horarum cum 2 elabentur 4 1 vnius quadrantis spacio. Ita viceuersa ex tempore collegi 11 mus certam 8 mensuræ quantitatem, & ex hac temporis effluxus interuallum. Eadem calculandi ratione tantùm apertis a & b totam aquam effluere in vna hora cum 1 sed ex a & c idem euenire in 1 1, & a d 1 3. Verùm omnibus simul apertis, 5 eadem aquæ quantitas effluit 2 8 horæ. 5 Id quod hinc manifestum est. Nam intra tantum temporis sola a 9 effundit 16 mensuras, b 10 2, c 5 1 & d 4, quarũ summa restituit 36. Idem experiri licet in reliquis συζυγίαις 3, vt b c, c d, a e d, d b c, &c.

PROPOSITIO CXIII.

Quomodo per aquam Archimedes inuenerit quantum argenti aureę coronæ idolo suo consecratæ artificis dolo immistum esset.

Vitruuius historiam cõmemorat de Archimede, qui postulante rege Hierone, aquæ adminiculo explorauit, vtrum aurea corona idolo suo propter victoriam partam consecrata, opificis dolo argenti aliquid admistum haberet. Ad cuius rei inquisitionem primùm vasi aqua repleto massam auri puri grauitate ponderi fabrefactæ coronæ æqualem immersit, aqua effluente collecta. Deinde repleto vasi ęquale pondus argenti puri excepta aqua redundante immisit. Tertiò explorauit quantum aquę, immissa corona, efflueret. Ita considerata proportione effluxarum aquę partium, quantum argenti in aurea corona lateret, ratiocinatus est. Sed cum Vitruuius rationem huius calculi explicatam non reliquerit, inuestigabimus hîc, quomodo illud Archimedis inuentum nobis liceat imitari. Id quod facillimè expediemus per canonem Gebri. Statuamus ergo pondus coronæ fuisse trium librarum, qua vasi immersa, effluxerint 67 aquæ, per eiusdem ponderis massam auri puri immissam, excepta sit 1 aquę 420 & per alteram argenti puri 3 redundarint. Ergo corona est constru 40 cta 3 ℞. auri, in cuius locum substi 7 tuitur 1. ℞. argenti. Hinc ad inuentio-

nem æquationis procedimus. Cum 3 libræ auri puri effuderint $\frac{1}{40}$ aquæ, conueniēt 3−1. Rx. lib. $\frac{3-1.\,Rx.}{40}$ Et immerso argēti pōdere, cum effluxerint, $\frac{3}{120}$ aquæ, attribuētur 1 Rx. 3 Rx. lib. ex quarum summa per additionem colligētur $\frac{63 \dagger 339\,Rx.}{2520}$ Hæc fragmenta adæquantur $\frac{67}{420}$ aquæ per hypothesin, siue obseruationem, quæ per multiplicationem in crucē, quę fit hoc modo $\frac{63 \dagger 339\,Rx.}{2520} \times \frac{67}{420}$ reducūtur ad huiuscemodi denominationes 26460 † 142380 Rx. & 168840. Si nunc ab his æqualibus subtraxerimus æqualia, residuæ partes erunt æquales. Ergo vtrinque auferantur 26460: tum relinquentur ęquales partes. Hinc manifestū est, cum radices relictæ, tantùm semel contineātur in 142380 numero, 1. Rx. efficere vnam libram argenti. Quare $\frac{2}{3}$ ipsius coronæ sunt auri, & residui pars argenti. Id quod inueniendum nobis erat. Sed vtrum hoc consentiat experientiæ per canonem proportionis licet experiri. Nam ratione 2 librarum auri effluet $\frac{1}{60}$ aquæ, & ratione 1. lib. argen. $\frac{1}{7}$ aquę, quorum summa fragmētorum restituit $\frac{67}{420}$ aquę. Et tantum aquæ effudit immissa corona. Constat ergo nos verum numerum hoc modo assecutos.

Cùm deessent characteres numerorum Cossicorum constituimus in superioribus exemplis loco radicis Cossicæ signum Rx.

SECTIO SEXTA, COMPLECTENS ABSOLVTVM ARTIFICIVM EIACVLANDI SPHAERAS TORMENTARIAS.

PROPOSITIO CXIIII.

Ex quo fundamento sit extructum artificium eiaculandi sphæras è tormentis.



CVM de multiplici tormentorū vsu tractationem hîc instituamus, forsan obiecerit aliquis hoc tempore, quę scribam, artificum vulgò satis perspecta & vsitata esse: huic respōsum volumus lōgè aliud esse rem simpliciter κατὰ τὸ ὂν intelligere & vsurpare, quàm eādem κατὰ τὸ διότι, siue ex primis fundamētis inuestigare. Cōstat enim aliquos ex opificibus magna cum dexteritate experientia duce suas operas absoluere, verū certas ac euidentes causas, ex quibus omnia tanquā ex veris fontibus deriuantur, acie ingenij perspicere non possunt. Nos igitur cum in hoc opere Quadrantis vsum potissimū explicemus, ad quem propriè ratio artificiosè sphęras tormentarias eiaculandi pertinet, & in conflictibus nostro tempore maximè ad hanc rem vsurpetur: cōstituimus hîc non tantùm simplicem ipsius vsum declarare, sed etiam demonstrationes experimentorū ex immotis Geometriæ Elementis extructas studiosę iuuentuti in lucem proferre, de quibus an alij ante nos conscripserint, ingenuè profiteor me ignorare. Quantum ad absolutum vsum attinet, sicut alijs omnibus in rebus, ita hîc quoque experientię multum cōcedimus. Nam etsi αἱ εἱμαρμέναι veluti Parcarum tabulę, immutabiles permaneant: tamē inter experiundum multis de causis non pauca errata incidunt. Aut enim instrumenta non sunt exquisitè ad normam cōstructa, aut in dimensionibus hinc rei necessarijs obseruandis exploratores ἐν τῷ ἐπισκοπεῖν aberrant, aut in vera collocatione machinarum negligentiores sunt, quàm res ipsa permittat. Sed nos, quæ sint in singulis propositionibus obseruanda suis locis diligenter annotabimus, si

hîc

hic premiſerimus illam Euclidis propoſitionē, in cuius fundamento (exceptis obſeruationibus) tota huius tractationis ſumma ferè conſiſtit. Ea verò 6 libro Element. Græcè ſic deſcribitur: τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί. id eſt, Aequiangulorum triãgulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, & ſimilis rationis, quæ ęquales angulos ſubtēdunt latera. Huiuſmodi duos trigonos, nimirum ęquiangulos in eiaculationibus ſphęrarū è tormentis inueniri declarabimus. Ex his alter triangulus ὀρθογώνιος conſtituitur ex tribus lineis, quarum prima eſt hypotenuſa tormēti, ſeu via, quam ſphęra è principio, ſeu loco ſuo violentiſsimo motu expulſa in illud punctum vſq;, ex quo verſus terram delabitur, percurrit. Hanc verò exquiſitiſsimè adęquari rectę lineę conſentaneum non eſt, quãuis vtriuſq; differentia non ſit magna. Neq; enim violentus ille motus quo ſphęra impulſa defertur, in tēporis momento ita abrumpitur, vt ſtatim ex præcipitio ſphęra in terrã deuoluatur, ſed paulatim in itinere elangueſcit, donec tãdem in fine curſus omnino deficiat & euaneſcat. Atq; hac ratione fit, vt in ipſo fine decurſus ſphęra non exactè ſupremam catheti altitudinem, quæ ex eleuatione tormenti in Quadrante colligitur, attingat, ſed paulò inferius in eundem incidat. Quãuis igitur non exactè rectam lineã ſphęra percurrat, tamen in ipſis eleuationibus tormēti, vt hypotenuſam loco rectæ lineæ accipiamus & cōſtituamus eſt neceſſe. Sed qua ratione hoc fiat, & quomodo hęc differentia percipiatur, inferius demōſtrabimus. Secunda linea eſt, quam ſphæra metitur cum deficiente violento motu, natiuo impetu in terram ad rectos angulos delabitur. Hanc exactiſsimum trigoni rectanguli catheton conſtituere infallibilis omnium temporum experientia ſatis atteſtatur: id quod etiam Claudius Ptolemęus primo libro μεγάλης συντάξεως pulchrè his verbis comprobat: κἀκεῖνο δὲ μόνον προχειρότατον ἂν εἰς τὴν τοιαύτην κατάληψιν γένοιτο, τὸ, σφαιροειδῆ, καὶ μέσης τοῦ παντὸς (ὡς ἔφαμεν) ἐγκεκλιμένης τῆς γῆς ἐν ἅπασιν ἁπλῶς τοῖς μέρεσιν αὐτῆς, τὰς τε προσνεύσεις, καὶ τὰς τῶν βάρος ἐχόντων σωμάτων φορὰς, λέγω δὲ τὰς ἰδίας αὐτῶν, πρὸς ὀρθὰς γωνίας πάντοτε καὶ πανταχῆ γίνεσθαι πρὸς τὸ διὰ τῆς κατὰ τὴν ἔμπτωσιν ἐπαφῆς διεκβαλλομένου ἀκλινοῦς ἐπιπέδου. Tertia verò linea trigoni, nimirū baſis ipſa conſtat illa diſtantia, quæ inter locum tormenti & cathetum, vbi rectum angulum vna comprehendunt, intercipitur, quæ Horizontis planæ ſuperficiei ſemper æquidiſtat. Secundus triangulus in Quadrante conficitur ex ſinu toto, ſinu recto eius circumferentiæ, ad cuius altitudinem machina eleuatur, & ſinu ipſius complementi, qui partem alterius trianguli βάσεως conſtituit, quemadmodum etiam ſinus maximus partem hypotenuſæ. Sinus rectus eleuationis tormenti maioris trianguli catheto æquidiſtat. Hæc in ſequenti figura demonſtrata, euidentius intelligentur. Demonſtrabimus igitur, quæ ſit horum τριγώνων ὀρθογωνίων ratio, quorū cōſideratione ad rectã tormentorum conſtitutionem maximè vtimur. Sit ergo tota, quam ſphæra percurrit hypotenuſa c l, quæ ſi exquiſitè recta conſtaret linea eſſet ipſa c k, verùm quia vis expultrix in hoc itinere paulatim elangueſcit, adeò, vt ſimul in ipſo motu nonnihil deſcendat, ſphæra infra k punctum in cathetum k m, quæ ratione d g circumferentiæ conſtituitur, incidit, id quod hîc fiat in ſigno l. Quæ ſit autem ratio deſcenſus in motu dum vis expellens paulatim imminuitur, in ſignis n p r l manifeſtè conſpicitur. Porrò ex l ſigno, in quo violenti motus vis ſubitò euaneſcit, ſphæra in ſubiectam baſin ad rectos angulos natiuo impetu delabitur in m punctū: id quod immutabili omniū temporū experientia veriſsimum eſſe conſtat. Erit igitur diſtantia tormenti à loco delapſę ſphæræ c m. Cōſtituimus hîc etiã ex hypotheſi Quadrantis baſin c g in Horizontis plana ſuperficie conſiſtere, & in eandem rectã lineam cum g m incidere, &



centrum ſphæræ d ſignum exquiſitè præterijſſe. Qua ratione ſint hæc exploranda paulò poſt aperiemus. Conſtat igitur d f ſinum rectum circumferentię eleuationis d g παράλληλον eſſe k m perpendiculari. Inſuper aſſumamus c k rectam loco c l hypotenuſæ. Habemus hîc iam duos trigonos rectāgulos, quorum vnus c k m, alter c f d, cum d f ipſi k m æquidiſtet: nam d f eſt ſinus arcus c d, & c f æqualis ſinui complementi, & angulus k c m vtriq; eſt communis. Quare duo reliqui anguli c d f & c k m inter ſe æquales erunt. Eſt igitur per 4 ſexti Elementorum eadem ratio lateris c f ad f d, quæ eſt c m ad m k. Et his ita conſtitutis, manifeſtum eſt ſatis exquiſitè inueniri poſſe c k & k m, verùm c l & l m non ita facilè deprehenduntur, attamen quomodo k l differentia proximè inueniatur, inferius oſtendemus. Porro hîc conſiderandum eſt, quoties ſphæra ſit extorquenda, vt per cathetum in ſubiectum locum deferatur, vt centrum tormēti exactè eleuetur iuxta lineam c k, ne inferius inclinetur ad c l hypotenuſam veram. Nam hac ratione futurum eſt, vt perpendicularem l m ſphæra rectius decurrat, ne vltra aut citra præſcriptum terminum deuoluatur.

PROPOSITIO CXV.

Obſeruationes quædam ad certas collocationes & omnem uſum tormenti neceſſariæ, ne à ſcopo multum aberremus.

CVm demonſtrauerimus præcipuum vſum tormentorum ex conſideratione trianguli ὀρθογωνίου extructum eſſe, ſequitur etiam, vt explicemus quænam obſeruationes hîc neceſſariæ ſint, vt ne obliqua aut diſtorta collocatione tormēti huius trianguli ſtructura perturbetur. Nam in hoc præcipuè incumbendum eſt, vt ex certa eleuatione tormenti ad Quadrantem & eiuſdem diſtantia à loco delapſæ ſphæræ hypotenuſam ex ſinuum tabulis inuenias. In primis huc requiritur, vt baſis Quadrantis exquiſitè occupet planam Horizontis ſuperficiem: id quod facillimè (ſicut alibi demonſtrauimus) expedire licet, ſi perpendiculum ex ſupremitate ſuſpenſum alterum latus, quod eſt erectum exactè contingat. Hoc ita conſtituto, dicimus axem tormenti, ſiue lineam,

neam, quæ per mediam cauitatem tormenti [illegible] centrum sphæræ transit, semper ad præfixam circumferentiam eleuandum, ex qua omnia trianguli orthogonij latera ratiocinando colligemus. Expedite hoc operis absoluitur, si in tormenti superficie circulus eo artificio designetur, vt cauitati ex qua sphera egreditur, exacte æquidistet. Secetur hic in Quadrantes ea ratione, vt suprema sectio, tormento finitoris plano æquidistante verticali puncto respondeat, quæ ad latera fuerint intermediæ, finitoris planæ superficiei. Ex his manifeste constat, ad quantamcunque altitudinem, machina fuerit à terra eleuata, semper intermedias sectiones cum axe æqualem in Quadrante eleuationem occupare. Insuper ab his sectionibus ad infimam tormenti partem ducantur rectæ lineæ, quarum singulæ à suis initijs denominationem sortientur. Quare si intermediæ sectionis lineam ita ad certam Quadrantis circumferentiam eleuaueris, vt longius producta in centrum Quadrantis extendatur, exactissime tormentum erit collocatum. Sed hæc quomodo fiant inferius copiosius explicabimus. Superest deinde, vt in singulis eiaculationibus idem sit pondus sphærarum, quæ emittuntur, & eadem vis pulueris tormentarij.

PROPOSITIO CXVI.

Quomodo ex singulis eleuationum aut inclinationum circumferentijs [illegible] tormenti colligatur.

HActenus ea descripsimus, quæ ad sequentium tractationem maxime necessaria videbantur, sequitur nunc, vt progrediamur ad singulorum propositi nobis trianguli laterum inuestigationem. Et cum in primis necessaria sit cognitio lineæ rectum angulum subtendentis, ab huius inquisitione exordiemur. Quando igitur intermediæ sectionis linea (sicuti præscripsimus) ad certam Quadrantis circumferentiam fuerit eleuata, diligentissime obseruandus erit locus in quem sphæra primum fuerit delapsa, cuius distantiam à Quadrantis centro dimetieris, quæ trianguli orthogonij basin constituit. Ex hac non difficili ratiocinatione reliquorum laterum quantitates assequeris. Nam cum demõstratum sit per 4 sexti Elementorum, eandem esse rationem sinus arcus complementi ad sinum totũ, quæ est huius distantiæ ad hypotenusam tormenti, multiplicabis secundam magnitudinem in tertiam, & productã distribues in primã. hinc quarta necessariò innotescet. sit igitur axis tormenti a b eleuatus ad circumferentiam b d, quæ est 41 part. 24 scrupul. & sphera violẽto motu expulsa, in g punctum delapsa inueniatur. Igitur ex dimensione a g lineæ constat vnum ex lateribus trigoni rectanguli a f g. Deinde arcus b d sinus rectus b e, & complementi sinus a e, vna cum sinu



toto a b innotescunt. Multiplicabis igitur a g in a b, & productum in a c distribues. Cum arcus b d sit 41 part. 24 scrupul. erit complementum 48 part. 34 scrup. cuius sinus rectus, nimirũ a c est 75011. Distantia g a sit inuenta 600 pass. Quare post absolutam operationem prodibit linea f a ferè 800 pass.

PROPOSITIO CXVII.

In quantam altitudinem ad singulas eleuationes tormentum sphæram excutiat.

INuenta nobis hac ratione tormẽti hypotenusa, ex ijsdem fontibus magnitudinem perpendicularis educemus, cuius cognitionem etiam sæpenumero vtilem & necessariam esse docet vsus. Nam si constitutum fuerit ea ratione sphęram extorquere, vt per cathetum in pręfixum locum dejiciatur: opus erit, vt huius altitudinem cum sinu recto eius anguli, supra quem machina eleuatur, diligenter conferas, qua de re inferius plura: nunc ad rem veniamus. Constituta nobis est circumferentia altitudinis tormenti d b 41 part. 24 scrupul. cuius b c sinus rectus ex tabulis inuenitur 66131, sed hypotenusa a f constat 800 pass. Cum igitur sit eadem ratio a b ad b c, quæ est a f ad f g, ex quibus tres magnitudines sunt notæ, quarta etiam f g non latebit. Ex multiplicatione b c in a f consurgit 52904800, qui numerus distributus in sinum totum a b restituit 529 & $\frac{4800}{100000}$. Tantæ magnitudinis proximè est perpẽdicularis f g. Eandem etiã quantitatem inuenies ex penultima primi Elementorum. Cum enim inuenti lateris f a τετράγωνον adæquetur τετραγώνοις laterum g a & g f rectum angulum ambientium, & ex his alterum sit notum, sequitur, vt hoc ex illo sublato, tertij lateris τετράγωνον remaneat. Quadratum f a est 640000, & a g 360000, quo ex illo subtracto, restat Quadratum lateris f g 280000. Ex hoc radix quadrata extracta, nimirum 529 & paulò plus, ipsius catheti magnitudinem f g patefacit, qui secundum exactam circuli rationem ex circumferentia d b colligitur. Sed cum violentus motus, quo sphæra per totam hypotenusam defertur, circa finem maximè imminuatur, sequitur, vt sphæra non exactè in supremam catheti f altitudinem incurrat, sed aliquanto inferius in eundem incidat. Et si differentiam hanc aliquo modo metiri volueris, pręfigas tibi certum alicuius loci scopum, ex cuius altitudine & tota hypotenusa iuxta exquisitam circuli rationem angulum eleuationis tormenti inuestiges. Nam hac ratione futurum est, vt finis hypotenusæ exactè incidat in præfixum scopum. Hinc manifestum est ex impulsu sphæræ statim apparitturum esse locum paulò inferiorem summa perpendicularis altitudine, quæ ex circumferentia eleuationis colligitur. Cæterum hæc alijs curiosius perscrutanda relinquam, cum sola ferè experientia huiuscemodi difficultates explicet. Quò fit, vt nostras propositiones duntaxat ad exquisitam circuli rationem accõmodemus. Manifestum est hic etiam discentibus, qua ratione fiat, vt eiusdem tormenti catheti, pro magnitudine angulorum supra quos axis eleuatur, semper immutentur, cum tamen hypotenusa vbiq; retineat eandem quantitatem. Nam semidiametri in circulo vicem gerit.

PROPOSITIO CXVIII.

Quanta sit distantia tormenti à loco, in quem sphæra delabitur, ex singulis eleuationibus & hypotenusa colligere.

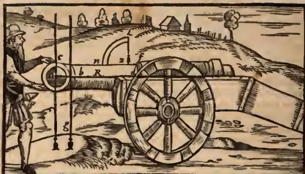
DEmonstrauimus iam, qua ratione ex magnitudine rectæ lineæ, quæ inter centrum Quadrantis & locum delapsę sphæræ intercipitur, vnà cum angulo eleuationis aut inclinationis tormenti, illa, quæ rectum angulum subtendit, &

dit,& perpendicularis colligantur:hic viceuersa ex constituta hypotenusa & perpendiculari,aut complemento anguli eleuationis quanta sit distantia tormenti à loco delapsæ sphæræ,vbi cum catheto semper ad rectum angulum concurrit,peruestigabimus. Ac primo iuxta 47 primi Elementorum ex hypotenusa & catheto eam inquiremus in hunc modum. Quadratum hypotenusæ est 640000, catheti 280000. Hoc igitur ex illo subtracto,superest quadratũ distantiæ 360000, cuius radix inuenietur 600. Sed cum pro diuersa quantitate complementi anguli eleuationis etiam distantiæ crescant, aut decrescant, videamus quomodo ex sinu complementi maioris eleuationis, & hypotenusa quæstionem soluere liceat. Constituamus igitur axem tormenti ad eleuationem 60 part. cuius complementum est 30 & sinus rectus 50000. Iam verò ex multiplicatione 800 in 50000 consurgit 40000000, qui numerus distributus in sinum totum,restituit 400 passus. Igitur hæc distantia minor est altera 200 pass. Atqui tanta esset a g linea, si d b circumferentiam constitueremus 60 part. Rationem supputationis non difficulter intelliges. Nam eadem est ratio a b ad a c,quæ est a f ad a g. Quare multiplicatur f a in a c & productum diuiditur in a b. Non dissimili ratione colliges ad quascunq; alias eleuationes basium & perpendicularium quantitates.

PROPOSITIO CXIX.

Quomodo axis tormenti in libellam collocetur.

VT certas tormenti eleuationes discentes intelligant & commodius experiantur,operæpretium fuerit,vt exquisitis rationibus constitutum habeant,quomodo axis in libellam sit collocandus, id quod sine omni difficultate licet explorare,si perpendiculo superiori Quadrãtis lateri appenso quod ab eodem in neutram partem deflectat (vt alibi etiam ostendimus) basin in tormenti superficiem constitueris. Sed tamen ad commodiorem vsum, velim vt propè extremam cauitatem,ex qua sphæra egreditur,exquisitè circulus designetur, qui ita secetur in Quadrantes,vt suprema sectio respõdeat τῷ σημείῳ τῆς κορυφῆς,& intermediæ τῷ τοῦ ὁρίζοντος ἐπιπέδῳ παράλληλαι constituantur. Ex singulis harum sectionum per superficiem tormenti ducãtur rectæ lineæ, quæ denominationem à suis initijs sortientur. Atq; superioris lineæ vsus erit, vt Quadrantis basin sustineat, quoties perpendiculi adminiculo certam axis eleuationem (vt paulò post apertius explicabimus) experiri volueris. Si autem ad Quadrantem in terra constitutum placeat axem eleuari mediarum sectionum lineis,quæ cum illo semper eandem occupant altitudinem, vtaris. Cæterùm,vt rationem inueniendi has sectiones in designato circulo facilius intelligas,Quadrantis vsu in libellam axe constituto,obseruabis superiorẽ perpendiculi contactum, quod centro cauitatis siue axis exquisitè prætenditur. Ab hoc in descripto circulo deorsum numerabis vtriusq; 90 partes,quantarum totus circulus contineat 360. Nam in finibus harum partium occurrunt ea puncta,quæ finitoris planæ superficiei æquidistant,& eundem possident cum axe tormenti situm. Quare rectæ lineæ ex his eductæ, cum machina ex libella eleuatur,eandem altitudinem cum axe occupabant. Sed puncta mediarũ sectionum simplicius etiam sine distributione circuli in partes obseruabis, si in eodem situ manente,machina alterius perpendiculi contactum vtrumq; ad exteriorem superficiem notaueris. Nam inter contactus duarum perpendicularium, quarum altera per centrum transit,altera tantùm exteriorem contingat superficiem,Quadrans circuli exquisitè concluditur. At ne videantur hæc aliqua obscuritate discentes remorari, euidenti demonstratione stabilire non pigebit. Cõstituatur enim axis tormenti d a,quem in eum sinum collocare debeas,



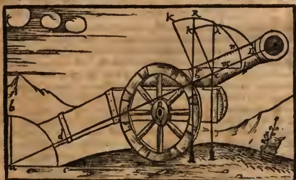
vt finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtet, ſiue in libella quieſcat. Centrum cauitatis ſit a. Superiori machinæ ſuperficiei ita inſiſtat inſtrumenti baſis r n, vt perpendiculum exactè erecto lateri adhæreat, quod ſit l r. Aliud deinde perpendiculum prætendatur à cētro, quod ſuperius attingit machinam in c puncto, quod exquiſitè reſpondet ſigno verticali, à quo, ſi deorſum numeraueris quartam circuli partem, quæ finiatur hîc in b, offendes etiam illud ſignum, ex quo producta recta b d, finitoris plano æquidiſtat. Sed recta linea, quæ educitur ex c, nimirum c f, omnium quæ in ſuperficie tormenti ſunt eſt ſuprema, cui baſis inſtrumenti impoſita, ſemper officio perpendiculi oſtendet, quātum axis à libella deflectat, aut ſub quanto illum ſecet angulo, vt poſtea apparebit. Porrò certum etiam habebis argumentum, quòd axis occupet libellam, ſi perpendiculum tam ſuperius quàm inferius æquabiliter cauitatis circumferētiam attingat, cuius rei euidentior eſt ratio, quàm vt explicatione indigeat. Diximus etiam intermediæ ſectionis punctum b ſine deſignato circulo facilius inueniri poſſe ſolo perpendiculo. Tranſeat ergo altera perpendicularis linea per a centrum, altera verò extremam circumferētiam leuiter attingat in b: tum dicimus punctum contactus b 90 partibus à verticali c ſigno diſtare, ſiue ſegmentum c b quadranti circuli adæquari. Occurrat enim ſemidiametro c a perpendicularis in centrum, quæ ſit k b a, vt circumferentiam ſecet in b: tum b c ſit quarta circuli: cum ergo rectę c a & b g ad rectos angulos in eandem ſuperficiem longius extenſæ incurrant, ſunt παράλληλοι. Sed in παραλλήλας recta incidens per 29 primi Elementorum effic'. exteriorem angulum æqualem interiori oppoſito ad eaſdem partes. Quare m angulus b a c ſit rectus, erit æqualis huic exterior, & interior deinceps c b a. Cum ergo ſit angulus a b c rectus, neceſſariò exiſtet in b ſectione per 18 tertij Elementorum, quam perpendiculum contingit. Id quod demonſtratione explicandum erat. Inuentis ergo hac ratione ſectionibus c & b educendæ erunt ex ipſis rectæ lineæ c f & b d, cum qua ſemper æqualem habet altitudinem in quolibet ſitu axis ipſe. Si ergo Quadrantem in terram conſtitueris, ſemper ad conſtitutam circumferentiam eleuabis b d lineam. Atque hac ratione nos inſtrumentum collocabimus ad euidentiorem ſequentium demonſtrationum explicationem. Sed quomodo conſtituto Quadrante in rectam f c, axis eleuari, aut inclinari debeat, deinceps perſequemur.

PROP

PROPOSITIO CXX.

De multiplici Quadrantis collocatione ad exquisitam axis tormenti eleuationem explorandam.

VT euidentius & facilius sequentium propositionum demõstrationes extruamus in singulis axis eleuationibus Quadrãtis basin in planam terræ superficiem, quæ tamen in situ non declinet à libella, collocamus. Sed nõ ignoramus quàm molestum & sæpenumero difficile foret, si in terra semper illud signum esset inuestigandum, cui centrum instrumenti imponeretur, vt in rectam lineam incideret, quæ ab axe vlterius in rectum extenso constituitur, Sæpius etiam occurrit ea loci constitutio, vt basis, cui machina insistere debeat, non sit exquisitè plana & Horizontis superficiei παράλληλα. Quare nobis hîc vigilanter est consyderandum qua instrumenti collocatione artifices vbiq; locorum commodissimè & certissimè singulas axis altitudines experiantur. In antegressa propositione quomodo ex superiore perpendiculi contactu summæ altitudinis linea in superficie tormẽti inueniatur, explicauimus, cuius vsus ad præsentis negocij demonstrationem commodissimè applicabitur. Si enim instrumenti basin concinnè huic lineæ ad rectos angulos imposueris, & tormentum in quancunq; altitudinem eleuaueris, dico demissum ex supremo circumferentiæ in centrum Quadrantis perpendiculum, tanto segmento exquisitè à fine partis nonagesimæ destiturum, quantus sit angulus eleuationis axis tormenti supra suam basin. Idem etiam manifestè experieris, in quancunq; superficiei partem Quadrantem transtuleris, modo rectam in ea lineam possideat. Sed nos maioris cõmoditatis & certitudinis causa supremæ lineæ situm basis instrumenti loco assignamus. Hac ratione sic constituta, semper exquisitissimè axem tormenti supra cõstitutos angulos eleuabis, si perpendicularem in centrum descendentem obseruaueris, donec ab altero instrumenti, quod erectum est, latere tanto deflexerit interuallo, quantum respondeat oblatæ altitudini. Vt autem hoc indubitata demonstratione cõfirmemus, euidentem huius rei figuram subijciemus. Sit igitur axis tormenti a l, g n supremæ sectio-



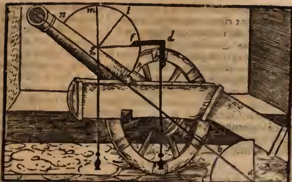
nis linea, a p plana finitoris superficies, supra quam in Quadrante a b c axis eleuatur ad circumferentiam c d. Hic iam inuestigandum nobis est, an cõmodè fieri possit, vt per alias Quadrantis collocationes eandem axis altitudinem experiamur. Ad huius rei demõstrationem pertexendam statuatur basis eiusdem Quadrantis, aut eidem ęqualis in supremę sectionis lineam g n: tum per-

pendiculo per centrum g exquisitè transmisso, quod à superiori parte circumferentiam attingat in r, dicimus segmentum k r adæquari d c. Vt autem huius demonstrationis complementum absoluamus, perpendiculari lineæ r g in centro g ad rectos angulos occurrat h g, eidem æqualis. Quare si fines harum linearum designata circumferentia connectantur, erit r h segmentum quarta pars circuli, & æqualis toti k n. vtriq; est communis circumferentia r n, qua sublata relinquitur r k æqualis n h. Insuper cum duo sint eiusdem magnitudinis Quadrantes a b c, & r g h, quorum latera vnius sunt παράλληλα lateribus alterius, nimirum r g ipsi b a (Nam vtrunq; πρὸς ὀρθὰς incidit in basin a c p) & g h ipsi a c, quas recta linea secat a p, constituitur per 29 primi Elementorum angulus exterior l p h æqualis interiori & opposito d a c. Et cum g n æquidistet x λ, in quas incidit recta h g, per eandem 29 erit angulus l p h æqualis interiori n g h. Est igitur n g h æqualis d a c & circumferentia n h ipsi d c. Sed antea demonstratum est n h adæquari k r. Concludimus ergo segmentum k r exquisitè adæquari d c segmēto altitudinis. id quod demonstratione stabiliendum erat. Ac, vt euidentius tota res discentibus innotescat, tormento eundem situm occupante, instrumenti basin transferamus in axem ipsum x l, vt simul etiam descendat perpendiculum in centrum x. Iterum hic asseueramus distantiam perpendicularis, vbi circumferentiam contingit (vt hic in λ apparet) à fine partis nonagesimæ æqualem esse d c altitudini. Primum in confesso est duas λ x & r g lineas esse παράλληλας, cum ad rectos angulos productę in basin descendant. Quare per 29 primi Elementorum angulus r x l, æqualis est angulo g r x, & per eandem cum æquidistent k g & r x latera, in quę recta linea incidit r g, ęquatur angulus g r x angulo k g r. Manifestum est igitur angulum r g k æquari r x l, & circumferentiam k r circumferētiæ r λ. Quare negari non potest r λ æqualem esse d c. Atqui hoc demonstratione constituendum erat.

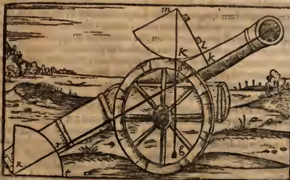
PROPOSITIO CXXI.

De duabus alijs Quadrantis collocationibus, quibus certam axis tormenti eleuationem experimur.

His subnectemus, & alios duos Quadrantē collocandi modos, quibus eandem axis tormenti eleuationem experiemur. Alterum horū expediemus adminiculo gnomonis & perpendiculi in hunc modum. Constituentes basin Quadrantis in supremæ sectionis lineam circumferentia versus terram cōuersa, attentè explorabimus, qua in parte eam secet superius latus ghomonis, quando cuspis in centrum exquisitè dirigitur alterum latus occupante perpendiculo. Hoc constituto, certum est segmentum circumferentiæ, quod inter sectionem gnomonis & basin Quadrantis intercipitur, æquale esse circumferentiæ, quæ inter axem tormenti & libellam supra quam eleuatus est, concluditur. Cæterùm, vt res ipsa euidentius intelligatur, ἀπόδειξις erit contexenda. Sit igitur axis tormenti a b g, qui supra libellam siue planiciem Horizontis a c eleuetur in Quadrante ad quantitatem circumferentiæ b c. In superioris linea sectionis k n constituatur basis Quadrantis k g, ita vt circumferentia l k a signum spectet. Sit autem gnomon h d f, cuius d h latus occupet perpendiculum d r, ac alterius d f cuspis in g centrum dirigatur, ita vt circumferentia l k secetur in f signo. His constitutis, dicimus f k segmentum adæquari b c, quæ est eleuationis axis circumferentiæ. Vt hoc euidentius demonstretur, super g centrum ad quantitatem g l designemus alterum l m n Quadrantem, ita vt coniuncti simul k l g, & g l n in eadem superficie semicirculum



miciculum absoluant. Et ex circumferentia l n demittatur per centrum g
perpendicularis m g. Cum igitur latus gnomonis d h ad perpendiculum cō-
sistat, erit alterum d f in libella, cui vlterius in g extenso occurrit perpendicu-
laris m g, vt necesse sit angulum f g m esse rectum. Quare circumferentia f m
constat absoluto circuli Quadrante. Sed & l k per hypothesin est Quadrans.
Igitur l k & m f sunt æquales. vtriq; autem est commune l f segmētum, quo
ablato, per communem sententiam necesse est segmentum f k æquale relin-
qui alteri l m. In antegressa propositione demonstratum est, l m adæquari b
c eleuationis circumferentiæ. Cum ergo per communem sententiam quæ ei-
dem sunt æqualia, etiam inter se sint æqualia, manifestum est f k adæquari b
c: id quod hic demonstrari oportebat. Eandem eleuationis circumferētiam
adhuc alia ratione constat explorari posse in hunc modum. Alterum latus in-
strumenti, cui sunt infixa pinnacidia, si ad rectos angulos imponatur superio-
ris lineę sectionis perpendiculum è centro per superficiem demissum tanto ab
eo latere segmento distabit, quanta fuerit circumferentia supra quam axis tor-
menti eleuetur, id quod euidentiore demōstratione explicandum est. Si tigi-



tur axis tormenti r z k eleuatus supra libellam ad quantitatem circumferen-
tiæ x t. Ac lineæ sectionis supremæ p l imponatur latus Quadrãtis in l ad re-
ctos angulos. Deinde perpendiculum m g ex m centro per planiciem de-

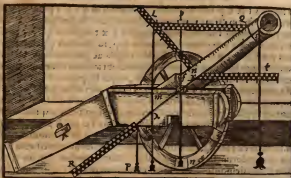
missum circumferentiam secet in k signo. Hoc cōstituto dicimus l k segmentum adæquari x t eleuationis circumferentiæ. Vt hoc demōstretur, m l latus vlterius extendatur in axem, cui occurrat in k signo. Eundem secat perpendiculum in z signo. Quoniam igitur p t & k z sunt parallelæ, erit etiam angulus m k z rectus per 29 primi Elementorum. Sed etiam angulus r g z est rectus, quia perpendiculum incidit hîc in libellam. Vterq; igitur triangulus r g z & m k z est ὀρθογώνιος. Cùm autem lineæ r k & m g secent sese in z signo certum est angulos κατὰ κορυφὴν r z g & m z k esse æquales per 15 primi Elementorum. Quare per 32 primi eorundem Elementorum tertius z r g ipsi z m k adæquatur. Cum igitur sit ęqualis (vt hîc constituimus) vterq; Quadrãs, certum est segmentum x t adæquari alteri k l. Quòd si Quadrans altér non sit ęqualis alteri, tamen vtriusq; segmentum simile constitui oportébit. Atqui hoc demonstratione stabiliendum erat.

PROPOSITIO CXXII.

Quomodo per regulam, cui annexum sit perpendiculum, multipliciter eiusdem axis tormenti eleuationem experiamur.

SEquitur nunc, vt videamus quâ ratione sine Quadrantis vsu solius regulæ, cui perpendiculum sit annexum, adminiculo, tam ex superiore quàm inferiore partè certam axis tormenti eleuationem liceat explorare. Id quod facillimè posse fieri euidenti demonstratione discentibus ante oculos cōstituemus. Vt igitur ad constitutum quemlibet angulum axis attollatur, regulam mediocriter longam in minima, quantum fieri potest, segmenta distinctè partiemur. Si hac placuerit vti inferius, videlicet prope finem tormenti ad libellam, ita vt illa constituatur in axe, in trigono rectangulo sinus maximi locum occupabit, & sinum anguli eleuationis præfixæ perpendiculum ab eius summitate in planiciem Horizontis demissum, ac basis ipsa comprehenditur recta linea, quæ est inter contactum perpendiculi, & sectionem regulę cum libella. Hinc manifestum est, vt axis supra certum angulum eleuetur, operęprecium esse, vt ratiocinando perpendiculi quantitatem colligamus per 29 primi Regiomontani. Deinde reliquum operis absoluetur si constituta in axe regula, cuius summitati iuxta collectam magnitudinem perpendiculum sit appensum, in eam altitudinem eleuetur, vt infima pars eius contingat libellam. Hunc situm axe occupante certum est ipsum eleuatum esse à libella ad quãtitatem anguli constituti. Atque hoc modo negocium expeditur in planicie Horizontis: sed triplici collocatione superius in lineis per superficiem tormenti designatis eadem regula cum perpendiculo ad eandem axis eleuationem constituendam, vel explorandam licet vti, ita vt perpendiculum tam hypotenusæ quàm catheti locum subeat, sed regula vbique baseos vicem, quę fuit in inferiori triangulo, sustineat. At hæc cum oculis subiecta facilius intelligantur, ad structuram ἐκθέσεως progrediemur. Sit igitur axis tormenti r x s eleuandus supra libellam r n ad datum angulum, quem hîc constituimus k r p. Quomodo verò hîc explorari debeat, collocata notę magnitudinis regula r k in axe, si per 29 primi Regiomontani quantum esse debeat perpendiculum huic angulo prætendendum ratiocinemur, quale hîc est k p innotescit. Cum enim k p ad rectum angulum in r n decidens, eam rationem habuerit ad r k, quam sinus anguli k r p constituti ad sinum totum, certum est axem rectè eleuatum esse. Nunc transferamus regulam r k, aut aliam ęqualem (eundem tormento situm occupante) in supremæ lineam sectionis n q, cui in n signo ad

rectos



rectos insistat angulos, ac ipsi r p basi trianguli orthogonij r p k statuatur æqualis n l: tum ab l puncto demisso perpendiculo; quod secet m q, in m signo, dicimus trianguli ὀρθογωνίου m n l m n basin æqualem effici k p catheto trianguli r p k, & l m perpendiculum ipsi r k hypotenusæ. Vt ergo hoc demonstremus, vlterius extendatur perpendicularis l m in x, vt nimirum secet axem in λ signo. Duabus igitur lineis in λ sese intersecantibus, erit per 15 primi Elementorum angulus f λ x, æqualis ipsi l λ x, cui etiam propter æquidistantiam linearum λ s & m q, item k p & λ x, quæ nobis alibi est demonstrata, per 29 primi eorundem Elementorum æquatur l m n & alteri r k p. Sed vterque l n m & r p k est rectus. Iam autem angulo l m n prætensum latus l n per hypothesin æquatur basi r p, quæ subtendit æqualem r k p angulum. Constat igitur per 26 primi Elementorum latus m n æquari k p perpendiculo, ac l m ipsi k r. Atque hinc manifestum est, si propositum sit axem ad angulum k r p, siue alium quemuis datum eleuare, facillimè negocium expediri posse, si per 29 primi Regiomontani collecta k p catheti magnitudine æqualem ipsi statuamus in m q aliam rectam, vt hîc est m n: & in regula πρὸς ὀρθὰς propè finem erecta accipiamus æqualem trianguli orthogonij basi, vt hîc est n l, quo constituto, attentè exploremus inter eleuandum, donec perpendiculum ab l summitate demissum exquisitè incidat in alterum m finem, aut sumpta in regula l n æquali r p & æquali perpendiculo l m ipsi r k regulæ constituto eleuemus tantisper machinam, donec finis m cõtingat supremam lineam q m. Eandem eleuationem constituere aut explorare adhuc alia licet ratione. Cum enim iuxta magnitudinem regulæ & anguli eleuationis constituti per 29 primi Triangulorum reliqua trigoni orthogonij latera ratiocinati fuerimus, æqualem in mediæ sectionis linea datæ constituemus hypotenusę, cuius inferiori fini regulam applicantes, quæ notatam habeat ęqualem basi magnitudinem, ac alteri nempe superiori fini perpendiculum appendentes, eleuabimus tormentum in eam altitudinem, donec ad rectos angulos ipsum perpendiculum pernotatum in regula signum transeat: tum manifestum erit angulum, quo ad se inuicem inclinant regula & mediæ sectionis linea, æqualem esse illi, quo basis eleuatur supra libellam. Sit igitur in mediæ sectionis linea x s æqualis r k hypotenusæ datæ, & ipsi r p basi notetur in regula ęqualis x t, quę applicetur ipsi x signo: tum perpendiculum ab s demissum, quod angulum s x t constituent æqualem ipsi k r p, vt per t ad rectos angulos transeat, æquale dicimus esse k p catheto. Cum enim duæ perpendi-

culares lineæ s t & k p sint ἀθέμιλαι, ac incidant in x t & r p ad rectos angulos, etiam ipsæ r p & x t sibi inuicem ęquidistant. Sed easdem secat axis s r. Quare per 29 primi Elementorum angulus s x t æquatur ipsi k r p. Cum ergo x t sit æqualis k p, etiam s t æquatur k p, id quod ad ęqualitatem angulorum s x t & k r p requiritur. Eadem regula ac perpendiculo vti licebit in superioris linea sectionis. Nam si designetur ibi æqualis datæ lineæ hypotenusæ, cuius superiori parti applicata regula, in qua sit ęqualis notata basi magnitudo, demittat perpendiculum in finem designatę rectæ, quod æquale sit catheto, angulus cui ipsum prætenditur perpendiculum æqualis erit inclinationi axis ad libellam. Sit igitur ęqualis in regula magnitudo p q basi r p & q f in tormento ipsi r k, & in perpendiculo p n pars f p ipsi k p catheto: tum ipsum p q f angulum ęqualem esse dicimus ipsi k r p inclinationi axis ad libellam. Id enim ex 5 sexti Elementorum satis euidenter innotescit, cum singula vnius triangulorum latera sint ęqualia vicissim lateribus alterius trigoni. Cęterùm & alia demonstratione idem confirmari potest. Cum enim, vt alibi constituimus, ἀθέμιλαι sint t s & f q lineę, & perpendiculum secet axem in t, erit angulus p f q ęqualis p t s, cui ęquatur per 15 primi Elementorum r t n, & eidem r k p. Cum igitur duo latera p f & q f sint ęqualia duobus r k & k p lateribus, & illa complectantur angulum p f q æqualem ipsi r k p, certum est per 7 primi Element. reliquos angulos sub quibus ęqualia latera subtēduntur sibi inuicem ęquari. Angulus igitur p q f ęqualis est ipsi k r p. Atq; hac ratione eandem axis supra libellam experimur eleuationem. Sed altera cum regula nimirum ad rectos angulos designatę q m rectę infigitur, in hunc vsum commodior fuerit.

PROPOSITIO CXXIII.

In quantam altitudinem supra basin eleuandum sit tormentum, ut sphæra in locum præfixum per κάθετον descendat.

CVm igitur sint explicatæ rationes eleuationum ac inuentiones omnium linearum orthogonij trianguli, in cuius fundamēto ferè totum artificium rectè eiaculandi sphæras tormentarias consistit: sequitur nunc, vt ad principalem rationem πράξεως deinceps progrediamur. Et cum duo tantùm sint eiaculationum modi, nimirum vt sphæra in præfixum locum, aut per κάθετον descendat, aut per ὑποτείνουσαν in eundem excutiatur, de priori modo primò tractationem instituemus. Quādo igitur ὑποτείνουσα tormēti ex aliquot obseruationibus tam exquisitè quàm fieri possit, inuenta fuerit, diligenter opera danda, vt tormentum quàm proximè ad præfixum locum admoueatur. Hoc cōstituto, per diligentes obseruationes præfixi loci altitudinem, & eiusdem à tormento dimetiaris interuallum. id qua ratione fiat ex antegressis propositionibus deprehendes. Ex his duabus lineis inuentis, vel per tabulam Gnomonicam Peurbachij, vel tabulam sinuum, sicut alibi explicauimus, quantitatem anguli, quem subtendit linea altitudinis præfixi loci, supputabis. Eadem ratione ex hypotenusa tormenti, & eiusdem à loco distantia earundem linearum inclinationis angulum deprehendes, quem si videris maiorem angulo prius inuento, certum habebis indicium, negocium expediri posse, sin minus, aut tormentum erit propius admouendum, aut si hoc commodè fieri non possit, per hypotenusam oportebit rem tētare, aut à labore omnino desistere. Idem etiam faciliùs percipies, si tantùm ex altitudine loci & distātia per quadragesimamseptimam primi Elementorum lineam rectum angulum subtendentem inueneris, &

ris, & eandem cum hypotenusa tormenti contuleris. Si enim hæc maior fuerit illa, etiam certò constabit rem eo modo absolui posse, sin minus aliam viam ingrediemur. Constat igitur ex his rationibus, quomodo experiamur an finem propositum consequi posimus. Nisi enim hoc certò præuiderimus, sæpenumero frustra laborem consumemus. Cæterùm quærat aliquis, si in prima distantia rem fieri non posse perspexerimus, quàm propè sit accedendum, vt locum conuenientem inueniamus: respondemus hic ex omnibus illis interuallis scopum attingi posse, in quibus anguli inclinationis tormenti excesserint angulos oblatæ loci altitudini respondentes, id quod ex hypotenusis recti anguli colligemus, sicut antea præscriptum est, ita vt proximiora semper occupemus interualla. Quòd si curiosè volueris inquirere remotissimum locum operi conuenientem, inuentæ loci præfixi altitudini aliquot partes adijcies, ex qua summa deinceps & hypotenusa tormenti per 3 huius tractationis propositionem distantiam deprehendes. Iam verò si constituerimus exploratum nobis esse locum, in quo superet hypotenusa tormenti lineam subtendentem rectum angulum, quem ambiunt altitudo loci & distantia, considerādum erit, quomodo sit exquisitè tormentum à basi eleuandum, aut à perpendiculari versus terram inflectendum. Indicauimus antea qua ratione ex sinuum tabulis sit inueniendus angulus inclinationis hypotenusæ tormenti & distantiæ à loco præfixo. Numerabis igitur huius anguli circumferentiam in Quadrante ad quam ita dispones tormentum, vt ipsius axis, siue linea, quæ per centrum sphęrę & tormenti pertransit eam exquisitè occupet altitudinem, cuius rei modos & rationes multiplices indicauimus in præmissis propositionibus. Deinde opus est, vt eadem in tormento linea quantum fieri posit exquisitè consistat in eadem plana superficie cum loco præfixo, id quod sola visus ob eruatione facillime consequemur. Ex sequenti schemate tota res euidentior erit.



Constituamus igitur sphæram è tormento excutiendam, vt ex altiori loco delabatur in locum n, ex quo deducatur in subiectum planum κάθετος n o, distantia tormenti ab eo loco sit c o, hypotenusam c l notam cōstituimus. Primò inueniamus ex lineis n o & c o per obseruationem notis, ipsam c n, quæ subtendit rectum angulum c o n per penultimam primi Elementorum.

Dicimus igitur necessarium esse, si ex c loco sphæra sit eijcienda, vt ex præcipitio in n delabatur, vt c l sit maior, quàm c n, & vt angulus l c o sit maior angulo n c o. Cum enim duo sint trigoni rectanguli c o l & c o n, quibus est communis basis c o, & l o κάθετος maior sit ipso n o, erit etiam quadratum l o maius quadrato n o. sed duo quadrata c o & l o per penultimam primi Elementorum adæquãtur quadrato c l, & per eandem quadrata c o & n o sunt æqualia quadrato c n, & hæc duo sunt minora illis. Ergo & quadratum n c minus est ipsius l c quadrato. Et per cõsequens l c linea maior n o. Idem etiam simplicius demonstratur per 21 primi Elemẽtorum. Nam per hanc duo latera c n & n o minora sunt duobus c l & l o, & angulus c n o maior est angulo c l o. Quare cum duo acuti anguli in ὀξυγωνίῳ triangulo constituant rectum, necessariò sequitur angulum l c o maiorem esse altero n c o. Manifestum est igitur si tormentum sphæram tantùm excuteret in d, cum c d sit minor ex hypothesi c n propius machinam admouendam. Nam aliàs sphæra non deferretur in locum constitutum, sed in subiectam superficiem delaberetur in signum r. At fingamus tormenti vim tantum posse pertingere in d, & quærendus sit proximus locus in c o plana superficie, ex quo vis machinæ posit globum extorquere in κάθετον l o. Assumamus punctum aliquod in l o paulò supra n quod sit in m signo, ex quo ducamus rectam m p in subiectum planum, quæ sit æqualis c d, incidat autem in punctum p, erit igitur inuenienda distantia p o. In trigono rectangulo p m o nota sunt duo latera p m ex hypothesi & m o ex obseruatione. basis igitur o p per 26 primi Regiomontani non latebit. Quare si machina proueheretur in p sphęra κάθετον attingeret in m. His intellectis videamus quomodo per exemplum res explicari debeat. Constituamus igitur totam vim tormenti posse deferre globum per c l, quæ sit 1000 passuum, distantia verò c o sit 600, altitudo n o 100. Quæritur hic primum, an vis tormenti posit extorquere globum aut ignem eousque, vt in aliqua parte contingat l n cathetum. Primum multiplico c l quadrate, hinc consurgit 1000000, deinde quadratum 600 est 360000, quo sublato ex priori, remanet quadratum catheti 640000, cuius radix est 800 passuum, quæ cum 100 exuperet, non est de euentu dubitandum. Constat igitur in hac constitutione sphæram ex aere delabi per 700 ferè passuum interuallum, donec attingat punctum n. Iam verò superest, vt inuestigemus quantitatem circumferentiæ f r in quadrante ad quam debet eleuari media tormenti linea c f, id quod facillimè expediemus per sinuum tabulas. Ex lineis l c & c o inquiritur angulus c l o in hunc modum. in primo loco statuitur l c, id est 1000, deinde 600, tertiò sinus totus. 100000. Iam ex multiplicatione secundi in tertiũ consurgit 60000000, qui numerus in primum distributus, restituit 60000 sinum. Huius circumferentia ex tabulis inuenitur 36 part. 52 scrup. cuius complementum est 53 part. 8 scrupul. tanta est circumferentia f r, quæ erat inuenienda. Iterum statuamus vim tormenti minorem esse, qualis est c d linea, cui assignemus 500 passus, si nunc eadem maneat distantia c o: tum manifestum est sphæram in terram esse delapsuram, nec ad optatum scopum peruenturam, ad quancunque altitudinem machina eleuetur, si hîc relinquatur eadem eleuationis circumferentia sphæra decidet in k signum, & cum angulus c d K sit 36 part. 52 scrupul. erit c K distantia ferè 300 passuum. Verùm inquiramus nunc signum p, hoc est, quantum esset antrorsum prouehenda machina, vt tamen incidat sphæra in aliquam catheti partem, videlicet in m & statuamus m 20 passuum. Constat igitur m o passibus 120, cuius quadratum 14400 sublatum ex quadrato 250000, restituit 235600, ex quo numero subtracta radix quadrata constat ferè 485 passibus, quibus ex 600 sublatis, restant 115

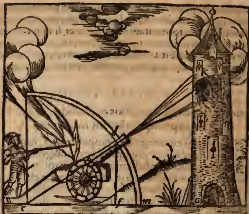
passus,

passus, qui metiuntur lineam c p. Tantum igitur spacij proueheretur machina, vt sphæra in m signum incideret. Quòd si iterum quæsiueris ad quantam circumferentiæ altitudinem tormentum attolli deberet, si in p collocaretur, ordinatis in hunc modum numeris, vt sequitur, 500, 120, 100000 si multiplices secundum in tertium prodibit 12000000, quem numerum si diuidas in primum emerget tibi sinus 24000, cuius circumferentia est 13 partium 53 minut. quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CXXIIII.

Qua ratione sphæræ sint è tormentis emittendæ, ut per hypotenusam in præfixum locum incurrant.

QVi rectè assecutus est antegressam propositionem, hanc etiam facillimè intelliget. Hæc autem vtriusq; differentia diligenter nobis est consideranda, quòd illic potissimum habeamus rationem totius hypotenusæ, videlicet, vt summam ipsius altitudinem in aere ad singulas eleuationes aut inclinationes tormenti, quam sphæra metitur usq; ad subiectum locum animaduertamus: Hîc verò non tam finem hypotenusæ, aut catheti magnitudinem, quàm violentiorem sphæræ impetum in hypotenusæ decursu obseruemus, cùm solus hîc finis sit propositus, vt arces in præfixis locis constitutæ quãtum fieri possit, maximè disijciantur. Quamobrem hîc diligẽter inuigilandum est, vt tormenta propius locis admoueantur, ne in decursu sphęrę prope finem hypotenusæ, vbi motus est multò languidior, in pręfixum scopum incurrentes, eundem leuius concutiant. In huius negocij consideratione, quemadmodum in reliquis omnibus, duæ tantùm res non oscitanter nobis sunt perpendendę, scilicet an finem propositum possimus consequi, & quibus rationibus. Primum igitur perspiciendum est per exquisitas dimensiones, an ea linea, quam ex constituto loco vsq; in pręfixum scopum sphæra percursura sit, magnitudine hypotenusam tormenti excedat, an ab eadem superetur. Nisi enim hoc constiterit, subinde futurum est, vt laborem & sumptum frustra consumas. Hanc lineam facillimè inuenies ex 47 primi Elementorum, si modò fuerint antegressæ dimensiones altitudinis pręfixi scopi supra locum tormenti & eiusdem basis à tormento distantiæ. Nam ex summa quadratorum quæ ex his lineis separatim in sese multiplicatis cõsurgunt, extracta radix 1. ℞. inquisitam magnitudinem producit, si hęc minor fuerit hypotenusa tormenti securè licebit rem expedire. Superest nunc, vt persequamur inuentionem anguli inclinationis tormenti in Quadrante, vt pręfixum scopum exquisitè emissa sphęra contingat. cum inueneris altitudinem scopi, & eiusdem basis à tormento distantiam, totum negocium ex sinuũ tabulis absolues. Nam quæ fuerit ratio lineæ, quam sphęra percurret ad altitudinem scopi eadem erit sinus maximi ad sinum eius circumferentiæ, supra quam tormentum eleuari debet. Quare si multiplicaueris sinum totum in altitudinem inuentam, & productum numerum partitus fueris in prędictam itineris lineam, exurget sinus anguli inclinationis tormenti & basis. Itaq; nihil restat, nisi vt hypotenusa tormenti exquisitissimè colloceтur in eadem plana superficie cum pręfixo scopo. Vt autem hanc tractationem discentes intelligant facilius, non pigebit eam figura & exemplo illustrare. Constituamus igitur in planæ superficiei c g loco c tormentum aliquod in tantam quidem altitudinem à basi eleuandum esse, vt sphęram extorqueat in k scopum. Ex hypotesi nihil hîc deprehendimus notum præter solam hypotenusam, sed ex dimensionibus primùm inueniuntur lineæ k g, quæ est altitudinis scopi, & c g eiusdem basis à tormento distantiæ. Vtraq; harum



multiplicetur in seie, id eit quadrate: tum ex summa productorum per 47 primi Elementorum conflatur quadratum lineæ rectum angulum c g k subtendentis c k, ex quo radix educta ipsam c k lineam patefacit, quæ si minor fuerit explorata hypotenusa, certum est negocium expediri posse. His constitutis superest, vt procedamus ad inuentionem circumferentiæ d m, ad cuius altitudinem axis tormenti c d attolli debet. Cum d f sit perpendicularis ipsi c g, quod in principio demonstrauimus, per 4 sexti Elementorum est eadem ratio c k ad k g, quæ est c d ad d f, quæ linea est sinus rectus propositam circumferentiam subtendens. Ex his tres sunt notæ, nimirum c d, c k & k g. Quarta igitur d f per regulam proportionis innotescet, per quam ex tabulis & ipsa circumferenia d m inuenietur. Exemplum huius rei, tale proponimus. Tormenti hypotenusa sit passuum 900, g k altitudo 100 & c g distantia 300. Quadratum g k est 10000 & c g 90000, ex quibus collectis consurgit quadratum c k 100000, ex quo radix 1. ℞. extrahitur 316. Quare manifestum est sphæram ex loco c violentissimo impetu in k scopum incursuram, si ad iustam circumferentiam in Quadrante tormentum fuerit eleuatum. Ad illius inuentionem progrediemur in hunc modum. In primo loco statuatur c k linea, quæ inuenta nobis est 316, secundo k g nimirum 100, vltimò sinus maximus 100000, iam ex multiplicatione secundi in tertiũ fit 10000000, qui numerus in primum distributus, restituit 31645 sinum, cuius arcus ex tabulis inuenitur 18 part. 27 scrupul. Tantus erit igitur angulus inclinationis tormenti & basis. Sed hunc quoq; per radium visiuum non difficulter explorant artifices. Memineris hic etiam nos altitudinis basin g & locum c exquisitè in libella constituisse: sed in alijs sitibus locorum, quomodo eundem scopum attingamus, alibi explicatum est.

PROPOSITIO CXXV.

Qua ratione, quæ in antegressis propositionibus numerorum adminiculo sunt inuenta, solo perpendiculo in Quadrante absoluantur.

IN antegressis propositionibus, quomodo artificium sphæras tormentarias eiaculandi simplicissimè ex veris & immotis Geometriæ fundamentis sit extructum,

extructum, ita tamen, vt numerorum adminiculo singulorum ὀρθογωνίου τριγώνου laterum quantitates colligantur, explica[...]mus: verùm hac ratione tantùm illis cõsultum esse video, qui harum arti[...]lementa mediocriter assecuti sunt. Quare simpliciorem hic viam aperi[...]s, qua expeditius & citra omnẽ vsum calculi perpendiculi officio omni[...]bis propositi trianguli linearum magnitudines inueniantur. Atq; h[...]n primò ad inquisitionem hypotenusæ progrediemur. Quam ve[...]us tormenti & Quadrantis collocationem præscripsimus, hic firm[...]motam retinebimus. Sit igitur axis tormenti a d eleuatus ad circumferentiam d g, & sphæra delapsa inueniatur in l signo (vt a k sit hypotenusa) cuius à Quadrantis centro distantia l a, trianguli nimirum a k l, basis per dimensionem terrestrem facillimè innotescit. Nunc ab a cẽtro versus g in basi a g dinumeres tot partes ęquales, quot passibus siue mensuris totam a l constare deprehendisti. Ad finem harum partium demittas perpendiculum, ita vt axem tormenti a d secet in b signo. His ita constitutis, per 2 sexti Elementorum, constabit quomodo reliqua trianguli a l k latera a k & k l inueniãtur. Ea verò Græcè sic habet: ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Cum igitur vtraq; linearum b c & k l ad rectos angulos in subiectam basin a l incidant, sunt παράλληλοι per 28 primi Elementorum. Ergo per præmissam trianguli a l k cùm latera sint proportionaliter secta per b c lineam proportionis omnium linearum inter se patefiunt. Iam verò trianguli a b c omnia latera innotescunt, si a b & b c in subiectam basin expanso circino transtuleris. Nam quot partibus ipsius a g adæquentur manifestum erit. Cum igitur notæ sint proportiones omnium laterum trigoni a b c ad omnia latera trigoni a l k, & data sit basis a l per 6 primi Regiomontani reliqua latera a k & k l cognoscentur. Qualium igitur partium a c esset 600, talium a b esset 800, & b c 529, quod exemplum antea cõstituimus. Iam nunc statuamus ex inuenta hypotenusa a k & basi a l axem tormenti eleuandum esse, vt per cathetum in l signum sphæra decidat. Hic ab a centro in basi a g numerabis partes distantiæ à loco præfixo & in a d semidiametro partes hypotenusæ tormenti,

quam cõſtat in eum ſitum diſponendam eſſe, vt ex b fine perpendiculum ſuſpenſum, in finem partium, quæ inuer*æ diſtantiæ in baſi reſpondent, exactè deſcendat. Nam tum ſemidiameter* *tremitate d circumferentiã, ad quam axis tormenti ſit eleuandus, extemplo *cabit.

PROPOSIT* *XXVI.

Quomodo ſine Quadrante tant* *ctio regulę & perpendiculi, ea, quæ ſunt hactenus * *ta, inueniantur.

DEmonſtrabimus nunc etiam ex con* *one trigoni rectanguli ad omnem tormẽtorum vſum & certas eorundem collocationes Quadrantem neceſſariò non requiri, ſed huic negocio regulam oblongam & exquiſitam, cui perpendiculum ſit annexum abundè ſatisfacere. Et certè minori labore & difficultate per hanc rationem totam rem licet expedire. Nec minor eſt huius rei certitudo, cum ex iiſdem fundamentis extruantur omnia. Regulam igitur longam trium aut quatuor cubitorum in æquales ſectiones, quotcunque volueris, diſtribuas, cui ex altera parte perpendiculum appendas. Conſtituamus ergo primùm huius regulæ adminiculo colligendam eſſe tormenti hypotenuſam, id quod efficiemus hoc modo. Ad quamcunque altitudinem volueris à baſi regula cum axe tormenti ſimul eleuetur, & in eo ſitu expulſa ſphæra, diligenter locum in quem primum deuoluta fuerit inueſtiges, vt ipſius à tormento diſtantiam inde colligas. Tum regula in eodem ſitu permanente, ex ea tot æquales portiones circino excipies, quot paſsibus aut pedibus diſtantiam tormenti à loco delapſæ ſphæræ conſtare deprehenderis. Has ſectiones aut partes à centro, id eſt eo puncto, vbi regula terræ innititur, in ſubiecta baſi verſus perpendiculum dinumerabis. Quo facto, in finem partium idem perpendiculum traduces, & notata huius & regulæ mutua interſectione, inquiſitam tormenti hypotenuſam inuentam eſſe pronuntiabis. Quomodo verò ex conſtitutione regulæ in ſuperiore parte tormenti idem opus perficiatur, qui antegreſſas propoſitiones rectè intellexerit non difficulter ratiocinabitur. Ex ſubiecto ſchemate res euidentius innoteſcet. Ad altitudinem perpendiculi d f, eleuetur axis tormenti a f, deinde expulſa ſphæra per hypotenuſam a g deuoluatur in h ſignum, cuius ab axe diſtantia h a per dimenſiones in terra facillimè innoteſcit, a b f regula in certas ſectiones diſtribuatur. His conſtitutis tripliciter inuenies quantitates laterum a g & g h. Nam ſi totã a h per certas partes dimenſus fueris, circino excipies in regula a b tot æquales ſectiones, quot his partibus reſpõdeant, quas ab a cẽtro verſus d dinumerabis. Incidat aũt finis harum ſectionum in c ſignum, à quo



erigatur

erigatur perpendiculum c b, ita vt regulam in b puncto intersecet. Hinc cō-surgit trigonus rectangulus a b c, cuius b c latus catheto g h ęquidistat, cum vtraq; linearū b c & g h in subiectam basin a h ad rectos angulos decidant. Constat igitur per processum 2 sexti Elementorum triangulorum a b c & a g h latera esse proportionalia. Nam cum sit eadem ratio g b ad b a, quæ est h c ad c a, erit etiam coniunctim eadem ratio g a ad a b, quæ est h a ad a c. Etiam trigoni a b c omnia latera sunt nota: nam b c facilè innotescit, si a b lateri admoueatur. Hinc constat ratio basis a h ad a g, quarum hæc per certam mensuram est deprehensa. Quare hic iterum concludimus eod em modo, quo superius per 6 primi Regiomontani a g hypotenusam & g h cathetum latere non posse. Quemadmodum igitur numerus c a sectionum ęquatur numero partium a h, ita etiam a b adæquabitur a g, & b c, g h. Easdem etiam a g & g h magnitudines inuenies, si ad lineam distribueris in tot æquales portiones, quot ex dimensione ipsius a h collectæ fuerint. Nam si a d basin trianguli a f d admoueas hypotenusę f a statim vtriusq; differentia apparebit, quam circino exceptam vicissim basi applices. Quot partibus æqualibus hæc adęquetur, etiam manifestè conspicietur. Igitur ex basis a d & prædictæ differentiæ summa consurget tota f h hypotenusa, cuius partium numerus a g quantitatē aperiet. Nec dissimili ratione perpendicularis h g inuenietur. Poteris easdem lineas adhuc tertia ratione deprehendere. Cum trianguli f a d hypotenusa ex sectionibus per hypothesin sit nota, ex mutua applicatione laterum a d basis & f d perpendicularis innotescent. Et cum per dimensionem in terra inueniatur latus a h & triangula f a d & g h a ex proportionalibus inter se cōstructa sint lineis, per regulam proportionis a g & g h latera cognoscentur. Multiplices igitur numerum a h in a f & productum distribuas in a d: hinc tibi a g hypotenusa prodibit. Eodem modo ducas a h in f d & productum diuidas in a d. hinc tibi cathetus g h innotescet. Sed iam constitutum sit ex cognitione hypotenusæ & distantiæ in quantam altitudinem axis tormenti sit eleuandus à basi, inuestigare. Simplicissimè hic rem expedies, si in regula a b f & basi a c d ab a centro numeraueris tot sectiones, quot numero partium hypotenusæ & basis exquisitè respondeant. Quo facto, in finem partiū basis, qui hic vobis est in c constitutus, dimittas perpendiculum, & regulam attollas eousq;, vbi videris finem sectionum, quæ numero partium hypotenusæ respondent, exquisitè lineam perpendiculi attingere. Cæterùm hæc cum sint ex eisdem elementis conflata, ex quibus superiora, obiter ita perstrinxisse satis est, nunc iterum quadrantis vsum aggrediamur.

PROPOSITIO CXXVII.

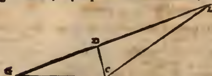
Si castrum aliquod in monte constructum ex inferiore loco per κάθετον vel ὑποτείνουσαν tormentis diruendum sit, qua ratione negocium expediri debeat, sequitur.

EXplicauimus hucusq; ferè totum fundamentum, cui sphæras tormentarias eiaculandi artificium innititur, sed quæ nunc deinceps persequemur, ad rationem dimensionis multiplicium linearum pertinent, quæ distantias, altitudines, aut bases comprehendunt, pro varia locorum constitutione, quæ sæpenumero occurrunt. Ac primùm hic constituamus arcem aliquam in monte constructam ex inferiore loco tormentis expugnandam, id quod rarius quidem fit per κάθετον, sæpius verò & commodius per ὑποτείνουσαν. Sed cum ad inuentionem hypotenusæ opus sit cognitione καθέτου καὶ βάσεως, qui hic magna ex parte sub terra concurrunt, & ex horum περάτων,

[illegible] τριγώνου conflatur, inuestigabimus rationem, qua possimus has lineas dimetiri, aut his prætermissis per alium triangulum idem operis expediemus. Sit igitur constitutum ex g loco sphæras eiaculari in l scopum, ex quo per montem deducatur perpendicularis l m. Ad hanc extendatur basis g m, ita vt ad rectum angulum vtraque concurrat, harum linearum magnitu-



dines inueniendę sunt ex g & circũferentia eleuationis tormenti h k, est enim triangulum g l m rectangulum. Vt igitur inuenias l m & g m lineas, primò statuatur instrumentum in c signo, & mobilis regula eleuetur in tantam altitudinem, vt per pinnacidia cõspiciatur l scopus, quam hîc metiatur f d circumferentia. Ex hoc loco retrocedas in g, vt tamen ab exquisita basi g m nihil deflectas, & iterum sublata regula per pinnacidia l scopum obserues, cuius obseruationis altitudinem h k circumferentia designet. His ita constitutis, ex prima obseruatione constat inuentum esse angulum l c m, qui sublatus de semicirculo, restituit angulum g c l. Et ex secundæ obseruationis circumferentia k h innotescit angulus l g c, siue l g m, qui idem est. Deinde g l c trigoni per dimensionem in terra constat g c latus, quod comprehenditur locorum differentia primæ & secundæ obseruationis. Tandem igitur concludimus, cum triangulus l g c tres angulos habeat notos cum latere g c per 52 primi Regiomontani, aut per quartam secundi eiusdem, reliqua latera g l & l c inueniri posse.



Exempli gratia trianguli g l c, g c basis constet 600 passibus, & primæ obseruationis circumferentia d f sit 80 partes, quibus ex semicirculo ablatis, restat angulus g c l 100 part. secundæ obseruationis circumferentia h k sit 30 part. quæ prętenditur angulo l g c. Erit igitur tertius angulus g l c 50 part. Iam nunc omnibus trigoni g l c notis angulis, ad inquisitionẽ lateris g l procedamus primo per 52 primi Regiomontani in hunc modum. Igitur ex angulo g c l in oppositum latus g l ducatur perpendicularis d c, quæ per trigesimamprimam

prim

primi Regiomõtani, cadit hîc intra trigonum. Et cum angulus d g c ſit 30 partium, cuius ſinus 50000 erit alter acutus g c d 60 part. & ſinus rectus 86602. Ad inuentionem lateris g d conſtituentur numeri in hunc ordinem 100000, 186602, 1600, & abſoluta operatione emerget g d 519 $\frac{61200}{100000}$. Iterum vt inueniatur perpendicularis d c, ſtatuentur numeri hoc modo 100000|50000|600. Poſt abſolutam operationem exorietur latus d c 300. His inuentis progredieris ad inuentionem lateris d l trigoni d l c. Sinus anguli d l c eſt 76604. Quare numeri ordinabuntur hoc modo, cum alter acutorum d c l ſit 40 part. 76604|64278|300, & operatione perfecta, inuenietur d l latus 251 $\frac{55796}{100000}$. Quare ex ſumma coniunctarum g d & d l conſtabit tota g l linea 771 & aliquot fragmentis. Eandem g l inueniemus iterum per primam ſecundi Regiomontani in hunc modum. Cum angulus g c l conſtet 100 part. erit ſinus 98480. Quare numeri collocentur hoc ordine 76604|98480|600, & operatione ad finem perducta totum g l latus emerget 771 $\frac{26316}{76604}$. Cum autem trigonorum ὀρθογωνίων c l m & g k m innoteſcant latera c l & g l vnà cum angulis l c m & l g m per 29 primi Regiomontani ratiocinari licet cathetum l m cum baſibus c m & g m, quibus inuentis, facillimum fuerit ex collatione hypotenuſæ cuiuslibet tormenti & eius itineris, quòd ſphæræ percurrent (in quacunque parte ipſius g m machina conſtituatur) ſiue per rectam lineam in præfixum ſcopum, ſiue per cathetum in eundem, quomodo res expediri debeat. Nam ad quamlibet diſtantiam tormenti ab m loco per vigeſimam ſextam primi Regiomontani totius itineris magnitudinem ratiocinabimur. ſi id vis tormenti poſſit emetiri citra iacturam ſumptus ac laboris, rei periculum facere licebit.

PROPOSITIO CXXVIII.

Si tormenta in montibus conſtituantur, qua ratione ſphæras in urbem, aut quemuis inferiorem locum eiaculari liceat.

NVnc quoties artifices ex montibus ſphæras eiaculantur in præfixa loca, quomodo rem ipſam expediant, hoc loci conſiderandum eſt. Interdum hic contingit, vt ſcopi in arcibus aut turribus præfixi in eadem conſiſtant altitudine cum loco tormenti, in quo ſitu ſphæra per libellam decurrit, ſiue lineam Horizontis plano æquidiſtantem. Huius igitur opus erit exacta dimenſione, vt certò conſtet, vtrum hęc tormenti hypotenuſam excedat, an non: hoc negocij ſine omni difficultate expedies, etiam ſi in inferiorem planiciem non deſcenderis in hunc modum. Ex commodiſsimo vbi tormentum ſtatueretur, loco præfixum ſcopum & aliud quoddam ſignum in montis ſuperficie collocatum per quadrantem intuearis, quorum diſtantię angulum diligenter obſerues. Dehinc progrediaris in illum locum, vbi ſignum conſtitutum apparet, in quo ſimpliciter eandem obſeruationem repetas, ita tamen, vt præfixum ſcopum & primæ ſtationis locum per inſtrumentum inſpicias, & angulum diſtantiæ, ſiue poſitionis (vt vocant) etiam notes. Habes hîc iam triangulum, qualecunque ſit non refert, cuius duo anguli per obſeruationes ſunt noti, & vnum ex lateribus cõmodiſsimè per dimenſionem in terra deprehendi poteſt. Quare per quartam ſecundi Regiomontani reliquorum laterum magnitudines facilè inueniri poſſe cõcludimus. Ex ſequenti figura euidentius ipſa res intelligetur. Sint igitur conſtituti quatuor ſcopi a b c d, qui ex locis f k g tormentis ſunt infeſtandi. Ad hoc in primis opus eſt dimenſione linearũ f a, f b, f c, f d, & reliquarum ſimiliter, quæ ex g & k locis in eoſdem ſcopos deducuntur, quam



abſolues hoc modo, Ex f loco per inſtrumẽtum aſpicias a,b,c,d,& ſignum aliquod in g conſtitutum. Hinc anguli diſtantiarum d f g,& c f g &c. omnes innoteſcunt. Iterum ex g loco eodem modo, quo antè, intuearis d, c, b, a,& primæ ſtationis f locum. Hinc etiam anguli diſtantiarum d g f, a g f & reliqui ſtatim inueniuntur. Multos hîc iam trigonos conſtitutos habes, quibus omnibus eſt communis baſis f g linea, ſed qua ratione ſit hęc metienda, non eſt cur ego hîc admoneam. Omnium autem horum triangulorũ anguli ſunt noti, vt, exempli gratia, trianguli f d g, duo anguli d f g,& f g d per obſeruationes ſunt inuenti, qui ex ſemicirculo ablati, tertium f d g notum relinquunt: & baſis ipſa f g nota conſtituitur. Reliqua igitur latera f d & d g latêre non poſſunt. De reliquis omnibus idem eſto iudicium. Supereſt nunc, vt ex collatione videas, an vis tormenti has lineas exequi poſsit: ne fruſtra rem & laborẽ conſumas. Conſtat igitur ratio, qua ſphæras eiaculentur artifices, vt in præfixos ſcopos per libellam, aut altiora itinera incurrant.

PROPOSITIO CXXIX.

Qua ratione tormento in monte collocato, piceæ ſphæræ, ſiue ignis extorqueri debeant, ut per cathetum in inferiora loca deuoluantur.

Antegreſſa propoſitio huic maximè inſeruit, vt ex mõtibus ignem aut piceas ſphæras ita in altum extorqueas, vt ex præcipitio in inferiora loca, quæcunq; fuerint præfixa, deuoluantur. Nam inuẽta linea diſtantiæ, & cognita tormenti hypotenuſa, quantus eſſe debeat angulus eleuationis ex præmiſſis facilè perſpicies. Sed exemplo hanc rem manifeſtius explicemus. In f turrim conſtitutum ſit emittere ſphæram piceam, vt ex præcipitio b in ipſam delabatur, hîc conſiſtente in a tormento, ex præcedente propoſitione inuenienda eſt a f diſtantia. Quare eam notam eſſe hîc conſtituimus, vnà cum hypotenuſa tormenti a b ex hypoteſi. Et cum angulus a f b ſit rectus, facilè circumferentiam eleuationis d c deprehendes.

PROP

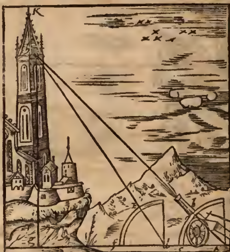


PROPOSITIO CXXX.

Quomodo ſphæræ ex caſtris in ædificia intra urbis mœnia conſtituta ſint eiaculandæ.

HIs conſtitutis, ſequitur vt expediamus quomodo ſphæræ tormẽtariȩ ſint extorquendæ, vt in præfixa vrbis loca deferantur, quæ tamen intra mœnia conſtituantur. Cum autem hîc ſit manifeſtum diſtantiam tormenti à loco præſcripti catheti per terram nullam dimenſionem admittere, alia via & ratione rem eandem aggrediemur: idq; adminiculo quartæ propoſitionis ſecundi Regiomontani in hunc modum. Quando tormentum eo loci collocaueris, ex quo proximè & commodiſsimè ſphæras eiaculari poſsis, aſſumpto inſtrumento angulum altitudinis præfixi ſcopi diligenter obſeruabis. Dehinc retroce des ad certum loci interuallum, ita tamen, vt à primæ obſeruationis recta linea in neutram partem deflectas, & iterum circumferentiã, quæ κάθετος prȩfixi loci obtenditur, dimetiaris: tum interuallo vtriuſq; obſeruationis locorũ per exquiſitas dimenſiones explorato, dicimus totius itineris lineã, quam ſphȩra decurret, per quartam ſecundi Triãgulorum inueniri poſſe. Id qua ratione fiat ex ſequentis ſchematis demonſtratione manifeſtius innoteſcet. Sit igitur conſtitutum in prȩfixum h ſcopum ſphȩras eiaculari ex d loco, vt in eundem per hypotenuſam d h incurrat. Manifeſtum eſt hîc ſi acceſſus daretur ad g infimum catheti h g locum facillimè ipſam d h inueniri poſſe. Sed cum in terra d g dimenſionem non admittat, primùm ex d ſigno obſeruatur inſtrumento h locus, ex qua obſeruatione innoteſcit e f circumferentia eleuationis tormenti. Deinceps ex d retrorſum inſtituitur proceſſus in a locum: ita vt a d linea coeat in eandem rectam cum d g, ex quo iterum h ſignum conſpicitur, ſub angulo h a g. Iam nunc conſtitutum habemus triangulum h a d, cuius a d baſis per dimenſionem in terra ſine omni negocio deprehenditur, quæ duos angulos ſuſtinet, quorum d a h ex ſecunda obſeruatione inuenitur, ſed alter a d h, cum fuerit h d g angulus ex ſemicirculo ſublatus, reſtituitur. Quare tertius angulus a h d extemplo notus emergit. Supereſt nunc, vt per quartã ſecundi

Regiomontani ipsa d h hypotenusa inuestigetur in hunc modum. Cum sinus rectus anguli a h d ad basin a d eandem rationem conseruet, quam sinus anguli h a d ad lineam ipsum respicientem d h, ex regula proportionis totum negocium absoluetur. Multiplicetur ergo sinus anguli d a h in a d lineam, & productum distribuatur in sinum anguli a h d. Hinc tibi tota d h hypote-



nusa cognita prodibit, quæ si minor fuerit vi tormenti totam rem facillimè licet expedire. Neq; hic opus est inuentione perpendicularis h g, aut baseos d g, cum altitudinis arcus f e ex prima obseruatione innotuerit. Sed iam fingamus occasionem postulare, vt sphæra picea, siue ignis eiaculandus sit in altum, vt per κάθετον in h locum deuoluatur. Hic requiretur nota magnitudo d g βάσεως, quam vigesimamnonam primi Regiomontani subministrabit. Nam trigoni rectanguli h d g, per obseruationem cognoscitur alter acutorum angulorum, vnà cum hypotenusa recti anguli d h, quæ semper minor esse debet ipsius vi tormenti, antea per hypothesin cognita. Tandem 27 primi Triangulorum circumferentiam eleuationis tormenti, quæ necessariò (sicut anteà demonstrauimus) in hoc situ maior est ipsa f e, in lucem producet. Hic scire licet eãdem ferè demõstrationem esse huius propositionis & illius, in qua rationem oppugnandi arces in montibus constructas tradidimus, sed crassiore Minerua hæc explicare volui: vt cõmodius etiam discentibus inseruirem.

PROPOSITIO CXXXI.

Quomodo intempesta nocte tormenta sint collocanda, ut in quoscunq; scopos præfixos eadem commoditate, qua in medio die, exquisitè sphæras eiaculentur.

NOn est exigua cõmoditas, quòd eadem facilitate & certitudine in densissimis noctis tenebris quęlibet pręfixa urbis loca sphæris tormentarijs liceat expugnare, qua in media & clarissima diei luce. Ac sanè minimo negocio, si attentius tecũ expenderis, tota res absoluitur. Etenim cum ad exquisitas eiaculationes

culationes maximè necessaria sit cognitio distantiæ tormenti à basi præfixi scopi, & eius itineris, quod sphæræ dimetientur, cōmodissimè hę duę partes in clara luce perfici possunt. Verum, vt axis tormēti in tātam altitudinem exactè ad quadrantem eleuetur, vt in eandem rectam lineam cum præfixo nobis scopo coeat, ex antegressis propositionibus facillimè intelligitur. vt tamē euidentius huius negocij totam rationem discentes perspiciant, explicatius & cop osi us, quædam hic euoluenda videntur. Igitur quęcunq; loca nocte, aut etiā die cum nebulæ conspectum eorum oculis intercipiunt, tormentis infestare constitueris, exquisitissimis dimensionibus in clara luce (sicut antea præscr ptum est) quātum ab ijs locis, in quibus machinæ collocandæ sunt, ea dist terint, & supra eadem eleuentur, experiaris, vt hinc deinceps singulorum colligas hyp otenusas. Quo expedito, collocabis quadrantem in eum situm, vt cum præfixo loco in eadem plana cōsistat superficie, secundum cuius ductum in subiecta basi rectam lineam designabis. Eodem modo in reliquis locis negocium expedies. His ita confirmatis, si axis tormenti iuxta distantiam & inuentam antea hypotenusam supra designatam lineam attollatur, quocunq; tempore id contigerit, eadem ratione res succedet. Ac si ex vno eodemq; loco plures tibi scopo feriendos constitueris, per circumferentiam ducti circuli designatas lineas op imè distingues. Constituamus ergo de nocte ex aduersa parte feriendos esse



scopos, e, f, c, d, n, quorum singuli suis cōstant triangulis: vt locus e triangulo e t l, ita vt e t sit hypotenusa, e l cathetus, & l t eiusdem basis, siue à tormento distantia, cuius partem aliquam prope t in terra signandam esse dicimus. Eodem modo reliquorum triangulorū bases, nimirū s r, n s, t h, & c k per partes ordine designabis, quas deinceps (sicut in cōstituto schemate perspicitur) du-

ctis ex centris s & t circũferentijs, aut adſcriptis ſingularum nominibus diſtinguere licet. Hic iam conſtituimus ex baſibus & cathetis per antegreſſas propoſitiones ſingulorum inuentas eſſe hypotenuſas, quæ facta collatione breuiores ſint ijs tramitibus, quos vires tormentorum exequũtur. His ita expeditis, eodem modo quo de die, axes tormentorum ad inuentas ex hypotenuſis & cathetis circumferentias eleuabis. Nec diſsimili ratione rem tentabis, ſi ignem aut ſphæras piceas ex perpendiculo in ſubiecta loca volueris deuolui. Cæterùm ipſa res cum ex his ſatis manifeſta ſit, ad ſequentium tractationem progrediamur.

PROPOSITIO CXXXII.

Ex urbana turri ſphæras in caſtra hoſtium eiaculari.

EXploremus nunc deinceps, quomodo ratio ſit inſtituenda, vt ex turribus vrbanis in caſtra hoſtium ſphæræ per καθέτους deijciantur. Nec enim alia ratione licet rem expedire, quoties hoſtium ſedes firmiſsimis propugnaculis à fronte ita ſeptæ aut munitæ fuerint, vt ab hac parte extra omnem periculi metum cõſiſtant. In primis huc requiritur exquiſita dimenſio eius itineris, quo caſtra diſtiterint à baſi huius loci, ex quo ſphæræ ſint eiaculandæ. Hoc operis ſatis cõmodè & exactè abſolueris, modò ſuprema loci altitudo nõ omnino exigua fuerit, ita vt manifeſtã ad ipſius diſtantiæ lineam obtineat rationem quam oculorum proſpectus cõprehendere, aut ſatis aſſequi poſsit. Quo conſtituto, per 29 primi Regiomõtani oblatam quæſtionem explicabis in hunc modum. Ex ſuprema loci, ad quam pateat acceſſus, altitudine aſſumpto inſtrumento angulum interualli inter caſtra præfixa, & baſin huius loci intercepti exquiſita dimenſione obſeruabis. Quo inuento, etiam obſeruationis tuæ loci altitudinem ſupra baſin inueſtigare oportebit. Habes hîc iam triangulum ὀρθογώνιον cuius alter acutorum angulorum per obſeruationem, & perpendicularis linea innoteſcunt. Eſt autem eadem ratio (vt ſæpius oſtendimus) ſinus anguli complementi ad inuentam altitudinem, quæ eſt ſinus anguli obſeruationis ad diſtantiam locorum inquiſitam, ex quibus magnitudinibus tres quidem innoteſcunt. Quarta igitur per regulam proportionis latêre non poteſt. Quando hæc locorum diſtantia ita fuerit depræhenſa, vigilantiſsime conſiderandum eſt, vt cum in editioribus locis tormenta conſtituantur, & ſphæræ ſint in altum extorquendæ, vt in eleuationibus axium (non ſecus quàm in terra) libramenti rationem habeas. Nam æquè hîc neceſſarium eſt, vt axes attollantur ſupra lineam παράλληλον τῷ δὲ τὸ ἐπὶ τῶν ἐμπίπτουσαν ἐπιφανείας διαβαλλομένῳ ἀκλινεῖ ἐπιπέδῳ, ſicut ex ſequenti ſchemate manifeſtius eluceſcit. Sint igitur ex locis d & c eiaculandæ ſphæræ piceæ, vt per κάθετον l n in ſubiecta caſtra deuoluantur. Primum ex ſuperiore turris altitudine f ſub angulo h f g obſeruetur locus n & ex f ſigno deſcendat perpendicularis in n b ſubiectam baſin f b, quam dimiſſo perpendiculo, aut ex certa dimenſione cognitam habere oportebit. Erit igitur baſis n b diſtantia, cuius magnitudo per obſeruationem inquiritur. Iam verò conſtat τριγώνου ὀρθογωνίου, n f b vnum latus, nimirum f b, cum altero acutorum angulorum, ſcilicet n f b. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani, baſis n b latêre non poteſt, cui ex locis c & d per trigeſimamprimam primi Elementorũ agantur ęquidiſtantes lineę c m & d k, in l n catheton, quas inter ſe ęquales eſſe conſtat. Super has dicimus eleuandos eſſe axes tormentorum, qui ſunt in rectis lineis d l & c k iuxta quãtitatem anguli ex hypotenuſis & recta n b adminiculo tabularum ſinuum collecti, vt exactè ſphæræ delabantur in n caſtra. Sed quomodo in eleuationibus libramentum, quod conſiſtit in lineis c m & d k poſsit obſeruari, id alibi copioſè demonſtrauimus:



uimus: nimirum, vt suspenso ad quadrantem perpendiculo, quod in basin ad rectos angulos decidat, subiectam in plano superficiem constituas, vt illi æquidistet. Manifestum est hinc, si linea distantiæ æqualis esset tormenti hypotenusæ, axem non esse supra libellam eleuandum, sed exquisitè in eandem collocandum.

PROPOSITIO CXXXIII.

Si tormenta intra urbis mœnia constituta fuerint, quomodo sphæræ sint in castra hostium extorquendæ.

HOc loci considerandum est nobis qua ratione fieri posit, vt constitutis intra mediam vrbem tormentis sphæras artificiosè eiaculeris, vt in castra hostium exquisitè deuoluantur, id quod commodissimè & tutò sanè licet expedire. Nec enim illi, qui sunt in castris, indicio fumi aut ignis, ex quibus locis excutiantur sphæræ, certò possunt deprehendere. Sed hoc negocium exactam in primis requirit eius itineris dimensionem, quod inter locum constitutæ machinæ & castra, aut aliud præfixum signum concluditur. Igitur in huius inuentione tota præsentis tractationis summa consumetur: nam hypotenusam tormenti antea ex hypothesi notam esse constituimus. Vt autem hoc operis commodius absoluatur, inuestigandus erit in mœnibus locus, qui consistat in eadem cum præfixis castris & axe tormenti plana superficie, quæ ad rectos angulos adminiculo perpendiculi supra Horizontē sit erecta. Hunc sine omni difficultate deprehendes, si planā tabellam ibi cum situm constitueris, vt radio visus à superficie illius nihil declinante, & castra & constitutus machinę locus aspiciantur. Ex cuius inuentione cōstabit (vt vocant) angulus positionis. huius obseruationis vsus est, vt illam mundi partem designes, in quam sit axis tormenti constituendus. Per hanc obseruationē loco sic inuento, vteris ad inuestigationem lineę inter castra & locū tormenti interceptę: idq; in hunc modum. Ex constituto loco diligenter obserues per quadrantem ipsius alti-

tudinem, tam supra scopum tibi præfixum, quàm situm tormenti. Id autem efficies, sicut alibi demonstrauimus, per primam secundi Regiomontani, vel ea ratione, qua superficies terræ ad libellam æquari ostendimus. Sed hîc optimum fuerit per descriptionem circumiacentium locorum, quam alibi explicauimus, distantias castrorum ab ipsis mœnibus multo antè exactè constitutas habere, quæ postea ad omnes occasiones promptissimè vsui esse possint. Exemplo facilius rem ipsam intelligent discentes. Constituantur ergo intra

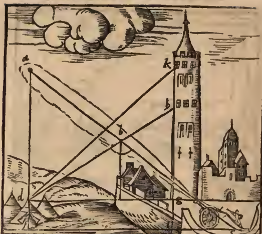


vrbis mœnia tormenta in locis a, d, g, k, ita vt ex a sphæræ expulsæ in b deuoluantur ex d in f, g in h, & k in l: manifestum est hic opus esse dimensione linearum a b, d f, g h, & k l, quæ comprehendunt distantias inter præfixa loca & tormentorum situs interceptas, idq; non tantùm, vt circumferentias in quadrante, supra quas axes machinarum eleuari debeant, metiri possis: verumetiam, vt in quas mundi partes sint deflectendi, ne extra planas superficies finitori πρὸς ὀρθὰς insistentes, collocentur, quæ singulis distantiarum lineis, tanquam basibus sustineantur, certissimè constet. Vt autem melius ipsa res intelligatur, assumamus triangulum k p l, cuius vnum latus, scilicet rectum angulum subtendens k p ex hypothesi notum cõstituimus, sed basis k l, cum magna ex parte sub terra occultetur, inquiri debet. Memineris hîc etiam nos k & l in eandem altitudinem cõstituere, & ex r loco, qui est in mœnibus, tam l signum præfixum, quàm k situm tormenti posse videri. Sed huius rei demonstrationem, vt cõmodius explicemus, aliam figuram designabimus. Primum nobis hîc inueniendus est r locus intra vrbis mœnia, ex quo per superficiẽ planæ tabellæ f h g, cui ex suprema parte perpendiculum appendimus, vt illa supra Horizontem ad rectos angulos collocetur, commodè inspiciatur tam l, quàm k loca, & l quidem per rectam g l, k verò per f k lineam. Inuento igitur r puncto, perpendicularis dimittatur in l k basin, quæ sit r m. Hanc dicimus inueniri posse si r & k loca (sicut alibi ostendimus) ad libellam æquaueris, aut post k locum per duas obseruationes, auxiliante prima secundi Regiomontani, quemadmodum superius manifestè videre licet. Iam

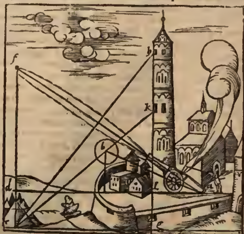
verò



verò trianguli r m k constituto vno latere, nimirum r m, & angulo r k m per alteram obseruationem cognito, etiam basis m k latêre non potest. Porrò cum r m sit perpendicularis ipsi l k, erit etiam triangulus r l m ὀρθογώνιος, cuius vnum laterum, scilicet r m est notum, & alter acutorum angulorum, nimirum l r m per obseruationem deprehenditur. Quare per vigesimamnonam primi Regiomontani basis l m facillimè inuenietur. Ex coniunctis autem l m & m k tota l k constituitur. Distantia igitur inter præfixum scopum & k locum tormenti cognoscitur. Tota verò k p tormenti hypotenusæ adæquatur. Ergo per vigesimamseptimam primi Regiomontani angulus eleuationis non latebit. Et hoc tandem considerandum est, vt axis tormenti collocetur in eandem superficiem cum r signo. Cęterùm, vt exactius cognoscas, vtrum locus l eandem occupet altitudinem quàm k, consultius id fuerit multo antè per accuratas obseruationes experiri. Quòd si hoc neglectum fuerit, difficilius quidem intra vrbem negocium perficietur: attamen qua ratione id fieri posit, non inutile fuerit, vt consideremus. Primùm ergo collocemus castra in altiorem superficiem, quàm sit locus tormenti intra vrbem: vt in sequenti figura perspicitur. Sit constitutum ex c loco sphæras eiaculari, vt ex præcipitio in d incidant. Vt hoc commodè fieri posit, opus est dimensione lineæ c f, quæ tota ferè sub terra latet. Ad hoc assumo altitudinem cuiusdam vicinæ turris, scilicet k l, ex cuius altitudine summa k per instrumentum obseruetur signum d. Hinc innotescit angulus d k g. Iterum si infra k ex h loco intuearis d, offeretur angulus d h g, qui sublatus ex semicirculo, restituit angulum d h k. Iam verò trianguli k d h inuentis duobus angulis, & vno laterum scilicet k h, quod demisso perpendiculo facillimè licet dimetiri, constituto per 52 primi Regiomontani, aut per quartam secundi eiusdem reliqua latera innotescent. Deinde assumas triangulum rectangulum d h g, cuius ex secunda obseruatione alter acutorum angulorum, nimirum d h g innotuit, & per quartam secundi latus rectum angulum subtendens h d. Quare per vigesimamnonam primi Regiomontani d g basis inueniri potest, cui æquidistat, & æqualis est f l linea. Sed l c linea ex dimensione in terra facilè deprehenditur, & ex summa cōiunctarum f l & l c tota f c cōstituitur. Et cum trigoni rectanguli d f c inuenta sint duo latera, scilicet d c & c f, per vigesimamseptimā primi



Regiomontani angulus eleuationis f c d cognoscetur. Tandem, vt axis tormenti collocaretur in eandem superficiem cum d loco præfixo, constitutum est b signum, ex quo tam c quàm d commodè videri posit. vtriusq; verò altitudinis differentiam, quæ constat d f, item æquali g l non difficile fuerit metiri, si k g ex k l auferas. Sed iterum inuerso ordine collocemus castra in inferiorem locum, & tormenti situm in superiorem, tum paululum mutata ratio erit. Sint ergo castra in c, tormenti situs in a, ex quo ducatur recta linea a d,



ita vt in libella consistat, & supra c locum finiatur. Ad huius inuentionem tota referetur demonstratio. Differentiam altitudinis in vtroque loco designant perpendiculares lineę d c & l g, hypotenusa tormẽti a f, cathetus f c. Hic iterum

rum ad dimensionis rationem vsurpetur vicinæ turris altitudo h l, quæ extendatur vsque in g ad altitudinem æqualem c, & ex signis h, k ducantur rectæ in c. Ex prima obseruatione cõstat angulus c h g, ex secunda verò c k g, qui subductus ex 180 part. circuli, relinquit angulum c k h, sed latus h k trianguli h c k metitur perpendiculum. Ergo per quartam secundi Triangulorum c k latus innotescit. Iam nunc trigoni rectanguli c k g constat vnũ latus cum acuto angulo c k g per secundam obseruationem. Quare laterum c g & k g rectum angulum ambientium magnitudines 29 primi Regiomõtani notas producet: si iam subtraxeris k l ex k g, altitudinum differentia g l patefiet. Porrò æqualis est c g ipsi d l per 33 primi Elementorum, quæ copulata l a lineæ totam d a constituit. Et cum a f hypothesis inuentam esse constituat, angulus eleuationis f a d non latebit: b signum vtriusque obseruationis locum hîc iterum designat, vt axis tormẽti in eandem superficiem deflectatur. Ita vides eandem demonstrationem vtrique locorum constitutioni satisfacere.

PROPOSITIO CXXXIIII.

Quomodo collocatis post montem tormentis, sphæræ in urbem possint extorqueri.

ETsi castra propugnaculis à fronte satis muniri possint, vt citra periculum sphæras in vrbem liceat eiaculari, tamen occasione oblata, si post montem constituta fuerint tormenta, etiam commodissimè rem expediri posse ostendemus. Tota ferè linea distantiæ, quæ inter loca tormentorum in hoc situ & præfixos scopos intercipitur, satis profundè sub terra delitescit, sed tamen eius magnitudinem inueniri posse infallibili demonstratione declarabimus. Primò omnium in summa montis superficie, ex qua prospectus pateat in præfixa loca, breuissimam distantiæ lineã per duas obseruationes (vt superius explicauimus) exquisitissimè dimetiaris. Hoc in loco relicto signo retrocedas per rectam lineam in eam vsque partem, ex qua locum in quem tormentum collocabitur in vna eademque superficie certissimè conspicias. Id operis non difficulter absolues, si duas planas tabellas, ita in eandem rectam lineam constitueris, vt per vnius, quæ vrbem spectat, planam superficiem præfixum scopum intuearis, per alterius verò, locum, in quem tormenta constituentur. Distantiam harum tabellarum facilè metiri licet, si loca earum, modò superficies interualli inæqualis fuerit, ad libellam æquaueris. His constitutis superest, vt exquisitis dimensionibus obserues quanta sit distantia loci tormenti à basi perpendicularis, quæ ex posterioris tabellæ loco in ipsam deducitur. Id autem experieris per duas obseruationes auxiliante quarta secundi Regiomontani, vt sæpius ostendimus. Ex his dimensionibus cognoscuntur tres lineæ, quarum summa totam inquisitæ distantiæ magnitudinem constituit. Hîc iam vlterius considerandum est, an axis tormenti possit in tantam altitudinem eleuari, vt supra montis superficiem sphæræ possint extorqueri, id quod non difficulter deprehendes, si angulum eleuationis tormenti, qui ex hypotenusa & oblata distantia colligitur, cum eo contuleris, qui ex altitudine posterioris loci obseruationis in montis suprema superficie, & eiusdem à loco tormenti interuallo constituitur. Semper enim hîc necessarium erit, vt hunc minorem habeas illo, nisi omnem operam & sumptum frustra volueris consumere. Tandem, vt axem tormenti exactè constituas in eandem planam superficiem cum loco præfixo in posterioris obseruationis loco signum relinquas, cuius intuitu vel indicio facillimè id expedies. Nam hoc eandem occupare superficiem ex hypothesi antea cõstitutum est. Inuenta igitur linea distantiæ, & communi

ſuperficie ſecurè negocium licebit experiri. Sed ex ſequenti figura omnia manifeſtius intelligentur. Sit ergo conſtitutum ex a loco ſphæras eiaculari, vt in k ſcopum deuoluantur. An hoc commodè fieri poſsit experiri licet ex dimenſione diſtantiæ a n, in quam ducta eſt ad rectos angulos k n, quæ præfixi loci eſt perpendicularis linea, ſed a n rectę adæquantur tres lineæ, nimirũ g l, b g,



& a f cum eidem æquidiſtent. Primum ex montis ſumma ſuperficie per inſtrumentum intuearis & k præfixum ſcopum, & aliud in montis latere ſignũ, quod ſit h. hinc innoteſcit angulus h g k. ſimilem obſeruationem ſi repetiueris in h, ita vt k & g ſigna inſpicias, offeretur angulus g h k, ſed lineam h g in montis ſuperficie licet metiri. Cognitis ergo trianguli g k h duobus angulis cum vno latere, quarta ſecundi Regiomontani g k lineam ſubminiſtrabit. Conſtituimus autem g l lineam in directum ipſius b g, cui r g perpendicularis occurrit in g puncto. Quare angulus r g l eſt rectus. ſi nunc conſtituamus quadrãtem intra angulum r g l ac inſpiciamus per regulam pinnacidia k ſignum offeretur angulus k g l, eiuſdem trigoni rectanguli. Cum ergo conſtet g k per 29 primi Regiomontani g r latus notum conſtituetur, cui æquidiſtat & æqualis eſt r n. Ex g ſigno retrocedas in b, quem locum in eo ſitu eſſe conſtituimus, vt per eandem planam ſuperficiem, quæ libellam ad rectos ſecet angulos, radius viſus tam in a, quàm in g deferatur, b g lineę dimenſio ſecurè experitur, cui æqualis f r. His ita cõprobatis, relicto in b ſigno, deſcendendum erit in inferiorem planiciem, vt experiaris f a lineæ magnitudinem. Duabus obſeruationibus hanc rem expedies, quarũ prima fiat hic in c, ex qua innoteſcit angulus b c f, qui ſublatus ex ſemicirculo reſtituit angulum a c b. Secunda ſit in a, quæ producit angulum b a c. Sed a c obſeruationũ diſtantia per dimenſionem in terra cognoſcitur. Quare per primam vel quartam ſecundi Regiomontani a b latus trianguli a c b pateſiet, & hoc cõmune eſt trigono rectangulo a b f, cuius alter acutorum angulorum ex obſeruatione inuentus eſt. Ergo 29. primi Regiomontani baſin f a notam conſtituit, & ex ſumma coninnctarum f a, f r, & k n tota a n conflatur, quę inueniẽda erat. Iam autem cognita hypotenuſa tormenti a m, angulus eleuationis a m n per 27 primi Regiomontani

montani patefiet. Cæterùm, vt antea admonui, vigilanter est obseruandum, an ex hac eleuatione sphæra possit extorqueri, ne infra b signum in montem incurrat. Quare angulus b a f conferendus est cum angulo m a n, qui ex constituta hypotenusa, & distantia n a deprehensa colligitur, vt semper hic magnitudine vincat illum. Tandem exquisitè collocetur axis tormenti supra f a lineam, quæ est in communi superficie cum præfixo k scopo.

PROPOSITIO CXXXV.

Tormentis ultra flumen constitutis, quomodo sphærę debeant extorqueri in præfixa urbis loca.

COmmodissimè etiam fieri potest, vt collocatis vltra fluuiū vrbem præterlabentē tormentis, in quæuis præfixa loca sphęras eiaculeris. Sed quibus obseruationibus dimensionem interualli inter cathetū pręfixi loci & tormentum conclusi liceat absoluere, etiam neglecta latitudinis fluuij quantitate, hoc loci nobis considerandum est. Primùm in superficie maximè plana, vbi proximus detur accessus, assumpto instrumēto, præfixum signum inspicias. Dehinc retrocedas per eandem rectam lineam ad quātam volueris loci distantiam, vt eandem obseruationem repetas. Sin autem superficies oblata fuerit inæqualis, eam ad libellam æquari oportebit, vt distantia inter obseruationum loca intercepta exquisitè innotescat. His cōstitutis 52 primi, vel prima, vel quarta secundi Regiomontani negocium absoluet. Nam ex obseruationibus noti fiunt duo anguli, quos basis nota sustentat. Quare reliqua latera non latebunt. sed per exemplum melius ipsa res intelligetur. Sint ergo pręfixi in vrbe scopi, in quos



sphæras exactè velis eiaculari k, l, & f, ex constitutis in terra locis a, b, c. Si ergo ex a in k eiaculeris, erit linea distantię, quæ cum præfixi loci catheto sub terra

concurrit a d, si in l, erit a g. Sin autem ex b in l, erit linea distantiæ b k. Sed si ex c in f, distantiam comprehendet c h linea. Videamus nunc qua ratiocinatione possint harum linearum magnitudines colligi. Ad hoc nobis assumatur c f h triangulus. Primum hîc statuatur in g instrumẽtum, vt sublata regula per pinnacidia intuearis f signum. Ex hoc loco regrediaris in c, ita vt à recta linea c h in neutram partem deflectas: ex quo eandem obseruationem loci f repetas. Iam ex prima obseruatione oblatus est angulus f g h, qui sublatus ex semicirculo, relinquit angulum c g f, ex secunda obseruatione innotuit angulus f c g. Sed obseruationum distantiam hîc notam constituimus, cum in terra facillimè deprehendatur. Cum ergo trianguli c g f constituta basis c g duos sustineat notos angulos, per 4. secundi Triangulorum c f & g f latera patefient. Quòd si nunc hypotenusa tormẽti longè maior fuerit c f latere, ex c loco rem licebit experiri, sine cognitione distantiæ. Sed vim tormenti minorem esse, aut in tanto itinere nimis languescere statuamus. Erit ergo consultius, vt proximè admoueatur g loco, ita vt g f ex triangulo c f g cognitam minorem habeas, quàm sit hypotenusa tormenti. Et hîc angulus eleuationis f g h ex prima obseruatione cõstat. Quòd si hinc distantiæ g h, aut totius c h, quæ tamen ad eiaculationes per hypotenusam necessaria non est, nisi ad eiaculationes per cathetum inuestigare volueris, facilè id efficies ex trigonis rectangulis c f h, & f g h. Nam vtriusque constat vnum latus, cum altero acutorum, quare reliqua latera non latebunt. Eadem vteris demonstratione in locis a & b. At constitutum sit ex g sphæras emittere, vt per cathetum in f descendant. Hîc cõstat linea rectum angulum subtendens f g cum acuto angulo f g h. Quare 29 primi Regiomontani g h basin aperiet. Et quantum hæc angulum cõstituat cum hypotenusa tormenti vigesimamseptimam primi Regiomontani indicabit, quem sanè maiorem esse oporteret angulo f g h. Si machina collocaretur in c, distantia c h ex trigono f c h innotesceret.

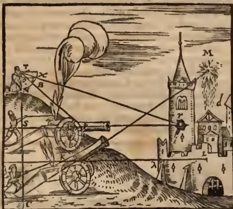
PROPOSITIO CXXXVI.

De ratione eiaculandi sphæras ex ijs locis, quæ cum præfixis scopis aut altiorem aut æqualem situm occupant.

SAepenumero multiplices locorũ situs occurrunt, ex quibus in scopos præfixos sphæræ sunt eiaculandæ. Nec enim vbique est ea loci constitutio, vt superficies sit exquisitè plana, & simul in libella conquiescat. Attamen quæcunque hîc offeratur occasio, semper ingeniosi artifices industria opus est, vt exquisitis dimensionibus exploret itinerum magnitudines, quas emetientur sphæræ, nisi sumptuũ & laborum iacturam subinde velis expectare. In illis quidem eiaculationibus, quę per ὑποτείνουσαν absoluuntur, facilius ac certius rem expedire licet, quàm cum ex perpendiculo in subiecta loca sphærę deuoluuntur. Quare generalem hîc dimensionis rationem cõstituemus, qua diligenter intellecta & obseruata, qui alicuius sint ingenij, quomodo in alijs infinitis locorũ sitibus res ipsa sit tentanda, ne infelicem sortiatur exitum, facili ratiocinatione colligent. Ac primùm hîc eam loci superficiem assumamus, cuius partes superiores altitudinem pręfixi loci excedant, sed inferiores infra eiusdem situm constituãtur. In hac collocandum sit tormentum, vt sphęra per libellam in scopũ decurrat, cuius itineris magnitudinem, ideo cognitũ vtilem esse noueris, vt ex eiusdem collatione cum hypotenusa tormenti exactè deprehendas quãto cum impetu in constitutum locum sphęra sit incursura, neque fallaris languidiore & segniore motu, quo defertur in fine cursus. Quo constituto, primã ex loco tormenti obseruationem aggredieris, in qua necesse est visus radiũ ita per pinnacidia transmitti, vt perpendiculum alteri quadrãtis lateri exquisitè adhęreat. Ex hoc loco

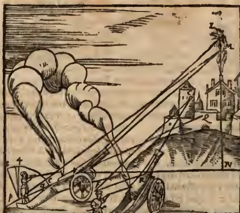
retrocedas

retrocedas ad quantamcunq; volueris loci distantiam, vt iterum instrumento obserues, & primę obseruationis locū & scopum præfixum. Deinde opus erit, vt obseruationū loca ad libellam metiaris, & simul cognoscas qua in parte secuerit sinum rectum obseruationis secundę radius visus, qui in primę obseruationis locum extenditur. Hoc cōstituto, dicimus lineam distantiæ, quę ex pręfixo scopo in perpendicularem loci posterioris obseruationis πρὸς ὀρθὰς deducitur, à visus radio eadem ratione sectam esse cum sinu recto eiusdem obseruationis, qui nimirum inter cathetum & dimensionis lineam cōcluditur. Proinde cum sit eadem ratio segmenti primi ipsius sinus ad segmentum secundum, quę est distantię locorū vtriusq; obseruationis in libella, ad interuallum quod inter prioris obseruationis locum & signum pręfixū intercipitur, ex 19 primi Triangul. totum negocium absoluetur. Cōstabit hinc tota magnitudo itineris, quod per libellam sphæra decurret. Et hac inuenta, si per κάθετον sphæras eiaculari debeas, antegressas propositiones consulas. Cęterùm, vt euidentius rem intelligant discentes, figuram subijciemus. Sit ergo superficies loci è regione vr-



bis, quę paulatim ex λ altius assurgat in n. Et in loco p collocādum sit tormentum, vt per libellam sphęras eiaculetur in præfixum r scopum. Primò omnium hîc manifestum est p r distantię magnitudinē esse metiendam, vt exquisitè explores an hanc emetiri posſit vis tormenti. Quare cum expertus fueris p locū tormenti in eadem altitudine consistere cum r, retrorsum ascendas in n locū. Tum obseruanti ex t ipsum r offeretur angulus distantię n t x, & intuenti p locum constituatur angulus n t b. Iam verò segmento n x subtendatur sinus rectus x q. Et cum segmētum n b sit minus radius visus hunc sinum in z secat. Porrò ex t descendat perpendicularis t c, cui ad rectos angulos occurrat longius extensa r p recta in signo ſ. His ita cōstitutis, dicimus eandem esse rationem q z ad z x, quæ est s p ad p r. Etenim cum duæ rectæ, nimirum x q & r s ad rectos angulos incidant in perpendicularem t c, constituuntur ipsæ per vigesimamoctauam primi Elementorum παράλληλαι. Quare duo τρίγωνοι ἰσογώνιοι t q x & t s r sunt æquianguli, cum alterum acutorum, nimirum q t x habeant communem: & per quartam sexti Elementorum latera, quæ ijsdem angulis subtenduntur, sint proportionalia. Insuper hi trigoni secantur à recta linea t p, in signis z & p. Hinc per secundam sexti Elementorum concludimus eandem esse rationem q z ad z x, quæ est s p ad p r. Ex his quan-

titatibus très notas esse dici s. Nam φ x est sinus rectus arcus n x: cuius media sectio z innotescit ex l nento n b, quod est obseruationis loci x. Sed s p distantia patefit ex dime 'ione æquationis locorum n & p ad libellam. Quarta igitur magnitudo p r per decimamnonam primi Regiomontani in lucem prodibit. Iterum constituamus ex k eiaculandas esse sphæras piceas, vt in d locum ex præcipitio delabantur. Sit autem linea distantiæ, quæ cum præfixi scopi catheto πρὸς ὀρθὰς concurrit k l tormenti hypotenusa k m. Opus erit hîc inquisitione anguli l k m. quem dimetieris ex lineis l k, quæ antegressa dimensionis ratione constat, & k m per hypothesin constituta, idque adminiculo 27 propositionis primi Regiomontani. Sed tamen hîc altitudinem d l conferendam esse cum perpendiculari, quæ ex m descendit in l, vt hæc semper illa sit maior, nemo non intelligit. His itaque confirmatis, constituamus alteram loci ex aduerso vrbis superficiem, quæ paulatim vergat deorsum. In hac dimensionum ratio, quæ ad eiaculationes requiruntur, nonnihil variata apparebit. Et manifestum est in huiuscemodi situ sphæras non per libellam, sed ὑποτείνουσαν, aut κάθετον transmitti. Si ergo per solam ὑποτείνουσαν locum præfixum velis infestare aut concutere, per duas obseruationes auxiliante quarta secundi Triangulorum tota res expeditè absoluetur. neque hîc requiritur, vt basis trianguli aut instrumenti in libramento consistat, sed explorato itineris totius decursu, cuius collationem cum vi tormenti instituis, sola visus obseruatione exquisitam axis constitutionem deprehendes. Cæterùm si per κάθετον volueris ignem eiaculari, qui ex duabus obseruationibus constituitur triangulus, etiam hîc nobis vsui esse poterit, si quantitatem anguli, quo supra libellam basis eleuetur, absolutè dimetiaris. Huius adminiculo colligetur linea distantiæ, quæ ex assignato tormenti loco ad perpendicularem præfixi scopi ad rectos angulos excurrit: sicut ex sequenti demonstratione & figura manifestè apparet. Statuamus terræ superficiem, quæ à mœnibus descendat q p. Sed



ex r loco sphæræ sint eiaculandæ in e præfixum scopum. Quare dimetienda erit tota r c itineris quantitas, quod sphæræ decurrent. Prima obseruatio loci c fiat ex r, secunda ex f. Hinc distantia r f ex dimensione in terra innotescit, & anguli c f r, & f r c. Proinde per quartam secundi Triangulorum latus r c trianguli f r c patefiet. Quare si tormenti ὑποτείνουσα maior fuerit r c, securè licebit

licebit ex r eiaculationes experiri. Manifestum est autem basin huiuscemodi trianguli in quamcunque partem posse transferri ad inueniendam r c magnitudinem. Iterum collocetur machina in k, ex quo loco sphæræ piceæ sint extorquendæ, vt ex præcipitio in m scopum deuoluantur. Sit autem ὑποτείνουσα tormenti k l, κάθετος l n & basis n k, quæ nobis hîc est inuenienda, vt constet angulus eleuationis l k n. Fiat ergo prima obseruatio loci m ex k. Inde innotescit quantitas anguli m k q, quo ex semicirculo sublato, restat augulus p k m. Secundam obseruationem constituimus in p, ex qua in lucem prodit angulus m p k. Distantiam locorum p & k per dimensionem in terra licet deprehendere. Proinde ex quarta secundi Triangulorum constabunt reliqua latera, scilicet k m & p m trianguli p k m. Constat hinc, si deprehenderis k m latus breuius esse tota vi tormenti tutò rem expediri posse. Ceterùm ad certam axis tormenti eleuationem etiam opus est dimensione anguli n k q, qui adiunctus prius inuento angulo q k m, totum m k n producet. Considerandum est igitur quantum superficies q p decliuis libramentum excedat, id quod manifestè constabit, si quadrantis basin q p lineæ, vt ad rectos angulos consistat, imposueris, & simul obseruaueris perpendiculi, quod recta in centrum descendat, cum circumferentia contactum, quod hîc sit t p, & quæ declinat à perpendiculo circumferentia t s. Hanc à nobis demonstratum est alibi æqualem esse circumferentiæ, supra quam basis p q eleuatur. Iam verò cum basis ὀρθογωνίου τριγώνου k n ex hypothesi libramentum occupet, erit per 29 primi Elementorum equalis huic inuentæ circumferentiæ, ea quæ angulo n k q prætenditur, sed antea cõstitutus est nobis angulus m k q. Totus ergo m k n non latebit. Et cum innotuerit m k linea per 29 primi Triangulorum basis n k nota prodibit. Insuper trigoni rectanguli l k n inuentis duobus lateribus, scilicet l k per hypothesin, & k n basi, per vigesimamseptimã primi Regiomontani angulus l k m, qui est eleuationis ipsius axis, notus emerget. Atque hoc est, quod demonstrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVII.

Quæ sit ratio dimensionis in effodiendis cuniculis sub mœnibus.

Inuestigabimus etiam quibus dimensionibus opus sit, vt recto itinere sub quouis apparente intra vrbis mœnia loco cuniculi effodiantur. Et primò exquisitis obseruationibus totius meatus quantitatem, qui videlicet in perpendicularem præfixi nobis loci ad rectos angulos deducitur, facillimè deprehendemus. Deinde Magnetis adminiculo, ne in alteram partem ab eodem deflectamus, licebit efficere. Cæterùm, vt exactè tãtam in fodiendo altitudinem obtineamus, quanta præsenti negocio cõueniat, & occurrentibus in recto tramite impedimentis, in quam partem declinandum sit, vt cõmodè in præscriptã viam redeamus, ex ipso locorum situ & constitutione accuratiori cõsideratione colligendum est. Et quãuis in huiuscemodi locorum sitibus multiplex admodum varietas offerri posit, tamen hîc simplicem rationem constituemus, cuius ductu & quasi indice quid alibi sit efficiẽdum industrij artifices non difficulter ratiocinari posint. Vt autẽ ad rem ipsam propius accedamus, duabus obseruationibus magnitudinem totius tramitis, quem in fodiendo persequemur, auxiliante 4 secundi Regiomõtani inueniemus in hunc modum. Ex constituto fosionis loco assumpto instrumẽto exquisitè obseruabimus angulum distantiæ alterius cuiusdam in terra signi & præfixi scopi. Similem obseruationem repetemus in loco apparentis signi, ita vt in cõspectum veniat & scopus & fosionis locus. Hinc etiam angulus distãtiæ innotescet. Quare per 32 primi

Elementorũ tertij anguli quantitas non latebit. Sed magnitudinem interualli, quod inter fosſionis locum & prę̨ſcriptũ nobis ſignum intercipitur, per dimenſionem in terra ſine negocio explorabimus. Qua inuenta, innoteſcet etiã quantitas eius lineę, quę ex foſsionis loco vſq; in prę̨ſcriptum excurrit ſcopum. Supereſt igitur, vt demiſſo perpendiculo ex quadrantis centro angulum inclinationis, qui catheto & hac linea comprehenditur conſideremus. Hoc cõſtituto, innoteſcit baſis trianguli orthogonij, quæ nimirum ex præſcripto ſcopo πρὸς ὀρθὰς in hunc cathetum extenditur. Atqui hęc totius meatus effodiendi, qui recto itinere ſub centrum ſcopi deducit, magnitudinem in lucem profert, cuius indicio manifeſtè conſtabit, ne vltra præſcriptum terminum præteruehamur, neue citra eundem conſiſtamus. Vt tamen conſtitutum meatum rectè ingrediamur, ne errore ſeducti à vero itinere declinemus, Magnetini indicis vſu conſequemur. Diligenter enim ex foſsionis loco per inſtrumẽtum obſeruabimus circuli ſegmentum quo à certa mundi plaga ſitus prę̨ſcripti loci diſtiterit. Tum vigilanter operam dabimus, vt in toto itinere inter fodiendum Magnetis index eundem ſitum oſtendat, quod fiet ſi diſtantiæ huius ſegmentum vbiq; idem permanſerit. His ita exploratis ſicubi à vero itinere obſtantibus offendiculis, aut in alteram partem digrediundum fuerit, aut occaſione ita poſtulante, altius fodiendum, quomodo regreſſus inſtituendus ſit pro magnitudine diuerticuli, vt in ſequenti ſchemate demonſtrabimus, facillimè licet intelligere. Et cum ipſa res per ſe obſcurior videri poſsit, quantum fieri poteſt, figura eam illuſtrabimus. Sit igitur, exempli gratia, intra vrbis mœnia c ſco-



pus præfixus, ad cuius perpendicularem vſque ſub terra excauandus ſit meatus d l, quem intelligimus hîc exquiſitè libellam occupare. Sed antequam ad initium d perueniatur, ex ſuperiori a parte, quæ in ſuperficie terræ ad perpendiculum ſupra d conſiſtit, effodienda eſt cauerna a d, cuius profunditatem ex conſideratione ſitus loci æſtimandam eſſe dicimus. Et cum d l quantitatis dimenſio ſit omnino neceſſaria, quomodo hęc deprehendatur, primùm conſiderabimus. Ex conſtituto a loco per quadrantem obſeruabimus c ſcopum & aliud quoddam in terra ſignũ, nimirũ r. Hinc innoteſcit angulus r a c eiuſdem triãguli. Secunda fiat obſeruatio locorũ a & c ex ipſo r, tum patefiet angulus

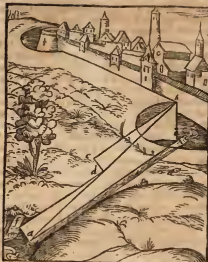
a r c.

a r c. Quare per 32 primi Elementorū, tertius a c r angulus non latebit, quem subtendit basis a r, quę dimensionē in terra facilè admittit. Ergo per 4 secundi Regiomontani reliqua latera r c & a c cognoscentur. Hoc constituto, occurrat ex c in rectā a d ad rectos angulos in signo b ipsa c b. Triangulus igitur a b c erit ὀρθογώνιος, cuius angulum b a c inueniemus, si perpendiculū ex a centro demiserimus, quod circumferentiam instrumenti attingit in τ, cū eandem secet visus radius in s. Constat hinc angulus c a b per segmentum s τ. Et cum in trigono ὀρθογωνίῳ constet alter acutorum cum vno laterum per 29 primi Regiomontani b c basis inuenietur. Hęc autem ad eosdem angulos incurrit in rectam a d, ad quos ipsa l d, quę παραλλήλοις lineis clauduntur. Proinde per 33 primi Elementorū ęqualis est b c ipsi d l. Cæterùm ex eodem b a c triangulo constat altitudo ipsius a supra c locum. Iam verò cùm totius meatus b l longitudo nobis ita sit deprehensa, exploranda erit ex a quantitas circumferentiæ, qua situs pręfixi c signi ab indice magnetis deflexerit, quàm hîc constituimus f g. Manifestū est igitur si ex d ita recta processerimus, vt semper idem f pūctum index Magnetes exquisitè spectet, futurum, vt à recto d l itinere in neutram partem declinemus. Porrò quātitas totius d l antea nobis deprehensa, facilè indicabit vbi subsistendum sit, vt perpendicularem ex c deductā exquisitè attingamus. Sed fingamus cum in γ peruentū fuerit, obstante impedimento in alteram partem disgrediendum, vt hîc constituimus ex γ in h. Iterum adminiculo magnetis cursum reflectemus per ęquidistantem ipsi d l, quę sit h k, cuius longitudinem diligenter obseruabimus, ne exuperet complementum ipsius d γ, quod hîc est d l. Vt autem regrediamur in rectam d l, ex dimensione diuerticuli ipsius γ h manifestè constabit, vt hîc est k l, quam ipsi æqualem & παράλληλον constituimus. Atq; hoc modo etiam progressi sumus ad κέντρον c præfixi scopi, id quod demonstrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVIII.

Quomodo sit aqua ex fouca urbis mœnia ambiente educenda.

NEq; pręter institutū fuerit, si vlterius hîc rationem inquiramus, qua commodissimè fieri possit, vt oblata ex loci situ occasione, aquā vrbis mœnia aut alium munitiorem locū cingentem per cæcos sub terra meatus exhauriamus, ac aliò deriuemus. Et si autem ex consideratione situs loci, vtrum deduci possit aqua artifices sine difficultate colligant, tamen hîc certis dimensionibus explorabimus non solùm exquisitam locorū situs constitutionem, verūetiam ipsorum meatuū quantitatem, & in quas mundi plagas deflectant, ne inter fodiendum à recto itinere aberremus. Cum aūt sit omnino necessariū, vt aquam per decliuiora loca educamus, opus erit diligenti collatione altitudinis ipsius aluei cum loco, in quem sit aqua decursura, nisi sumptū & laboris iacturam temerè velis experiri. Si ergo constiterit hunc esse inferiorem illo, securè licebit rem expedire. In primis ipsa res postulat, vt aluei profunditatem exploremus, qua constituta, in eum vsq; locum à ripa descendamus, qui infra eam æqualem occupet altitudinem. Sed hunc satis exactè deprehendemus, si per dimensiones, vt alibi ostendimus, ipsam terrę superficiē ad libellam æquauerimus. Hinc etiā ipsius loci à ripa distantia innotescet, cum angulo acuto, cui vtriusq; altitudinis differētia prætenditur. Ergo totius etiā meatus subterranei longitudo patefiet. Cæterùm in quā mundi plagā hîc declinet officio indicis Magnetini, vt in antegressa propositione demōstrauimus, licet experiri. Superest nūc, vt designato schemate euidētius hęc declaremus. Sit ergo decliuis terrę superficies b g, vt omnino manifestè cōstet in ea inueniri locū, in quē ex a alueo deriuari possit aqua. Cōstituitur nobis hîc in g signo, quod necessariò aut ęqualem oc-



cupabit altitudinē cum a, aut ipso inferiorē. Sed b punctū qđ est in extremitate superficiei aquę ad perpendiculū supra a cōsistere intelligimus. Si iam a sortiatur eūdem situm cū g, eadem altitudine constituitur b supra a & g. Quare explorata profunditate b a, si per rectam b d g processerimus, eò vsq;, vbi b videatur exuperare tāto excessu, loci situm, inuentū habebimus locū g, in quem videlicet aqua educi possit. Licebit tamen, vt manifestum est, in humiliorem locum, quàm sit g descendere, vt maiore impetu aqua decurrat. Sed iam considerandum est nobis qua ratione dimensionis g signū inneniatur, vt sine dubio cōstet eandem esse profunditatē loci g infra b, quę est ipsius a infra eundem. Vt exquisitè hoc deprehendamus, instituatur processus ex b in d. Differētiam situs horum signorum, quę constat recta d c, instrumento obseruabimus, cū videlicet deprehenderimus in eadem altitudine c & b, vt alibi demonstratum est. Hac subtracta ex magnitudine b a, relinquetur differentia, qua d excedit locum g. Igitur vlterius retrocedendum est, vt in eadem recta, quę ex b cōtinuata educitur, excessus hic quem g f metitur per obseruationē offeratur. Cōstat igitur ex summa coniunctarum d c & g f linearum collectam esse magnitudinē æqualem ipsi b a. Itaq; g locus hoc modo est inuentus. Quo explorato, non difficile fuerit totius meatus subterranei, nimirum a g longitudinem ratiocinari. Cū enim b a ex hypothesi πρὸς ὀρθὰς incidat in rectā a g, triangulus a b g est ὀρθογώνιος, cuius b a latus dimensione profunditatis notū cōstituimus, & b g in terrę superficie licet metiri. Notis ergo duobus trigoni rectanguli lateribus per 26 primi Regiomōtani tertiū a g patefiet. Eandem verò a g quantitatē etiam sine vsu b a cōsequemur. Nam cū b a & f g perpendiculares sint ipsi a g, etiā sunt παράλληλαι. In has incidit recta b g. Quare per 29 primi Element. ęqualis est angulus b g f ipsi a b g angulo. Sed ille deprehendi potest, tam ex lateribus d g & g f, quā instrumēto in terra cōstituto. Ergo b g latere inuēto innotescit etiā a g per 29 primi Triang. Vt tamē inter fodiēdū à recto itinere g a nihil aberremus, ex g magnetis indicio explorabimus, in quā mūdi partē b signū declinet.

PROPOSITIO CXXXIX.

Quomodo latitudinem labentis fluminis liceat metiri.

MAgnam alij difficultatē constituunt in metienda fluminis latitudine, aut quauis alia magnitudine, quæ in Horizontis planicie sita est, propterea quòd humani corporis statura, qua vice catheti vtimur tam sit exigua, vt in trigono rectangulo acutissimus fiat angulus, qui radio visiuo & apparenti latitudine cōprehenditur: maximè verò si conspectæ magnitudinis finis admodum

remotus

remotus fuerit, adeò vt vix vlla notari poſsit differẽtia inter hypotenuſam recti anguli & baſin. Itaq; fit, vt cathetus certum non adferat argumentum, cuius ductu inquiſitam magnitudinem liceat ratiocinari. Quare ſcalas erigunt in ripa, vt euidentiorem ſortiatur altitudinem cathetus & rationem ad reliqua trigoni orthogonij latera. Nos verò paululum mutata ratione nullius quãtitatis dimenſionem facilius expediri poſſe demonſtrabimus, idq; per 26 primi Elementorum. Nam vnica duntaxat obſeruatione iuxta fluminis ripam cõſtituemus aliud locorum interuallum, quod exquiſitè ſit ęquale conſpectæ fluminis latitudini, aut alij quorũuis ſignorum in finientis circuli planicie apparenti diſtantiæ. Vt ergo rem intelligant diſcentes, quoties propoſitum fuerit labentis fluuij explorare latitudinem aſſumpto inſtrumento diligenter obſeruabimus officio perpendiculi & mobilis regulæ, aut pinnacidiorum alterius lateris, ſub quanto magnitudo inquiſita appareat angulo. Quo conſtituto in obliquum circumducemus inſtrumentum iuxta longitudinem ripæ, aut alterius diſtantiæ, quæ ſit in Horizontis planicie, ac ſignum aliquod ſub inuento intuebimur angulo, cuius diſtantiam à perpendiculo in obſeruationis locum demiſſo æqualem exquiſitè dicimus conſtitui inquiſitæ fluminis latitudini. Nulla igitur opus eſt hîc ratiocinatione, cum oblatum ſpacium in terra facillimè liceat metiri. Quòd ſi totam interualli in terra conſpecti magnitudinem nobis explorare per dimenſionem alicuius partis duntaxat officio regulæ proportionis eundem ſcopum aſſequi licebit. His rationibus non tantùm fluminis latitudinem, verumetiam (quantacunq; ſit) apparentem in Horizontis planicie longitudinem, aut diſtantiam locorum certiſsimè licet metiri. Sed hæc, vt perſpicua fiant, ac euidentiora diſcentibus, demonſtratione ſtabilire & pictura illuſtrare non pigebit. Sit igitur latitudo fluminis metienda d f, aut m g. Vt hoc operis expediamus in d ſigno erigatur perpendicularis a d, cui admoto inſtrumento, vt apparet, conſpiciatur locus f ſub angulo f a d, qui ex circumferentia b c facillimè innoteſcit. Eũdem angulum experiemur in m loco, ſi æqualis fuerit latitudo m g ipſi d f & excitetur cathetus k m æqualis a d, dum per lateris pinnacidia g locũ intuemur, demiſſo in terram perpendiculo k m, quod circumferentiam ſecet in l ſigno. His conſtitutis, duabus rationibus explorabimus d f & m g magnitudines. Primò in planiciẽ terrę n r, quę ſit iuxta ripam, conſtituatur perpendicularis n v æqualis a d aut k m, cui applicetur eodem modo quadrans n p s, in quo



ſumatur s p ſegmentum æquale ipſi b c, tum radio viſus per ſignum p in r locum incidente, dicimus r u diſtantiam æqualem eſſe d f. Cum enim vtraque perpendicularis n u & a d per hypotheſin in planiciem Horizontis deſcendat, vterque triangulus n v r, & a d f fit ὀρθογώνιος. Et alter

acutorum r n v est æqualis alteri d a f. Quare cum perpendicularis n v sit æqualis ipsi a d, per vigesimamsextam primi Elementorum r n est æqualis d f inquisitæ fluminis latitudini, quæ minimè latere potest, cum r n facillimam in terra dimensionem admittat. Cæterùm si nolimus totum r n metiri interuallum, etiam ex obseruatione alicuius duntaxat partis, qualis hic est t v quantitatem illius ratiocinari licebit. Extendatur enim ex n in t signum recta, loco radij visiui, quæ circumferentiā instrumēti secet in r signo, & sinum rectum p g arcus s p in l. Quo constituto, secta sunt proportionaliter r n, & v n latera trigoni r n v à sinurecto p g, per secundā sexti Euclidis: quia cum vtraq; p g & t v ad rectos angulos in n v incurrant, etiā sibi inuicē æquidistant. Per eandem verò secundā sexti, eadem est ratio g l ad l p, quæ est v t ad t r. Quare per cōiunctam rationem, vt est g l ad totam g p, ita v t ad totā v r. Sed quantitates g l & l p per scientiam triangulorum, aut filo in quadrante facillimè inueniuntur. Constat igitur etiam ex dimensione solius v t totam v r distātiam & æqualem hinc latitudinem d f inueniri posse. Cæterùm quod antegressa ratio, qua totam v r metimur, sit omnium certissima, quantacunq; etiam offeratur distantia, manifestum est. Nam si in longa ac remota admodum latitudine d f radius visiuus minus exquisitè deprehendat angulum d a f, idem quoque fiet in dimensione v r, vt omnino, quæ sub æqualibus angulis videantur, inter se æquari sit necesse.

PROPOSITIO CXL.

Qua metiendi ratione quantitatem scalarum, quæ à fossa in urbis mœnia extenduntur, liceat explorare.

QVi antegressę propositionis demonstrationem rectè intellexerit, facilè videbit, quomodo magnitudines scalarum, quę extenduntur à fossa in vrbis mœnia, aut in aliam quamcunq; erectam superficiem, liceat explorare. Sunt enim ipsę scalæ vice ὑποτεινούσης in trigono rectangulo, cuius basin eodem modo, quo latitudinem fluminis metiemur: sed alterum acutorum angulorum, si in basin collocemus instrumētum, ac perspiciamus sub quanto circumferentię segmento cathetus appareat. Reliquū operis deinceps absoluemus per 29 primi Regiomōtani. Vt autem res euidētius intelligatur, ad demonstrationem cōtexendam, figurā describemus. Sit ergo triangulus ὀρθογώνιος d c b, & angulus c rectus, cuius ὑποτείνουσα b d magnitudinem scalarum, quæ à citeriori parte fossæ b vsq; in extremitatem mœnium d extendūtur d c cathetus in mœnibus & b c basis, ex cuius dimensione cum angulo d b c quātitatē d b colligemus in hūc modū.



Iuxta

Iuxta præcedentem propositionem erigemus in b signo perpendicularem a b, tum a cum c connexo, per Quadrantem offertur angulus c a b per quem constat ipsa b c. Deinde collocabimus instrumentum in b c, vt obseruemus angulum d b c, quo constituto, per 29 primi Trigonorum inquisitam b d magnitudinem ratiocinabimur. Eodem modo reliquarum omnium, quãtæcunq; sint, scalarum magnitudines inuenientur.

PROPOSITIO CXLI.

Quomodo inter fodiendum iter debeat institui, ut certò inueniamus locum, qui ad perpendiculum consistat sub arce in monte constructa.

CONsiderabimus hic deinceps, qua ratione consilium debeat institui, quoties constitutum fuerit fodiendo per certum iter locum infra terram inuestigare, qui ad perpendiculum consistat sub medio arcis in monte constructę. Id quod adiuti Geometricis dimensionibus non difficulter absoluemus magnetini indicis adminiculo, præsertim si rectum, hoc est, qui nullis sit interruptis diuerticulis, meatum velimus excauare. Si enim ita rem simpliciter expedire placeat, per duas obseruationes duntaxat, iuxta quartam secundi Regiomontani, & deinceps 29 primi eiusdem totius longitudinem meatus & catheti altitudinem, qui ex præfixo loco in finem itineris descendit, ratiocinabimur. Cuius rei exemplum superius in eiaculatione sphærarum è tormento patefactum est. Sed tamen, vt res intelligatur euidentius, quando constitutus fuerit in radice montis inquisiti meatus ingressus siue initium, per eandem rectam lineam instrumenti vsu retrocedemus ad qualemcunq; distantiam, vbi terræ planicies offeratur instituendis accommodata obseruationibus. Prima igitur obseruatione offeretur angulus, cui præfixus obtenditur cathetus in propiore accessu. Secunda obseruatione, si recto hinc discedamus itinere, patefiet alter angulus in remotiore distantia, cui idem cathetus prætenditur. Vtriusq; igitur obseruationis locorũ notato in planicie interuallo, metiemur hypotenusam, quæ subtendit rectum angulum, qui fit ex concursu catheti & inquisiti meatus. Ac alter insuper acutus angulus constat. His ita diligenter exploratis, cum innotescat totius meatus quantitas, facilè videbunt artifices, ne inter fodiendum à vera longitudine aberrent, hoc est, neue citra perpendiculum præfixi loci consistant, aut vlterius excurrant. Nihil inde superest ad operis complementum, nisi, vt explorantes magnetis adminiculo prope meatus ingressum in quam mundi partem deflectat locus in arce pręfixus, vbiq; infra terram obseruemus certum itineris ductum ac situm, donec perueniamus ad metam ex obseruationibus collectam. Hæc quidem est simplicissima consilij instituendi ratio, sed nunc in itinere occurrentibus obstaculis, quomodo sit per diuerticula deflectendum, vt tamen hinc in rectam viam redeamus, operæpretium est, vt consideremus. Hoc non difficulter expediemus per lineas parallelas & æquales, quas ex obseruationibus rectorum angulorum constituemus. Cæterùm hæc cum oculis intuentium, expósita facilius intelligantur, quàm multiplici verborum contextu, ad structuram ἀπόδειξεως progrediemur. Sit ergo præfixus in arce locus k, ex quo perpendicularis extracta per montem ad rectos angulos in inferiorem planiciem g m descendat in m signo, cuius pars in t infra terram occultata propter montis positionem designet hîc totius meatus excauandi longitudinem, quam vt exquisitè metiamur, extendatur eadem recta, per f vsq; in g & f, g signa connectantur cum k. His constitutis, primùm instrumento metiemur angulum k f m: eodem modo in g lo-



cum retrocedentes per circumferentiam in Quadrante h l explorabimus angulum k g m. Iam autem k f m angulo ex duobus rectis sublato, restat angulus g f k. Cum ergo latus f g dimensionem admittat in terra per quartam secundi Triangulorum f k hypotenusam recti anguli f m k colligemus, & per vigesimamnonam primi ex angulo k f m totum iter f m, ac cathetum k m ratiocinabimur. Totus autem meatus m t recta constat. Quare si auferatur segmentum f t ex f m remanebit certa meatus t m longitudo, quæ erat inquisita. Nunc vlterius considerandum est, in quam mundi partem f m deflectat, vt fodiendo recta perueniamus ad perpendicularem k m. Cõmodissimè id efficiemus ex obseruatione loci k, si collocantis instrumentum indicis magnetini in f exploremus, quanto deflectat angulo superficies sub eodem plano cum triangulo k f m consistens ab indice, quemadmodum hîc constituimus s f t. Si ergo hunc vbiq; inter fodiendum exquisitè retineamus, manifestum est iuxta collectam t m longitudinem progressos, in m constitutum ac inquisitum sub arce signum incidisse. Nunc etiam videamus, quomodo si à recto itinere f m digrediendum fuerit, per diuerticula tamen eodem liceat reuerti. Fingamus igitur cum peruentum fuerit ex t in p digrediundum esse. Vt hoc commodius fiat, constituemus per Quadrantem in p signo angulum n p m rectum, ac p n rectam efficiemus fodiendo cuiuscunque velimus quantitatis. Inde vsque in n digressi constituemus ibi simili modo in n angulum p n r rectum, tum excauantes iuxta ductum alterius lateris meatum n r, habebimus ipsum æquidistantem ipsi p m rectæ per 19 theorema primi Elementorum. Eadem ratione efficiemus angulum n r d rectum. Si hinc per rectam lineam digrediamur ex r in d erit ipsa r d parallela n p. Ita sit parallela d s ipsi p m, s t, d r, t h, d s, ac p m. In ipsa t h etiam constituimus instrumentum magnetis, cuius index q deflectat à c, quantum s à t. Sic æquidistet h q ipsi s t, q i p m, & i m, n p, ità vt rectæ n p, d r, cui æquatur s t, & h q, coniunctæ sint æquales i m, item n r, d s, t h, & q i connexę constituant magnitudinem p m. Hinc manifestum erit per diuerticula nos rectè in m signum redijsse, quod exquisitè constat ad perpendiculum sub k loco præfixo.

PROPOSITIO CXLII.

Quomodo situs alicuius urbis sit explorandus, ut interiorum partium constitutionis & distantiarum ratio à singulis extra circumiacentibus locis exquisitè innotescat.

EXplorabimus hîc quibus dimensionum rationibus totius vrbis situs ita deprehendi posit, vt quarumuis interiorum partium collocationes & interualla, quibus non solùm à se inuicem verumetiam à singulis extra mœnia circumiacentibus locis distant, certisimè inueniantur. Manifestum est autem has distantiarum lineas magna ex parte sub terra delitescere, cum interpositis ædificijs & mœnibus vbiq; ferè prospectus intercipiatur. Sed tamen ne secretisimum quidem angulum inueniri posse, cuius altitudinis differentia, quam aliorum respectu locorum sortiatur, distantiarum metæ, & quãto Horizontis circuli segmento ad certam mundi plagam ab eodem declinet, obseruari nequeat, euidentibus demonstrationibus ostendemus. Quam multiplicem commoditatem ea res adferat, experientur illi, quibus aquæ ex fontibus in certas vrbis partes deriuandæ sint, & qui castrorum obsidionis tempore à certis mœnium locis, aut turribus, è quibus sphæras eiaculari debeant, distantias exploratas habere cupient. Etsi enim alibi demonstrauerim, qua ratione ex turribus apparentium castrorum situs & interualla deprehendi posint, tamen cum huiuscemodi occasiones vbiq; non offerantur, licebit hîc non solùm tutius, sed etiam expeditius easdem obseruationes absoluere. Ad totam huius negocij tractationem simplicisimè duo loca assumemus, quorum alterum extra vrbis mœnia, alterum intra constitutum esse oporteat. Ex accurata consideratione situum, & interualli inter ea cõclusi, reliquorum obseruationes sine omni difficultate expediemus. Vtq; hoc euidentius intelligatur, extra vrbis mœnia, vbi commodisimus apparuerit locus, signum aliquod constituemus, à quo per rectisimam viam progressus pateat in aliquam vrbis partem. Huius itineris longitudinem exquisitisimis dimensionibus explorare oportebit. His ita constitutis, cuiusuis alterius loci distantiam ab eadem interiore vrbis parte, quibuscunq; etiam fuerit obstructionibus aut impedimentis interclusa, in hunc modum obseruabimus. Cum designata fuerit à constituto signo illius processus, qui in præfixam vrbis partem extenditur, linea, Quadrante assumpto explorabimus quantitatem anguli, quo apparentis loci situs ab ea distiterit. Deinde non minus accurata dimensione magnitudinem distantiæ inter hoc signum & præscriptum locum interceptæ inquiremus. Qua inuenta per 49 primi Regiomontani reliquum operis absoluemus. Eadem ratione ad reliquorum apparentium locorum ab eadem vrbis parte distantias explorandas progrediemur. Quòd si aliqua in sitibus altitudinum differentia fuerit, ex obseruatione libellæ licet deprehendere. Cæterùm quo summam totius rei euidentius discentes percipiant, figuram subijciemus. Sit ergo in constituta vrbis parte locus a, ex quo recta pateat progressus extra mœnia vsq; in signum g. Intra eandem vrbem in alijs locis designentur c, b, d, f. Extra vrbem in circumiacentibus locis collocentur signa h, k, l, & m, ita vt prospectus pateat ex g in h. h in k, k in l, l in m, m n, & n g. Sint autem primò exploranda interualla h, k, l, m, n. à sola præfixa vrbis parte a, quæ constant hîc lineis a h, a k, a l, a m, & a n. Vt hoc operis absoluamus, totius itineris ex a in g longitudinem exquisitis dimensionibus explorari oportere constituimus. Quo concesso, primùm ad obseruationem h a rectæ progredimur. Cum enim ex g prospe-



ctus pertingat in h, angulum a g h instrumẽto licet metiri. Sed & h g signorũ interuallũ in terræ superficie deprehendimus. Quare cum antea a g sit per hypothesin data per 49 primi Regiomontani reliquum latus a h, trianguli h a g cognoscitur. Et cum per eandem inueniantur anguli h a g, & a h g manifestè constabit, etsi tota ferè b a sub interpositis mœnibus & ædificijs lateat, quanto circuli segmento sit visus radius reflectendus a g b recta, vt exquisitè in eam mœnium partem dirigatur, quæ per eandem rectam in a tendat. Eodem modo in a patefiet, vbinam pars rectæ, quæ ex a in h procedit, consignanda foret. Simili obseruatione per dimensionem quantitatis h k & anguli k h a, innotescit distantia k a vnà cum reliquis angulis a k h & h a k. Atq; hinc manifestum est, quomodo ex obseruatione antecedentium linearum, proximè sequentium magnitudines inueniantur. Nam iterum ex inuentis a k & k l ratiocinamur ipsam a l. Sic reliquas deinceps m a & n a. Non dissimili obseruandi ratione efficiemus, vt reliquarum interiorum partium, nimirum c, b, d, f, ab exterioribus signis h, k, l, m, n interualla innotescant. Sit enim, exempli gratia, inuenienda nobis distantia b ab h. Primò connectantur recta linea b & a puncta. Cum ergo paulò ante sit inuenta quantitas a h & quanto ab ipsa a g angulo declinet facilè per instrumẽtum obseruabimus angulum b a h, sed ipsam b a rectam intra vrbem licet metiri. Quare per 49 primi Regiomõtani reliquum latus h b in lucem emergit, & per eandem ex angulo h b a versus quam partẽ procedat illa portio ipsius b h, quæ intra vrbem designari potest, manifestè patet. Eodem modo si copulentur recta linea a & d cognoscitur distantia ipsius d à reliquis omnibus circũiacentibus signis. Sic etiam cõstat magnitudo interualli c n, producta c a recta. His ita cõsyderatis, sine negocio apparebit, quęnã sit ratio situũ, quę existere possit ex differẽtijs altitudinũ, si loca singula cum alijs cõferre voluerimus. Sit enim, verbi gratia, nobis explorandũ quę sit ratio altitudinis ipsius a loci ad singula, quę exterius eũ circumstãt, h, k, l, m, n signa. Tum primò omniũ ex obseruatione libellæ sitũ ipsius a respectu g deprehendemus: deinde sequentiũ omniũ punctorũ altitudines cũ eodẽ g cõferemus, ita etiam innotescit quã habẽt rationẽ in situ ad ipsum a. Si enim a fuerit infra sitũ g, & g infra h vtrãq; differẽtiã cõiungemus, vt pateat totus excessus h supra a. Quòd si h fuerit infra g ex differẽtia altitudinũ, a & h consequemur eundem scopũ. Ita poterimus cõferre situm k & sequentiũ ad h, aut g. Nec diuersa ratione explorabimus reliquorũ c, b, d, f situ ad quæuis exteriora

signa,

signa. Cum enim fuerit deprehensus a & h situs, & experiri liceat situ b ad a, etiam ad ipsum b patefiet. Idem sentiendum est de situ interiorum omniū partium ad quævis exteriora puncta.

PROPOSITIO CXLIII.

Quomodo cum à recto itinere occurrentibus obstaculis deflectendum fuerit, eodem liceat reuerti.

CVm sæpenumero in recto itinere progressus occurrentibus aut montibus, aut fluminibus intercipiatur, non abs re fuerit, si aliquam hîc considerationem instituamus, qua certò liceat deprehendere, vt cum per diuerticula deflexerimus, in rectam viam reuertamur. Ad hoc in primis opus fuerit, vt in ipso processus loco angulum positionis eius metæ, in quam contendere velimus, exquisitè constituamus. Qua ratione id efficiendum sit, id alibi nobis explicatum est. Hoc ita constituto, obseruabimus primùm in ea itineris parte à qua declinandum fuerit, quantitatem anguli ipsius digreßionis. Dehinc in processu totius diuerticuli longitudinem accuratè metiemur, vnà cum angulo reflexionis eius lineæ, quæ in rectam prioris itineris dirigitur. Quanta hæc futura sit ex obseruatione horum angulorum & dimensione notæ declinationis lineæ per 4 secundi Triangulorum experiemur. Sed cùm facilius exemplis hæc intelligantur, quàm longiore verborum contextu, figuram subijcere non pigebit. Sit ergo progressus institutus ex a signo per rectam lineam in f, cuius verū situ respectu eiusdem a per angulum positionis antea constare præsupponimus, Per hanc autem nullus pateat ingressus, nisi proxime per rectarū linearum diuerticula, nimirū a c, c b, b d, & d f. Connectantur ergo rectis lineis b f a signa, quæ sint b a, & b f.



Primùm hîc designata propè a portione aliqua ipsius f a, per instrumentum obseruentur anguli f a b, & b a c. Hinc cum vlterius instituitur processus ex a in c, innotescit tota c a. & cum ex c fit reflexus in b deprehenditur angulus b c a. In vlteriori processu obseruatur longitudo c b. Quare dupliciter licet inuenire ipsam b a, nimirum aut ex duobus lateribus notis certū b c a angulum comprehendentibus, per 49 primi Triangulorum, aut etiam ignorato vel neglecto b c latere, ex constitutis b c a, & b a c angulis inuento lateri c a insidentibus, per 52 primi Triangulorum. His ita constitutis, cum peruētum fuerit in b signum, ex inspectione a & f instrumento percipiemus angulum f b a. Similiter ergo per eandem 52 primi patefiet reliquum latus b f trianguli b f a. Ex eodem b puncto considerata diuerticuli b d magnitudine inuestigabimus angulum f b d. Cum ergo detur latus f b, quod etiam triangulo d f b est commune, reliqua linea reflexionis ex d versus f per 49 primi antea citatam in lucem prodibit. Quantus autem sit reflexus ipsius d f d

b d ex inquisitione anguli f d b cognoscetur. Constat igitur nos ex diverticulis a c,c b,b d,& d f in rectam a f cursum reflexisse. Cæterùm quantum sit interuallum f ab a signo ex datis f b & b a lateribus constitutum f b a angulum complectentibus, per eandem 49 primi inuestigamus. Quòd si ex b nondum apparuerit locus f pro arbitrio, aut loci opportunitate ipsam f b reflectemus ab a b, obseruatis tamen angulis f b a & f b d. Quare cum fuerit in d peruentum ex apparente f signo, offeretur angulus f d b. Hinc nota b d recta, reliquæ d f,& b f inuenientur, id quod demonstratione conficiendum erat.

SECTIO SEPTIMA, DE OBSERVATIONIBVS GEOGRAPHICIS.

PROPOSITIO CXLIIII.

Quanta pars terræ singulis maximi circuli cælestis gradibus respondeat, certa dimensione explorare.

IN hac vltima sectione multiplices Geographicarum obseruationum rationes ac modos explicabimus, quarum vsus non solùm peregrinantibus in terra verumetiam nauigantibus in Oceano vtilissimus erit. In qua tractatione operæpretium fuerit, vt primùm omnium consideremus, quibus obseruationibus artifices magnitudinem ambitus sphæræ terrestris experiri soleant, cuius cognitio ad exquisite numerãdas quorumuis locorum distantias necessaria est. vtq; rem ipsam penitius introspiciant iuniores, nouerint ex sententia Ptolemæi & omnium artificum consentientibus testimonijs terræ molem cum aqua conglobatam secundum vniuersas sui partes ad sensum proximè ad figuram sphæricam accedere. Verba Ptolemæi libro μεγάλης συντάξεως cap.3 sunt hæc: ὅτι δὲ καὶ ἡ γῆ σφαιροειδής ἐστι πρὸς αἴσθησιν, ὡς καθ᾽ ὅλα μέρη λαμβανομένη, μάλιστ᾽ ἂν οὕτως κατανοήσαιμεν. τὸν ἥλιον γὰρ πάλιν καὶ τὴν σελήνην, καὶ τοὺς ἄλλους ἀστέρας ἐστὶν ἰδεῖν, οὐχ ὑπὸ τὸ αὐτὸ πᾶσι τοῖς ἐπὶ τῆς γῆς ἀνατέλλοντάς τε καὶ δύνοντας, ἀλλὰ προτέροις μὲν ἀεὶ τοῖς πρὸς ἀνατολὰς οἰκοῦσιν, ὑστέροις δὲ τοῖς πρὸς δυσμάς. &c. Quo constituto, si alicuius duntaxat terrestris circumferentiæ segmenti quantitatem certa dimensione exploratam habuerimus, iuxta exquisitum circuli artificium totius ambitus absoluemus magnitudinem. Eruditè autem huius dimensionis rationem ex obseruatione altitudinis poli supra duo loca, quæ sub eodem Meridiano consistant, extruxerunt artifices. Si enim locus primæ obseruationis propius ad Aequatorem accesserit altero, per instrumentum explorata poli altitudo maior hîc inuenietur, quàm illic. Vtriusq; verò altitudinis differentia indicat segmentum Meridiani circuli inter constituta loca intercepti, quod eandem conseruat rationem ad totam circumferentiam, quam illorum distantia locorum ad totum ambitum terræ, qui est sub eodem plano Meridiani circuli. Ex his magnitudinibus tres explorari possunt facillimè. Quare per canonem proportionis institutam quæstionẽ soluemus. Hoc constituto per artificium circuli colligemus etiam terræ centri à circumferentia, siue superficie distantiam. Nam iuxta Archimedis demonstrationem eadem est ratio totius circuli ad semissem dimetientis proximè, quæ 22 ad 7. Sed hæc in sequenti schemate demonstrata facilius intelligentur. Sit ergo Meridianus

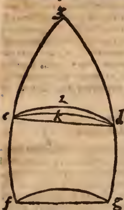
Meridianus circulus a g h ſuper f centro vniuerſi deſcriptus, qui intra ſe contineat ambitum terræ c d l ſub eodem plano. In eo ſumatur locus c, Auguſta Vindelicorum, qui iuxta experiẽtiam Petri Appiani cum d ſitu Erphordię ſub eodem Meridiano conſiſtit. Et ex f centro extendantur rectæ per c & d in a & b ſigna, quæ ſunt κατὰ κορυφὴν. In e ſit polus mundi. Si nunc ab a numeres quadrantẽ in g & à b in h, in quę ex f rectas extẽdas, erit f g Horizõ loci c & f h loci d. His cõſtitutis, in d per inſtrumentũ obſeruãti altitudinẽ poli offeretur arcus e h, ſed in c loco obſeruãti eandẽ offeretur e g. Eſt igitur vtriuſq; differẽtia g h, cui ęquale dicimus eſſe ſegmẽtũ a b. Cũ enim a g ſit Quadrans, & b h eiuſdem circuli, vterq; vt alteri adęquetur eſt neceſſe. Sed vtriq; cõmunis eſt b g circũferentia, qua ſublata, relinquitur a b, ipſi g h ęquale. Cũ igitur ex eodem cẽtro f deſignati ſint circuli c d l & a b h, ſegmentum c d eſt ſimile a b, ac eadẽ ratio c d ad c d l, quæ eſt a b ad totũ a h b circulum. Conſtat aũt ex obſeruatione poli altitudinis a b, & ex dimenſione itineris c in d ſegmentũ c d. Quare totus c l d ambitus non latebit. Sunt autem artificum hac de re variæ obſeruationes. Nam Eratoſthenes, Macrobius, & Theodoſius philoſophi conſtituunt ex ſuis obſeruationibus totum c l d ambitum continere 252000 ſtadia, ita vt vni ex 360 circuli ſegmentis cõueniant 700. Ex obſeruationibus Appiani idem ambitus complectitur 5400 miliaria Germanica. Si hinc velimus iuxta circuli artificium ratiocinari diſtantiam terræ centri à ſuperficie, collocatis in hunc ordinem numeris 22, 7, 5400, per canonem proportionis offeretur quantitas dimetientis 1719 [illegible], cuius ſemiſsis eſt 859 [illegible] Germanicorum miliarium. Velim autem, vt aman" tes veritatis repetitis " obſeruationibus rem ipſam diligentius explorent, nec aliorum artificum opinionibus hîc ſecurè confidant.

PROPOSITIO CXLV.

Ratio dimetiendi locorum diſtantias.

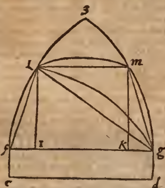
EXplicauimus alibi qua ratione locorum longitudines & latitudines inueniri debeant, quarum cognitio ad ſupputandas eorundem breuiſsimas diſtantias, quæ ſemper maximorum circulorum ſegmentis comprehenduntur, omnino neceſſaria exiſtit. Has diſtantias numerandi rationem viſum eſt hic copioſius pertractare, propterea quòd in Geographia non mediocrem ea res vtilitatem pariat. Primùm omnium ſcire licet locorum conſtitutiones, aut ſitus, quorum inquiruntur interualla, eſſe multiplices. Aut enim duo, quæ offeruntur loca in eandem mundi partem, nimirum Septẽtrionis vel Meridiei ab Aequatore declinant, aut altero conſtituto in Septentrione, alter in Meridiem deflectit. Iterum ſi in eadem mundi parte cõſtiterint, aut ſub eodem ſunt Meridiano, differentibus tamen latitudinibus, aut æquales ſortiuntur latitudines ſub differentibus Meridianis ita vt in eodem collocentur parallelo: aut loco differentes Meridianos & parallelos occupant. Eandem etiam varietatem de ijs locis, quæ vtrumq; ab Aequatore in diuerſas partes declinant, non eſt difficile intelligere. His conſtitutis, manifeſtum eſt nullas locòrum diſtantias expeditius inueniri poſſe, quàm quæ ſub eodem Meridiano conſtituuntur: ſiquidem antea certam maximæ terræ circumferentiæ dimenſionem demonſtrauerim, qua conſtat vni ex 360 æqualibus circuli partibus competere 15 miliaria Germanica. Exempli gratia ſub eodem Meridiano conſtituit Orontius Fineus Lutetiam Pariſiorum & Narbonam prouinciam. Latitudo Pariſienſis

eſt 48 partium 30 ſcrupul. Narbonæ prouinciæ 42 partium. Quare hac ab illa ſubtracta, reſtat vtriuſq; loci differentia 6 part 30 ſcrupul. quę reſpondent miliaribus Germanicis 97 cum ſemiſſe. Idem Petrus Appianus ſub eodem Meridiano collocat Auguſtam & Erfordiam, nimirum in longitudine 28 partiū, 31 ſcrupul: Latitudo Auguſtæ eſt 48 partium, 20 ſcrupul. Sed Erfordiæ 51 partium, 10 ſcrupul. differentia vtriuſq; latitudinis 2 part. 50 ſcrupul. quæ conuerſa in Germanica miliaria, conſtituit 42. Tanta eſt Auguſtæ & Erfordiæ diſtantia. Hinc viceuerſa facillimum fuerit diſtātiam cognitam in partes circuli conuertere: vt ex vnius cognita latitudine, alterius etiam latitudo ſine negocio innoteſcat. In præſenti exemplo diſtantia inuenta eſt 42 miliar. quæ reſtituit partes 2, ſcrupul. 50. Et cum vlterius in Septentrionem tendat Erfordia, cuius latitudo nota conſtituitur 51 part. 10 ſcrupul. quàm Auguſta, hæc differentia ab illius latitudine ſubtracta, reſtituit 48 partes, 20 ſcrup. aut notæ latitudini Auguſtanæ eadem differentia adijciatur, & prodibit Erfordienſis latitudo 51 part. 10 ſcrupul. His cognitis, videamus quomodo locorum interualla, quę ſub æquali poli altitudine ſita ſunt, inueniantur. Et hîc obſeruandum eſt huiuſcemodi locorum interſtitia ex ſegmento maximi circuli adminiculo dimetientis eius paralleli, quem locus vterq; poſsidet, inueſtiganda eſſe. Hoc quomodo fiat ex ſequenti ſchemate euidentius apparebit. Sint duo loca c & d in eodem parallelo c l d conſiſtentia, quorum diſtantia ex maximi circuli ſegmento c k d ſit inuenienda. Differētiam vtriuſq; longitudinis in Aequatore ſubtendit chorda f g. ducantur nunc ex ſignis f & g per loca c d Quadrantes, qui in b polo arctico cōcurrant. Conſiderandum eſt iam, quòd ſegmentum c d parallelę ſimile ſit ſegmento f g Aequatoris. Nam vtrumq; differentiā longitudinis, quæ inter duos Quadrantes Meridianorum intercipitur, comprehendit. Quare ſimilia ſegmenta ſubtendentes lineæ, ſimiles erunt & proportionales. Conſtat autem ſegmentum aliquod Aequatoris ſubtendentē ad ſimile ſegmentum paralleli ſubtendentem eam habere rationem, quam habet dimetiens illius ad dimetientem huius. Ergo recta f g ad rectam c d eam habet rationem, quam diameter Aequatoris ad diametrum paralleli dati. Ex his autem tres quantitates ſunt notæ: videlicet diameter Aequatoris, & chorda f g, quæ ſubtendit differentiam longitudinis, & duplum ſinus arcus complementi latitudinis, quod dimetientis locum ſubit. Ergo per regulam proportionum quarta quantitas, nimirum chorda c d innoteſcet. Atque hîc ſcire licet in operatione nobis eundem vſum præſtare ſinus, quàm chordæ. Nam eadem eſt ratio ſinuum inter ſe, quæ chordarum æqualia aut ſimilia ſegmenta ſubtendentium. Si multiplicaueris ergo ſinum ſemiſsis differentiæ longitudinum in ſinum complementi latitudinis, & productum in totum partitus fueris, ſinus diſtantiæ locorum exibit. Exempli gratia, conſtituit Appianus Viennam Auſtriæ & Auguſtam ſub latitudine 48 partium, 20 ſcrupu. Longitudo Viennæ eſt 35 partium, 8 minut. Auguſtæ 28 part. 31 ſcrupul. differentia vtriuſq; 6 partium, 37 minut. cuius ſemiſsis 3 part. 18 min. & ſinus rectus 5756 multiplicatur in ſinum latitudinis complementi 41 part. 40 ſcrupul. qui eſt 66479, tum productus in totum diuiſus, reddit 3826, cuius arcus 2 part. 12

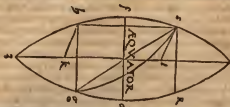


ſcrupul.

ſcrupul.& duplum 4 part.24 ſcrupul.quæ conficiunt veram vtriuſque loci diſtantiam 66 miliar.Germanicorum.Eodem modo Lutetia Pariſiorum,& Remenſis Campaniæ metropolis habent altitudinem poli arctici 48 part.30 minut. Longitudo Pariſienſis eſt 23 part.Remenſis 25.Quare differentia 2 partium,cuius ſemiſsis ſinus eſt 1745.Complementum latitudinis eſt 41 partium, 30 minut.& ſinus rectus 66262,qui ductus in primum conſtituit 115627190, & hic diuiſus in totum,reſtituit 1156,cuius circumferentia 40 ſcrupul.Ergo totius diſtantiæ arcus eſt vnius partis, 20 ſcrupul.qui conficit 20 milia Germanica. Sequitur nunc deinceps,vt inquiramus modum, quo facillimè & certiſſimè inueniantur eorum locorum interualla,quæ ſub differentibus loco Meridianis & parallelis collocantur.Aſſumantur duo loca in ſignis l & g,quorum longitudinis differentiam in Aequatore ſubtendit c d recta, ex quo ducantur quadrantes Meridianorũ per ipſa loca in b polum arcticum, qui ſint a b & c b. Erit latitudo loci g circumferentia g d,& loci l circumferentia l c.Ducatur etiam recta vnà cum ſegmento maximi circuli ex l in g, quod hic diſtantiam locorum l & g comprehendit. Præterea ex ſignis g & l trahantur chordæ, quę ſubtendant in ſuis parallelis ſegmenta differentiæ longitudinum, & ſint g f,& l m. Differentiam vtriuſq; latitudinis cõprehendunt arcus l f & m g,quibus etiam chordæ ſuę ſubtendantur. Et ex ſignis l & m per 12 primi Elemẽtorum Euclidis demittãtur catheti in ipſam f g rectã, quam contingant in punctis i & k.Cõſtituuntur nunc ex hypotheſi locorũ l & g tam lõgitudines,quàm latitudines notę. Quare arcus differentiæ latitudinũ m g,& l f,qui ſunt ęquales,vnà cum ſuis ſubtẽſis dãtur. Inſuper oſtendimus ſuperius quomodo ex recta c d cognita inueniãtur chordę f g & l m in ſuis circulis ſimilia ſegmẽta ſubtendentes.Hinc quadrangulũ l m i k,per 29 primi Elementorũ demonſtratur eſſe parallelogrãmum: & oppoſita latera,nempe l i,ipſi m k & l m rectæ i k,per 34 primi Elementorum æqualia.His confirmatis,dicimus primum rectas f i & k g quæ cõiunctę conſtituunt differentiam,qua f g excedit ipſam l m,æquales eſſe.Nam triãguli l f i quadrata laterũ l i & f i æqualia ſunt quadrato f l per penultimã primi Elementorũ,& per eandem triãguli m k g quadrata laterũ rectũ angulum ambientium m k & k g ęquãtur quadrato rectũ angulum ſubtẽdentis m g.Adhæc cũ l f recta ſit ęqualis ex hypotheſi m g:earũ quadrata neceſſaria erũt æqualia: & per cõmunẽ ſententiã,quę eiſdẽ ſunt ęqualia,etiã inter ſe ſunt æqualia. Quare ſequitur l i & i f ęqualia eſſe quadratis linearũ m k & k g.Et ex his cũ etiã ſint ęquales l i & m k earũdẽ quadrata ſibi inuicẽ ęquãtur.vnde ſequitur quadratũ f i quadrato k g ęquari,& radicẽ f i radici k g.Quare vtraq; cõprehẽdit ſemiſſem differẽtię,qua f g ſuperat rectã l m:id quod oportebat demõſtrare.Praxis totius negocij abſoluitur hoc modo. Subducas rectã l m ex f g & remanẽtis differentię ſemiſſem iterũ ex tota f g tollas.Hinc tibi baſis orthogonij triãguli l i g conſurget.Præterea ſi inuentæ differentiæ ſemiſſem quadratè multiplicaueris,& productum ex quadrato f l chordæ ſubtraxeris, remanebit quadratũ



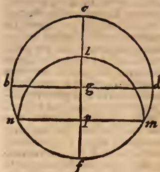
l i catheti, ex quo radix l ſ facilè innoteſcet. Iam in orthogonio triangulo l i g nota ſunt duo latera rectum angulum ambientia: quare per quadrageſimamſeptimam primi Elementorum latus l g rectum angulum ſubtendens non latebit. Tandem ex ſinuum tabulis ſegmentum diſtantiæ locorum l & g innoteſcet. Conſtituamus maioris euidentiæ cauſa Auguſtam Rhetiæ in l, Hieruſalem Iudææ, ſiue Paleſtinæ in g. Longitudo Auguſtæ eſt 28 part. 31 ſcrupul. latitudo 48 partium, 20 ſcrupul. Longitudo Hieruſalem eſt 66 partium, 0 minut. latitudo 31 partium 40 minut. Differentia longitudinis vtriuſque 37 part. 29 ſcrupul. quam in Aequatore ſubtendit chorda c d. Differentia vtriuſque latitudinis, ſcilicet m g & l f 16 partium, 40 ſcrupul. cuius ſemiſsis eſt 8 partium, 20 ſcrupul, & ſinus 14493, qui duplicatus conſtituit chordam l f, aut m g 28986. His conſtitutis, progrediamur ad inueſtigationem chordarum l m & f g. Semiſsis differentiæ longitudinum eſt 18 part. 44 ſcrupul. cui ſubtenditur 32116 ſinus. Complementum 48 partium, 20 minut. eſt 41 part. 40 minut. & ſinus 66479, qui multiplicatus in præcedentem conſtituit 2135039564, & hic diuiſus in totum, reddit ſemiſſem chordæ l m 21350. Eſt ergo tota 42700. Complementum 31 part. 40 ſcrupul. eſt 58 part. 20 ſcrupul. & ſinus rectus 85111, qui multiplicetur etiã in 32116, & cõſurget 2733424876, qui diſtributus in totum, reſtituit medium chordæ f g 27334. Tota ergo f g eſt 54668. Si nunc ſubduxeris rectam l m ex recta f g, remanebit differentia 11968, cuius ſemiſsis 5984 adiecta l m, aut ſubtracta ex f g, producit ipſam i g 48684, & eadem ſemiſsis lineam f i patefacit, cuius Quadratum eſt 35808256. Hoc ſubtractum ex Quadrato f l, quod eſt 840188196, reſtituit Quadratum l i 804379940, & Quadratum i g, eſt 2370131856, ex quibus coniunctis naſcitur Quadratum l g per penultimam primi Elementorum 3174511796, cuius radix eſt 56341, & ſemiſsis huius 28170, cuius circumferentia inuenitur ex ſinuum tabulis 16 part. 22 minut. Duplum huius eſt 32 part. 44 minut. ſcilicet ſegmentum l g, quod reſpondet Germanicis miliar. 491. Sequitur deinceps, vt etiam illorum locorum, quæ in diuerſas ab Aequatore mundi partes declinant, diſtantias inueniendi rationem ſubijciamus. Ex his alia ſortiuntur æquales ab Aequatore latitudines, alia differentes. Quòd ſi nunc vtriuſque loci detur inæqualis latitudo, non erit difficile ex præcedenti figura collatis ſegmentis parallelorum & ſubtenſis chordis trigoni rectanguli hypotenuſam ſegmentum diſtantiæ ſubtendentem inuenire. Cuius rei figuram nullam ſubijcimus, cum ipſa res per ſe ſatis manifeſta ſit. Sed ſi offerantur duo loca, quorum paralleli æqualiter ab Aequatore diſtiterint, chordam ſegmenti diſtantiæ inueniemus in hunc modum. Offerantur duo loca s & g



ſub Meridianis c s b & c d b, qui in polis mundi c & b concurrant. Et ex ſignis s & g ducantur chordæ s r & g h, quæ in ſuis circulis ſubtendunt differentiam longitudinis vtriuſque loci. Duplum vtriuſque latitudinis ſubtendat chorda s h, ſegmentum diſtantiæ s g. Ex polo c in b deſignetur axis mundi

c b,

c b, qui cum transeat per centrum Aequatoris f d, etiam transibit per centra datorum παραλλήλων, sicut ex 22 tertij Triangulorum Regiomontani colligitur. Constituamus igitur centrum paralleli s r in l, & paralleli h g in signo k. Ex his ducantur semidiametri l s & k h. Demonstrabimus hic angulum h trianguli s h g esse rectum. Nam planæ superficies parallelorum, quæ per g & s pūcta ducuntur, sub Meridiano c f b, in rectum s l & h k dissecantur. Quare cōmunes earundem sectiones per decimamsextam vndecimi Elementorum sunt parallelæ, & recta s l æquidistat, & æqualis est rectæ h k, cum sint æqualium circulorum semidiametri. Iam verò parallelas & æquales rectæ lineæ ad easdem partes contingentes per trigesimamtertiam primi Elementorum inter se sunt æquales & parallelæ. Aequidistat igitur & æqualis est s h ipsi l k. Porrò axis l k in planas παραλλήλων superficies πρὸς ὀρθὰς incidit, per octauam vndecimi Elementorum. Quare angulus h trigoni s h g rectus est, id quod oportebat demonstrari. Si igitur chordas s h & h g quadratè multiplicaueris: nascetur quadratum hypotenusæ s g per penultimam primi Elementorum, ex quo deinceps extracta radix s g segmentum distantiæ vtriusque loci ex sinuum tabulis patefaciet. Sit, exempli gratia, vtriusq; loci ab Aequatore f d distantia 15 partium, cuius complementum 75 part. & differentia longitudinis 10. Assumantur autem ex tabulis sinuum pro chordis circumferentiarum sinus recti: nam per quartam sexti Elementorum eandem inter se rationem custodiunt in triangulo s h g. semisses laterum, quas tota. Sinus rectus semisis differentiæ longitudinum est 8715, qui multiplicatur in sinum complementi latitudinis, qui est 96592. Hinc consurgit 841799280, qui diuisus in totum, reddit 8417, nimirum semissem chordæ h g, qui si multiplicatur quadratè, exoritur 70845889. Sinus rectus 15 partium est 25881, cuius quadratum offertur 669826161. Ex coniunctis his quadratis emergit quadratum semisis rectæ s g, 740672050, cuius radix est 27215, cui in tabulis sinuum prætenditur circumferentia 15 part. 47 scrup. Quare totum segmentum s g est 31 partium 34 scrupul. quæ conficiunt miliaria Germanica 473. Hactenus explicauimus omnium facillimas locorum distantias supputandi rationes, nunc si cui scire libet, quomodo eædem inueniantur ex trapezijs æquicrurijs iuxta traditionem Munsteri, ex sequentibus obseruet licebit. Assumpsit autem Augustam Rauracorum, cuius distantiam ab Hierusalem Palestinæ ex dimetiente trapezij quadranguli inquirit. Cuius duo latera æquicruria constituunt latitudinum differentiæ, reliqua verò segmenta differentiæ longitudinum in parallelis. Necessarium est igitur, vt primò omnium quantitatem circumferentiarum, quibus in parallelis circulis longitudinum differentiæ constant, inuenire doceamus. Has non difficile fuerit inuenire, si demonstrauerimus quemcunque maximorum circulorum, qui in sphæra describi possunt, ad datum quemlibet ipsi παράλληλον eam obtinere rationem, quam sinus totus habet ad sinum complementi distantiæ eiusdem paralleli ab ipso circulo maximo. Quod vt facilius intelligatur designetur circulus maximus, qui sit alicuius loci Meridianus c b d f. semicirculus etiam b e d repræsentet Aequatorem. Nam ad planam Meridiani superficiem πρὸς ὀρθὰς erectus intelligi potest, ita vt vtriusque dimetiens in sectione b g d fit. Eidem æquidistet minor semicirculus n l m, cuius centrum p, & dimetiens n p m. Transmittatur etiam ex c per centra Aequatoris & paralleli g p axis mundi in f polum, qui sit c f, & ad rectos angulos b g d sectionis lineam in g dispescat. Nam centra & poli omnium παραλλήλων circulorum in eadem recta sunt linea, sicut ex corollario vigesimæsecundæ propositionis libri tertij Triangulorum Regiomontani manifestè patet. Constat igitur per sinuum



definitionem b g esse sinum maximum siue Quadrantis circuli, & n p sinum rectum arcus n f, qui est complementum distantiæ paralleli ab Aequatore. Iam verò dimetientes circulorum, vel quæ ex centris ducuntur lineæ eam inter se custodiunt rationem, quam ipsorum circuli inter se habent. Aequinoctialis igitur b c d ad παράλληλον n l m eam habet rationem, quam recta b g ad rectam n p. Easdem etiam rationes similia segmenta circulorum, nimirum partes ad partem, & scrupulus ad similem scrupulum conseruant. Ex quatuor hisce quantitatibus notæ sunt 3, nempe sinus totus b g, sinus complementi distantiæ paralleli ab Aequatore, & circulus eiusdem Aequatoris. Quare ex proportionum regula quarta quantitas innotescet. Constituamus, exempli gratia, distantiam paralleli n l m ab Aequatore partium 40, & propositum sit inuestigare quantitatem circumferentiæ n l quam habet respectu b c. Complementum 40 partium est 50, cuius sinus rectus 76604, qui ducitur in 90 partes, & exurgunt 6894360, quæ distributæ in sinum totum restituunt 68 partes 56 scrupul. 36 secund. Atqui tot partes habet circumferentia n l, quarum maximi circuli Quadrans habet 90. Eodem artificio sequentes tabulæ constructæ sunt, quarum exemplo in alijs etiam partibus eædem circumferentiæ supputari possunt.

TABVLA

TABVLA QVAE CONVERTIT PARTES CIRculorum parallelorum in partes Æquatoris: & aliàs dicitur tabula conuersionum gradus extra Æquinoctialem in gradus Æquinoctialis.

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.	Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.	Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
0	30	59	59	0	16	0	57	40	9	31	0	51	25	16
1	0	59	59	1	16	30	57	31	9	31	30	51	9	17
1	30	59	58	1	17	0	57	22	9	32	0	50	52	17
2	0	59	57	1	17	30	57	13	10	32	30	50	36	17
2	30	59	56	1	18	0	57	3	10	33	0	50	19	17
3	0	59	55	2	18	30	56	53	10	33	30	50	1	18
3	30	59	53	2	19	0	56	43	10	34	0	49	44	18
4	0	59	51	2	19	30	56	33	11	34	30	49	26	18
4	30	59	48	2	20	0	56	22	11	35	0	49	8	18
5	0	59	43	3	20	30	56	11	11	35	30	48	50	18
5	30	59	43	3	21	0	56	0	11	36	0	48	32	18
6	0	59	39	3	21	30	55	49	12	36	30	48	13	18
6	30	59	36	3	22	0	55	37	12	37	0	47	55	19
7	0	59	33	4	22	30	55	25	12	37	30	47	36	19
7	30	59	29	4	23	0	55	13	12	38	0	47	36	19
8	0	59	24	4	23	30	55	1	13	38	30	46	57	20
8	30	59	20	5	24	0	54	48	13	39	0	46	37	20
9	0	59	15	5	24	30	54	35	13	39	30	46	17	20
9	30	59	10	5	25	0	54	22	13	40	0	45	57	20
10	0	59	5	6	25	30	54	9	14	40	30	45	37	21
10	30	58	59	6	26	0	53	55	14	41	0	45	16	21
11	0	58	53	6	26	30	53	41	14	41	30	44	56	21
11	30	58	47	6	27	0	53	27	14	42	0	44	35	21
12	0	58	41	7	27	30	53	13	15	42	30	44	14	22
12	30	58	34	7	28	0	52	58	15	43	0	43	52	22
13	0	58	27	7	28	30	52	43	15	43	30	43	31	22
13	30	58	20	7	29	0	52	28	15	44	0	43	9	22
14	0	58	13	8	29	30	52	13	16	44	30	42	47	22
14	30	58	5	8	30	0	51	57	16	45	0	42	25	22
15	0	57	57	8	30	30	51	41	16	45	30	42	3	22
15	30	57	49	9										

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
46	0	41	40	23
46	30	41	18	23
47	0	40	55	23
47	30	40	32	23
48	0	40	8	23
48	30	39	45	24
49	0	39	21	24
49	30	38	58	24
50	0	38	34	24
50	30	38	9	24
51	0	37	45	24
51	30	37	21	25
52	0	36	56	25
52	30	36	31	25
53	0	36	6	25
53	30	35	41	25
54	0	35	16	26
54	30	34	50	26
55	0	34	24	26
55	30	33	59	26
56	0	33	33	26
56	30	33	6	26
57	0	32	40	26
57	30	32	14	27
58	0	31	47	27
58	30	31	21	27
59	0	30	54	27
59	30	30	27	27
60	0	30	0	27
60	30	29	32	27

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
61	0	29	5	28
61	30	28	37	28
62	0	28	10	28
62	30	27	42	28
63	0	27	14	28
63	30	26	46	28
64	0	26	18	28
64	30	25	49	28
65	0	25	21	29
65	30	24	52	29
66	0	24	24	29
66	30	23	55	29
67	0	23	26	29
67	30	22	57	29
68	0	22	28	29
68	30	21	59	29
69	0	21	30	29
69	30	21	0	29
70	0	20	31	30
70	30	20	1	30
71	0	19	32	30
71	30	19	2	30
72	0	18	32	30
72	30	18	2	30
73	0	17	32	30
73	30	17	2	30
74	0	16	32	30
74	30	16	2	30
75	0	15	31	30
75	30	15	1	30

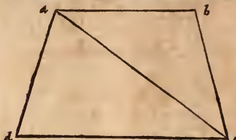
Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
76	0	14	30	30
76	30	14	0	31
77	0	13	29	31
77	30	12	59	31
78	0	12	28	31
78	30	11	57	31
79	0	11	26	31
79	30	10	56	31
80	0	10	25	31
80	30	9	54	31
81	0	9	23	31
81	30	8	52	31
82	0	8	21	31
82	30	7	49	31
83	0	7	18	31
83	30	6	47	31
84	0	6	16	31
84	30	5	45	31
85	0	5	13	31
85	30	4	42	31
86	0	4	11	31
86	30	3	39	31
87	0	3	8	31
87	30	2	37	31
88	0	2	5	31
88	30	1	34	31
89	0	1	2	31
89	30	0	31	31
90	0	0	0	
0	0	0	0	

SEQVITVR

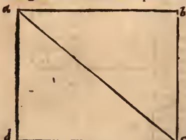
SEQVITVR TABVLA, QVAE CONVERTIT partes longitudinum in circulis parallelis in miliaria Germanica.

Partes latitud.	Miliaria	Minuta.	Partes latitud.	Miliaria	Minuta.	Partes latitud.	Miliaria	Minuta.
1	14	59	37	11	59	73	4	23
2	14	59	38	11	49	74	4	8
3	14	58	39	11	39	75	3	51
4	14	58	40	11	29	76	3	38
5	14	56	41	11	19	77	3	22
6	14	55	42	11	9	78	3	7
7	14	33	43	10	58	79	2	52
8	14	51	44	10	47	80	2	36
9	14	47	45	10	36	81	2	21
10	14	46	46	10	25	82	2	5
11	14	43	47	10	14	83	1	50
12	14	40	48	10	2	84	1	34
13	14	37	49	9	50	85	1	18
14	14	33	50	9	38	86	1	3
15	14	29	51	9	27	87	0	47
16	14	25	52	9	14	88	0	31
17	14	21	53	9	2	89	0	16
18	14	16	54	8	50	90	0	0
19	14	11	55	8	38			
20	14	6	56	8	23			
21	14	0	57	8	10			
22	13	54	58	7	57			
23	13	48	59	7	43			
24	13	42	60	7	30			
25	13	36	61	7	16			
26	13	29	62	7	2			
27	13	22	63	6	48			
28	13	15	64	6	34			
29	13	7	65	6	20			
30	12	59	66	6	6			
31	12	52	67	5	52			
32	12	43	68	5	37			
33	12	35	69	5	16			
34	12	26	70	5	8			
35	12	17	71	4	53			
36	12	8	72	4	38			

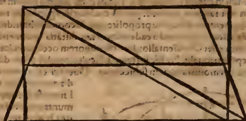
His cognitis ad exempli tractationem progrediamur. Augusta Rauracorum iuxta sententiam Ptolemæi in longitudine habet partes 28, minut. 0, in latitudine partes 47, minut. 20. Hierusalem verò, vt superius constituimus, habet partes longitudinis 66 minut. 0, latitud. part. 31 minut. 40. Describamus nunc figuram trapezij Quadranguli, ex cuius dimetiente vtriusque loci distantiam inueniamus. Augustam constituamus in a, Hierusalem in c. Segmẽtum differentiæ longitudinum in Augustano parallelo sit a b, cui simile est segmentum d c paralleli Hierosolymitani a d & b c sunt æqualia segmẽta, quæ cõprehendunt differẽtiam latitudinum, quæ est 15 partium, minut. 40. Ex superioribus tabulis, cũ differentia longitudinum sit 38 partium, colligitur segmentum d c 32 part. 2 min. & a b 25 part. 45 min. Et cum hic duo latera sint inæqualia, necessarium fuerit, si voluerimus dimetiẽtem a c inuenire, vt ex hac figura Quadrãgulum rectangulum constituamus: id quod hac ratione licet expedire.



Subducta recta b a ex d c remanẽtis differentiæ semissem adijcies a b, aut subtrahes ex d c. Nam ex vtroque prodibit eadem quãtitas. Hinc habebis adæquatam a b ipsi d c. Tandem ex differentia latitudinum & æquato latere per penultimam primi Elementorum inuenies dimetientem a c. Vt autẽ ad exemplum redeamus, differentia segmentorum vtriusque paralleli est 6 part. 36 scrupul. cuius semissis 3 part. 18 scrupul. adiecta partibus 25, scrupul. 45, constituit 29 part. 3 scrupul. quarum est Quadratum 843. Differentia latitudinum multiplicata quadratè constituit 245 part. 26 scrupul. Ex his duobus quadratis nascitur quadratum a c 1088 part. 26 minut. cuius radix est ferè 33 partium, quæ multiplicatæ per 15 conficiunt 495 miliaria Germanica. Tanta est rectissima prædictorum locorum inuenta distantia. Quòd si placuerit eandem a c magnitudinem expeditius sine vsu quadratorum & extractione radicum solo circino deprehendere, facillimè idipsum ex sinibus Quadrantis efficies. Nam officio præcedentium tabularum adæquatis trapezij quadranguli lateribus, dinumerabis ex centro in vno sinuum numerum partium, qui respondeat lateri d c, in altero verò eum, qui conueniat a d, & notatis vtriusque numeri finibus ad eorundem distantias circini pedes expandes, quo facto, transferes ipsum in eodem situ in basin, aut cathetũ Quadrantis, & statim manifestè ipsius a c quantitas innotescet. Præterea, vt euidentius perspicias, quomodo trapezium Quadrangulum Geometricè in ἑτερόμηκες transformetur, sequentem figuram subiecimus.



PROP



PROPOSITIO CXLVI.

Tertius modus easdem locorum distantias numerandi.

FAciliores locorum distantias supputandi rationes hoc modo descriptas habemus, quibus alias etiam æque certas licet paulò difficiliores, vt multiplicem sinuum & triangulorum vsum, qui varietate delectantur, euidentius perspiciant, subnectere placuit. Et quò rem ipsam statim aggrediamur, prætermissis ijs locis, quæ eandem longitudinē, aut latitudinē habent, constituamus duo loca sub diuersis meridianis & parallelis, quæ tamē in eandem ab Aequatore partē declinant, inquirantur primò omniū sinus recti & versi latitudinū, item sinus recti & versi differētiæ longitudinū in parallelo: qua ratione id fieri debeat ex antegressis videre licet. His cognitis, subducas sinū versum minoris latitudinis ex sinu verso maioris, vt remaneat vtriusq; differentia. Deinde conferēdus erit sinus versus differētię longitudinis, qui est in parallelo minoris latitudinis cū differentia sinuū versorū prius inuenta. & si ille minor fuerit, ex ea subtractus, relinquet partem, quam multiplicabis quadratè, quo facto, subduces sinū rectū minoris latitudinis ex sinu recto maioris & residuā portionem similiter quadratè multiplicabis. Tertium quadratum constituet sinus rectus differentię longitudinum in maiori parallelo, qui minorem etiam latitudinem habet. Ex his tribus quadratis nascetur vnum quadratum, cuius radix chordam, quæ segmentum distantiæ locorum subtendit, in lucem producet. Constituamus iterum in eodem parallelo locum, cuius differentia longitudinis ab altero sinus versus maior sit differentia sinuum versorum vtriusq; latitudinis, hic erit ipsa differentia ex sinu verso longitudinis in parallelo subtrahenda, & residuæ partis erit quadratum primum, differentia sinuum rectorum vtriusq; latitudinis constituet secundum, & sinus rectus differentiæ longitudinum in parallelo prædicto conficiet quadratum tertium. Ex aggregato trium huiusce modi quadratorum emerget radix, siue chorda, quæ distantiam vtriusq; loci inquisitam subtendit. Assumamus etiam duo loca, quorum alter ab orbe medio in Septentrionem, alter in Austrum declinet. Hic iterum erit vsus inuentionis sinuum rectorum & versorum vtriusq; latitudinis, & differentiæ longitudinum in altero [illegible]. Et si constituerimus locum Austrinum maiorem habere longitudinem & latitudinem, quàm Septentrionalis habeat, procedendum erit hoc modo. Sinum versum latitudinis loci Septentrionalis subduces ex summa, quæ conflatur ex sinu verso latitudinis Austrinæ, & sinu verso, qui est differentiæ longitudinum in parallelo, ad eandem partem, & residuæ portionis quadratum dicetur primum. Quadratum secundum cōstabit ex aggregato sinuum rectorum vtriusq; latitudinis. Tertium ex sinu recto differen-

tiæ longitudinum in parallelo Auſtrino. Tandem ex ſumma horum triũ quadratorum non alia ratione, quàm ſuperius tradita eſt, egredietur radix ſiue chorda, quæ ſegmentum diſtantiæ propoſitorum locorum ſubtendit. Ex his non eſt difficile aſſequi, quomodo eadem locorum diſtãtia inuenienda eſſet, ſi locus Auſtrinus eſſet Occidentalior, hoc eſt, minorem occuparet longitudinem, quàm Septentrionalis. Ne hîc interim difficultate rei laborent diſcentes, euidentiſsimam demonſtrationem ſubiecimus. Ducatur ex a centro Meridianus circulus π b τ x. Huius & Aequatoris cõmunis interſectio ſit in linea b δ ad rectos angulos. Cõſtituamus locum r, cuius latitudo ſit b r. Sit alter locus d, cuius latitudo b c, differentiam longitudinis vtriuſq; in parallelo c f x repræſentet c d, qui deſcriptus eſt centro s, cuius æqualis eſt ab Aequatoris plano diſtantia c l, qui ſinus rectus eſt b c, nempe latitudinis huius paralleli, & eiuſdem ſinus verſus b l: nam k c eſt duplum circumferentiæ b c. Sinus rectus latitudinis maioris eſt r n, & eiuſdem ſinus verſus n b. Ex d loco deſcendat perpendicularis in planũ circuli b τ δ. Erit ergo d p ſinus rectus arcus c d, & c p eiuſdem ſinus verſus m p, an ſit æquidiſtãs l c, & ad angulum rectum d p contingens, c g x diameter ad rectos angulos n r ſinum in o ſecat. Ducta iam ex p in r recta, erit linea p r ſubtendens rectũ angulum p o k. Chorda vtriuſque loci diſtantiæ eſt d r, quæ hîc inuenienda eſt. Primùm ex datis latitudinibus c b & r b dantur ſinus recti l c, r n, & verſi b l & b n. Subtracto nunc b l ex b n, relinquitur l n cui æquidiſtat, & æqualis eſt c o. Lineæ verò c p & d p cognoſcentur hoc modo. Cum eandem rationem habeat b a ad c s, quam ſinus rectus differentiæ longitudinis in Aequatore ad ſinum rectum d p: nam c d eidem angulo prætenditur, & c s ſit rectus ſinus complementi c τ notus, d p latêre non poterit. Hinc etiam quam rationem habet ſinus rectus differentiæ longitudinum ad ſinum verſum, eandem obtinet d p ad c p. Quare ipſa etiam c p cognoſcetur. His inuẽtis ſubducto c p ex c o reſtat p o, & ſublato ſinu minoris latitudinis c i ex n r, ſupereſt o r. & per 47 primi Elementorum Euclidis inuenitur p r, ſcilicet ex radice Quadratorũ p o & o r. Et cum d p linea plano circuli b τ δ ad rectos angulos inſiſtat, per 18 vndecimi Elementorum erit angulus d p r rectus. Quare per penultimam primi Euclidis ex Quadratis linearum d p & p r extracta radix d r hypotenuſam patefaciet, cuius arcus eſt vera locorũ d & r diſtantia. Supereſt, vt exemplo rem ipſam experiamur. Cõſtituamus Auguſtam Rhetiæ in r, & Hieruſalem olim nobiliſsimam Syriæ vrbem in l. Longitudo Auguſtæ eſt 28 partium, 31 ſcrupul. & Hieruſalem 66 partium, o minut. differentia vtriuſq; 27 grad. 29 minut. Latitudo Auguſtę 48 grad. 20 minut. & Hieruſalem 31 grad. 40 minut. differentia 16 grad. 40 minut. Sinus rectus 48 gra. 20 minut. 74702, lineæ r n, complementum horum eſt 41 grad. 40 minut.

culus sinus rectus 68479 ex toto sinu subtractus, relinquit 33521, nempe lineam b n. Sinus rectus 31 grad. 40 scrup. c b 52497 complementum huius c v 58 grad. 20 minut. & sinus 85111, qui ex toto sublatus, relinquit 14889 b l. Sinus rectus 37 grad. 29 min. qui constituunt differentiā longitudinis in Aequatore, 60853, qui multiplicatus in sinum 85111 producit 5179259683, & hic diuisus in totum 100000 constituit 51792, tanta est linea d p. Complementum 37 gr. 29 min. est 52 gr. 31 min. & sinus rectus 79353, hic subtractis ex 100000 restituit 20647, per quem multiplicatus 51792 producit 1069349424, & hic diuisus per 60853 facit 17572, partes lineæ c p. Insuper ex b n, quę est 33521, subduxi b l 14889 & relictæ sunt 18632, lineæ l n, siue o t. Ex hac iterum subtraxi c p, scilicet 17572 & remanebant 1060 lineę p o. Tandem sinui recto maioris latitudinis ademi sinum minoris, scilicet ipsis 74702, 52497, & restabant 22205 partes, quæ metiuntur lineam o r. Quadratū lineę d p est 2682411264, o r 497503025, & p o 1123600. Ex his cōiunctis surgit quadratū 3181037889, cuius radix 56400. Tanta est chorda, quæ subtendit arcum distantiæ r d. Semissis huius chordæ 28200, cuius arcus ex sinuum tabulis inuenitur 16 part. 23 scrupul. qui duplicatus constituit 32 partes. 46 scrup. Hinc sequitur cum 1 gra. maximi terræ circuli constituat 15 miliaria Germanica, quòd producent 32 gr. & 46 scru. 491 miliaria Germanica & semissis vnius. Tanta est rectissima per mōtēs, scopulos & paludes Augustæ Rhetiæ & Hierusalem distantia. Iterū in eodem semicirculo Aequatori parallelo c f x constituamus alium locū remotiorem in f, cuius distantia ab r priori loco sit inuestiganda, & hanc subtendit chorda r f. Hic etiam ex differentia longitudinis & collatione sinuum eodem modo quo paulò ante p d & c p, inuenientur f g & g c, l h ęquidistat, & æqualis est c g, cui adiecta b l linea, tota b h innotescit. Nota fuit etiam antea b n linea, qua subtracta ex b h, relinquitur n h, cui ęqualis & parallela o g. Etiā propter datas latitudines cognoscuntur c l, & n r. Quare subducta minori ex maiori, restat o r. Iam in trigono rectangulo g o r inuenta sunt duo latera g o & o r, quare tertium latus rectū angulum subtēdens, per 27 primi Regiomontani latere non poterit, & per eandem cum f g inuentus sinus subiecto plano ad rectos angulos insistat, r f rectū r g f angulum subtendens manifesta fiet, quam inuenire oportebat. Caeterùm paulò diuersa ratio est inueniendi locorum interualla, quæ in diuersas ab Aequatore partes declinant, quam ex sequēti figura non est difficile intelligere. Sit Meridianus circulus per locū c ex a centro ductus n b c p. Huius & Aequatoris cōmunis intersectio b a r. est ergo latitudo loci c arcus b c, eiusdē sinus rectus d c & versus b d. Dimetiens Meridiani & axis Aequatoris s a p. sit alter locus ab Aequatore

in Meridiẽ declinans f in parallelo e f n, cuius latitudo b e, & sinus rectus e h versus h b, differentia longitudinis in parallelo e f, cuius sinus rectus f g & versus e g, inueniũtur ex collatione semidiametrorum, sicut antea ostẽdimus. Iam inuentæ g e æquidistat & æqualis est h k. Quare b k tota constat. Item e h equidistat & æquatur g k, & d c ipsi k l. Quare ex coniunctis g k, & k l tota g l cognoscitur. Sublato etiam sinu verso b d ex b k, restat d k, cui æquidistat c l. Inuentis hîc trigoni g l c rectanguli duobus lateribus g l & l c rectũ angulum ambientibus, ipsa etiam ὑποτείνουσα g c non latebit. Angulus etiam g trigoni f g c rectus est, cuius lateribus f g & g c inuentis, tertium f c per 26 primi Regiomontani non latebit, atqui hoc vtriusq; loci distantiam subtendit. Igitur exempli gratia duorum c & f locorum distantiam, cui subtenditur f c chorda, inueniendam esse constituamus. Sit autem c in parte Septentrionali, f in Austrina: ita vt b r sit Aequatoris diameter. Differentia longitudinum statuatur 42 part. 23 scrupul. Sed declinatio e b Austrina sit 20 part. b c Borealis 3 part. 20 scrupul. Est ergo sinus e h 34202, & d c 5814, quibus adæquatur tota g l linea 40016. Sinus differentiæ longitudinum est 67408, qui multiplicetur in sinum complementi Austrinæ declinationis, & productum diuidatur in totum, ex quo emerget f g linea 63342. Complementum longitudinis est 47 part. 37 minut. & sinus 73865, qui ex toto sublatus, relinquit sinum versum longit. different. 27135. Quare dispositis in ordinem numeris 67408, 21635, 63342, post absolutam operatione prodibit e g lineę quantitas 24558. Insuper sinus complementi e b circumferentiæ ex toto sublatus, relinquit b h sinum versum 6031. Quare tota b k constat 30589. Complementum Septentrionalis declinationis est 86 part. 40 scrupul. cuius sinus 99830 ex toto subtractus, relinquit b d sinum versum 170. qui sublatus ex b k, restituit d k, cui adæquatur c l 30419. Inuentæ sunt igitur magnitudines linearum f g, g l, & c l, ex quarum quadratis conflatur quadratum f c chordæ inquisitæ. Quadratum c l, est 925315561, f g 4012208964 & g l 1601280256. Summa horum quadratorum constituit 6538804781, cuius radix offertur 80862. Tanta est f c chordæ, cuius semissis est 40431, quæ ex tabulis educit circumferentiam 23 part. 51 scrupul. Duplum huius est 47 part. 42 scrupul. proximè, quod inueniri oportebat. Eadem ratione stellarum distantias, quarum tam longitudinis, quàm latitudinis loca constiterint, metiri licet. Eundem etiam scopum alia ratione, quàm nos, ex sinuum tabulis Petrus Appianus assequi docet, quem, si qui varietate delectentur, hinc in promptu habere possunt. Primò cognitis vtriusq; loci & longitudine & latitudine, inquiras differentiam, longitudinum & complementa. Deinde sinum complementi latitudinis minoris in sinũ differentiæ longitudinis ducas, & productum diuidas in sinum totum, arcus qui hinc exurgit, erit inuentum primum. Insuper assumas huius inuenti sinum complementi, vnà cum sinu latitudinis minoris, & minorem per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus hinc inuentus à maiori latitudine subtractus, relinquet inuentum secũdum. Postremò sinus vtriusq; complementorum primi & secundi inuenti in sese multiplices, & productum in totũ partiaris. Hinc sinus prodibit, cuius arcus è 90 subtractus, veram locorum distantiam patefaciet. Exemplum præcedens hic repetamus, vt videas vtramq; supputandi rationem ad eandem metam pertingere.

Augusta Rhetiæ longitudinem habet 28 grad. 31 scrup. & latitudinem 48 grad. 20 minut. Hierusalem Iudææ ciuitas longitud. habet 66 grad. latitud. 31 grad. 40 minut. Differentia longitudinis est 37 grad. 29 minut. cuius sinus est 60853. complementum huius 41 grad. 4 0 minut. & sinus 79353, latitudo maior 48 grad. 20 minut. & sinus 74702. Complementum 41 grad. 40 minut. &

sinus

finus 96479, latitudo minor 31 grad. 40 fcrupul. finus 52497. Cōplementum 58 grad. 29 minut. finus 5111. Ducam igitur finum complementi latitudinis minoris, fcilicet 5111 in finum differentiæ longitudinis 60853 & productum diuidam in totum. Hinc proueniunt 51792 quarum partium arcus 31 grad. & 12 minut. fcilicet inuentum primum. Huius complementum eft 58 grad. 48 minut. & finus 85536, in quem diftribuo finum latitudinis minoris 52497 per totum multiplicatum & prodeunt in Quotiente 61374. Harum partium arcus fcilicet 37 grad. 52 minut. à maiori latitudine fubtractus relinquit inuentum fecundum. Tandem finus complementorum vtriufq; arcus inuēti, fcilicet 98336, & 85536 in fefe ducti, & hinc in finum totum diftributi conftituunt 84113 finum cuius arcus 57 partium 16 fcrupul. è 90 fublatus, relinquit 32 grad. 44 minut. diftantiæ Hierufalem & Auguftæ. Quòd fi contigerit alterum locorū habere latitudinem Septentrionalem, alterum Auftrinam, duces finum complementi latitudinis Septentrionalis in finum differentię longitudinis, & productum in totum diuides. Hinc exorietur inuentum primum, cuius finum complementi cum finu latitudinis Borealis conferas, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem diuidas, & Quotientis circumferentiam adijcias Auftrinæ latitudini. Hinc tibi confurget inuentum fecundum, cum his duobus procedes eadem via, quæ antè præfcripta eft.

PROPOSITIO CXLVII.

Quomodo angulus pofitionis (ut uocant) ex data longitudine & latitudine duorum locorum inueniatur.

HInc fequitur, vt etiam explicemus, quomodo cognitis duorum locorum, tam longitudinibus, quàm latitudinibus, in quam mundi partem alter ab altero declinet, inueniatur. Quādo cognita fuerit duorum locorum diftantia, aut ex præcedenti modo fupputata, ducas finum complementi latitudinis minoris in finum differentiæ longitudinis, productum diuide in totum, & Quotiente cum finu diftantiæ locorum collato, minorem ducas in totum, & productum in maiorē diuidas. Hinc arcus egredietur, qui angulum pofitionis oftendet, fcilicet quantum locus alter à Meridie verfus Orientem vel Occidentem, fimiliter à Septentrione verfus ortum vel occafum deflectat. Hinc cognofcimus, vt etiam indice eorum locorum fitus oftendamus, quæ nunquam vidérimus. Exemplum retineamus idem. Diftantia Hierufalem & Auguftæ inuenta eft 32 part. 44 fcrup. Multiplices nunc finum differentiæ longitudinis 60853 in finum complementi latitudinis minoris 85111 & productum in totum diftribuas. Hinc fit 51792, quem, cum fit minor, in totū ducas, & productum in finum diftantiæ inuentæ partiaris, prodibit hinc finus 95783, cuius arcus 73 partes 18 fcrup. diftantia Hierofolymæ à Meridiano verfus Orientem.

PROPOSITIO CXLVIII.

Si alterius duorum locorum conftet longitudo ac latitudo, & ab altero diftantia cum angulo pofitionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.

HVic propofitioni fubnectit aliam, qua duobus locis propofitis, quorum alterius tantùm latitudo vnà cū longitudine cognofcatur, alterius vtraq; ignoretur, fed angulus pofitionis, vnà cum diftantia ab altero conftet, eleuatio poli & longitudinis differentia inueniatur. Ducitur finus diftantiæ in finum anguli pofitionis, & productum diuiditur in totum, ex quo prodibit finus arcus primi, cuius complementi finum, fi minor extiterit finu complementi di-

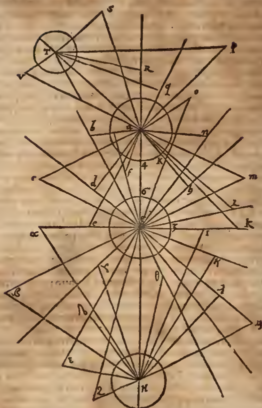
ſtantiæ locorum in totum ducas, & productum in ſinum complementi diſtantiæ diuidas. Ex contrario etiam contrarium ſequitur Quotientis ſinus arcum ex 90 ſubducas, & reſiduus ex nota latitudine ſublatus, relinquit arcum ſecundum. Sed ſi locus ignotus Borealior extiterit, reſiduo latitudinem cognitam adijcies, & hinc etiam habebis arcum ſecundum. Inſuper ducitur ſinus arcus ſecundi in ſinum complementi arcus primi, & productum in totum diuiditur. Sinus hinc prodeuntis arcus latitudinem ignoti loci quæſitam patefacit. Deinde propoſito ſinu complementi inuentæ latitudinis, & ſinu arcus primi, minorem ducas in totum, & productum diuide in maiorem. Sinus hinc exeuntis circumferentia differentiam longitudinis producit. Nunc ſi in Orientem tendat ignoti loci ſitus, inuentam differentiam cognitæ longitudini adijcies, ſi in Occidentem vergat ab eadem ſubduces, ita tibi vera ignoti loci longitudo innoteſcet. En longitudo Meridiani per Auguſtam Rhetiæ ducti, ab illo qui per Canarias inſulas tranſit, eſt 28 partium, 31 ſcrupul. latitudo loci antea conſtituta eſt 48 part. 20 minut. diſtantia Hieruſalem & Auguſtæ numeratur 491 miliar. Germanicorũ. Hinc inuenienda eſt tam longitudo quàm latitudo Hieruſalem. Sinus diſtantiæ 53975 in ſinum anguli poſitionis 73 grad. 18 minut. 95783 ductus, cum diuiditur in totum conſtituit 51792, cuius arcus 31 grad. 12 minut. dicitur primus. Iterum ſinum complementi diſtantiæ 84113 per totum multiplicatum in ſinum complementi arcus primi partiaris. Hinc egreditur ſinus 98336, cuius arcus 79 grad. 32 minut. 90 gradibus ademptus, relinquit 10 grad. 28 minut. quibus ſubtractis ex nota latitudine, quæ vlterius in Septentrionem extenditur, ſuperſunt 37 partes 52 ſcrup. arcus ſecundi. Inſuper ſinus arcus ſecundi 61374 per ſinum arcus primi multiplicetur, & productus diuidatur in totum, hinc prodibit 52497 ſinus arcus 31 grad. 40 minut. altitudinis poli ipſius Hieruſalem. Deinde ſinum rectum arcus primi 51792 per totũ multiplicatum in ſinum complementi latitudinis inuentæ diuidas, & egredietur ſinus 60853 cuius arcus 37 grad. 29 minut. indicat differentiam longitudinis Auguſtæ & Hieruſalem, quam ſi adieceris longitudini Auguſtanæ 28 partiũ, 31 ſcrupul. prouenient 66 partes longitudinis Hieroſolymitanæ. Quare ſemper ad Meridianum huius loci duabus horis & 30 ſcrup. citius pertingit Sol, quàm ad Auguſtenſem. Diligenter hîc attendas, quoties angulus poſitionis extiterit 90 partium à Meridie, vt ducas ſinum complementi intercapedinis in ſinum latitudinis notæ, & productum in ſinum perfectum diſtribuas, atque ſinus hinc inuentus arcum ignotæ latitudinis producet. Deinde ſinum complementi huius inuentæ latitudinis cum ſinu intercapedinis conferas, & minorem ex his in ſinum maximum ducas, & productum per maiorem diuidas. Hinc tibi ſinus rectus arcus differentiæ longitudinis egredietur.

PROPOSITIO CXLIX.

Ratio dimetiendi uerum ſitum & conſtitutionem omnium partium cuiuſcunque ſuperficiei terreſtris, ad cuius exemplar ſimilis deſcriptio in alio plano conſtitui poſsit.

EXplicabimus hîc deinceps commodiſsimam rationem dimetiendi veros ſitus & conſtitutiones in quauis terræ ſuperficie apparentium locorum, quam artifices regionum deſcriptionem appellare ſolent. Differt autẽ à Chorographia, ſiue Topographia, quòd non tantùm particularia quædam loca ſeorſim & abſolutè conſideret, verumetiam eorundem ad ſe inuicem proportionem intueatur, ita vt omnium etiam minutiſsimarum partium, velut vrbiũ, villarum, portuum, fontium, riuulorum, & aliorum, quæ huc referuntur, ſitus & diſtantias exquiſitiſsimè obſeruet ac deſcribat. Quantum verò in huiuſcemodi

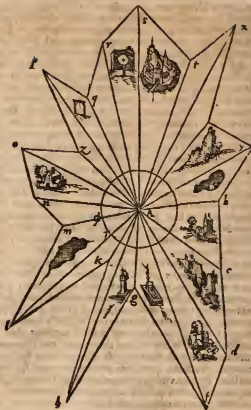
modi locorum descriptionibus imperiti pictores, qui rationem dimensionis ignorant,& proportionum consyderationem in his omnibus negligunt, à sco po aberrent,satis experientia attestatur. Quamuis autem variæ & multiplices huiusmodi dimensionum rationes extent,nulla tamen inter omnes simplicior ac certior inueniri potest,quàm illa,quæ quadrantis vsu absoluitur. Nam si per angulos positionum hoc opus tentaueris,offerentur multæ difficultates & errandi occasiones,præsertim in obseruatione lineæ Meridianæ, quam per magnetem non satis exquisitè licet inuenire. Cõstituemus hîc igitur primùm simplicissimam rationem,qua sine vlla cœli aut distantiarum obseruatione exquisitissimè locorum descriptiones absoluantur. Primò quoties hoc operis aggrederis,locus aliquis sublimior,ex quo reliqua circumiacentia loca commodissimè videantur,inquiri debet. Quo inuento, per quadrantem duorum locorum, sumpto vbicunq; volueris initio,circularem distantiam, non aliter quàm stellarum in cælo obseruãtur interualla,dimetieris. Eodem modo reliquorum omnium circumiacentium locorum distantias per circumferentias obseruabis. Et inuentis omnium interuallorum arcubus in plana alicuius tabulæ vel chartæ superficie,constituto in ea centro, quod loci tuæ obseruationis vicem gerat,iustæ magnitudinis circulum duces,in cuius circumferẽtia, quæ sit iuxta vulgarem Mathematicorum rationem in 360 partes distributa adscriptis singulorum locorum nominibus,eorundem obseruatas distantias numerabis, & per extremitates obscuras lineas,quæ postea deleri possint,extendes. Hoc facto,in aliquem locorum ex his,quæ iam obseruasti,digredieris, & initio sumpto à loco præcedentis operationis iterum circumstãtium locorum interualla per circumferentias eodem modo quo antè obseruabis. Dehinc in linea huius secundi loci punctum aliquod, cuius distantiam à centro prioris circuli, quantamcunq; volueris,assumere licet, designabis, quod nimirum secundæ operationis loco statuatur. Ex hoc delineabis circulum cuiuscunq; magnitudinis, in cuius circumferentia secundæ obseruationis omnes inuentas locorum distantias iuxta modum præcedentem iterum numerabis: & ex centro per fines harum sectionum protractis rectis lineis,harum contactus cum lineis primæ operationis diligenter notabis. Hinc manifestè videbis locorum omnium, quæ bis sub aspectum venerunt,quam habeant secundum veram symmetriam constitutionem. Ex hoc loco,nimirum secundæ obseruationis in alium progredi licebit, vbi ex simil bus obseruation bus reliquorum apparentium locorum situs & collocationes exquisitè deprehendes. Tãtum hic memineris, vt totius superficiei loca singula, quæ describere volueris, bis in conspectum veniant, siue hoc ex duobus, siue pluribus locis fieri possit, hîc nihil refert. Ex huiuscemodi obseruationibus sæpè repetitis etiam magnæ regionis tota constitutione,& in hac fluminum processus & sinus fontium & riuulorũ ductus situs minutissimarum etiam partium secundum veram proportionem exactissimè describemus. Vt autẽ industrius lector huiuscemodi descriptionis aliquod exemplar habeat,sequentem figuram subiecimus. Noueris etiam in præsenti figura locorum situs non in sectionibus,sed in mutuis contactibus linearum, quæ literis signantur à nobis constitui. Porrò vnde constet hanc locorum descriptionem esse certam non difficile est intelligere: cum enim ex vno loco tanquam centro alia duo conspiciantur, semper intelligimus ex his trigonum rectilineum constitui,cuius angulorum ex prima obseruatione nobis vnus innotescit,alter ex secunda. Vnde tertius per 32 primi Elemẽtorum Euclidis latere non potest. Quando insuper duorum locorum interuallum in plana alicuius tabulæ superficie per rectam lineam designatur,cui aliæ duę secundum obseruatas angulorum quantitates applicantur, necessariò per 7 primi Elemento-



rum in vno puncto conuenient. Constat ergo huiuscemodi triangulum in tabula designatum ęquales angulos cum eo quod in superficie terræ ex trium locorum connexis rectis lineis constitutum intelligitur, obtinere. Etenim cum triãgulus omnes treis habeat angulos duobus rectis ęquales, consequitur omnium triangulorum collectos angulos æquales esse. Quoties igitur vnius trigoni duo anguli fuerint ęquales duobus angulis alterius, cõstituimus per communem animi notionem reliquum angulum reliquo adæquari. Hinc per quartam sexti Elementorum æqualium angulorum latera easdem inter se rationes custodiunt. Non dubium est igitur, quin triangulus in tabula ex huiuscemodi obseruationibus constitutus, easdem rationes laterum, angulorum, & distantiarum obtineat, quas trium locorum respondentia interualla inter se custodiunt. Manifestum est igitur in tabula trium locorum signa rectè esse collocata. Quod autem de tribus locis demõstratum est, de reliquis omnibus eodem modo intelligendum est, cùm semper ex tribus punctis trigonus rectilineus constituatur. Præterea quamuis terræ superficiem non planam, sed sphęricam esse

esse constet, tamen hic locorum triangulos ex rectis lineis constare asseueramus, ideo quod in tanta locorum distantia, quantam visus in terra cōsequi potest, nullam inter sphæricos & rectilineos trigonos differentiam sensus percipiat. Sit, exempli gratia, constitutum triumlocorum a,g,k situs secundum veram symmetriam describere. Ex prima obseruatione innotescit angulus g a k, ex secunda a g k. Ducas ergo in plana superficie cuiuslibet magnitudinis lineam, quę locorum a & g distantiam repræsentet. Et descriptis ex a & g centris duobus circulis, angulos distantiarum per obseruationem deprehensos in ijs dinumeres. Sit autem primæ obseruationis, per quam inspexeris ex a g & k signa, circumferentia 4 b. Secundæ verò 6,3, qua conspecta sint a & k loca. Tandem ex a & g centris per fines harum circumferentiarum, scilicet r & 3 extendantur rectæ lineæ in eam vsq; partem, vbi vtraq; concurrat, quæ nobis hic in k constituitur. Tria igitur puncta a,g, k rectè collocata esse per antegressam demonstrationem concludimus. Eodem modo, reliquorum omnium locorum, quæ suis characteribus hic sunt consignata, veras constitutiones in eadem superficie absolues. Secundus modus hinc non dissimilis est, quo ex obseruationibus in vno loco factis & dimensionibus distantiarum circumiacentium omnium locorum descriptionem absoluere licet. Fit autē hac ratione. Inuento editiori loco, ex eo tanquam centro omnium apparentium locorum, quæ describere volueris, distantias circulares, non aliter quàm superius præscriptum est, per quadrantem obseruabis. Deinde cum singulorum interualla in terrę superficie à centro loci obseruationis exquisitè dimensus fueris, circulum ad quamcunque magnitudinem in tabula designabis, cuius centrum repræsentabit locum, ex quo factæ sint obseruationes. Et diuisa tota circumferentia in ea segmenta, quæ ex operatione fuerint inuenta, per fines singulorum extendes rectas lineas ad quantitatem interuallorum, quibus singula loca ab obseruationis centro distiterint, hoc est, vt sint in tot æquales partes distributæ, in quot ipsæ locorum distantiæ fuerint diuisæ. Atq; hinc manifestè concludimus in finibus partium locorum situs esse constituendos. Tota verò huius rei demonstratio consistit in sexto theoremate sexti Elementorum Euclidis. Constituimus enim hic duo triangula, quorum vnius duo latera eādem inter se rationem custodiunt, quam duo alterius, & anguli sub his lateribus comprehensi sunt æquales, vnde æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebūt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Atq; hinc manifestum est trigonon in tabula, qui sit hoc artificio designatus, eandem rationem laterum, angulorum, & distātiarum obtinere, quam re ipsa tria loca in terræ superficie constituta inter se habent. Huiuscemodi descriptionis figuram habes talem.

Singula, quæ hic describenda sunt loca, suis literis cōsignauimus. Sed exempli gratia, statuamus hic per vnam obseruationem describendam esse trium locorum a, m l constitutionem. Per instrumentum inspicienti m & l signa offeretur circumferentia φ τ, siue angulus m a l. Deinde ex a centro ducantur rectæ a m & a l, quas intelligimus in tot ęquales sectiones esse distributas, quot respondeant partibus, quibus loca m & l signis notata ab a loco distiterint. Quare præmissa demonstratio hanc signorum m a l collocationem rectam esse confirmat. Idem de reliquis omnibus locis intelligas.



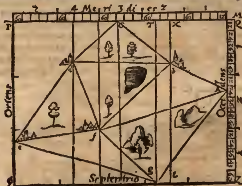
PROPOSITIO CL.

Quomodo particulares locorum descriptiones generalibus mundi tabulis sint intexendæ.

POstquàm particulares locorum descriptiones ita nobis sint explicatæ, non inutile fuerit, si breuiter hîc perstringamus, quomodo cõmodissimè generalibus mundi tabulis easdem liceat intexere, vt quantum fieri possit, exquisitius loca singula suis Meridianis & parallelis distinguantur. Vt hoc commodius efficiamus, necessarium fuerit iuxta Cosmographicum artificium tabularum structuram ante oculos constituere. Atque hic eam rationem sequemur, qua per rectas lineas maximè congruentes sphærici corporis symmetriæ descriptiones absoluuntur. Id quod euidentius experiemur, si rectæ lineę, quibus longitudinum differentiæ comprehenduntur, ad Meridianas lineas, quæ vtrinq; à lateribus signantur, eam rationem habuerint, quàm segmenta τῶν

παραλλήλων

παραλλήλων ad Meridianos circulos quibus includuntur. Hoc ita constituto, si ęquidistantes longitudinũ lineas ad quantitatẽ interceptæ latitudinis segmenti, recta disiungamus, quę in puncto sectionum, quibus in semisses distribuuntur, πρὸς ὀρθὰς eas contingat, & reliquas deinceps extremitates alijs connectamus, absolutam tabulæ structuram habebimus. Quæ sit autem ratio segmentorum longitudinis in parallelis ad Meridianum, aut quemuis maximorũ circulorum, id alibi explicatum reliquimus. Cum ergo nobis constet, qua ratione tabulæ fabrefieri debeant, non difficile fuerit, constituta iuxta veram symmetriam regionis loca ijsdem includere. In hunc vsum obseruabimus duo loca inter quæ maxima fuerit ab Oriente in Occidentem distantia, vt hinc vtriusq; longitudinis differẽtia innotescat. Dehinc ex obseruatione maximi interualli ab Austro in Septentrionem differentiam latitudinis, quæ in hac descriptione remotissima loca complectitur, colligemus. Tum per extrema hęc loca rectas παραλλήλας ducemus, quibus iuxta obseruatam longitudinum differentiam suas magnitudines ex tabula, quæ conuertit gradus & scrupul. τῶν παραλλήλων in partes Aequatoris assignabimus. Has ita extremis Meridianorum lineis includemus, vt non solùm per ea loca, inter quæ maxima longitudinum distantia intercesserit, extendantur, sed etiam vtrobiq; ad æquidistantes lineas interius æquales inclinationum angulos efficiant. Quo absoluto, si longitudinum παραλλήλοις, & à lateribus Meridianis lineis, suos numeros per partes & scrupulos adscripserimus, reliquorum omnium, quę in tabula collocata fuerint, locorum longitudines & latitudines constabunt. Id quod manifestè apparebit, si per ipsa loca & similes partes longitudinum in parallelis rectas transmiserimus. Superest, vt hoc subiecto schemate manifestius demonstremus. Sit ergo no-



bis instrumento obseruatus secundum exquisitam symmetriam situs locorum a, b, c, d, f, g. k, quæ rectis lineis hîc connexuimus, vt ipsa descriptionis ratio euidentius appareret. Et constitutum sit ea generali tabulæ includere, vt singulorum & longitudinis & latitudinis distantiæ innotescant. Intelligatur locorum a & k inter Orientem & Occidentem maxima distantia, quorum longitudines, vt alibi demonstratum est, ex ☾ motu obseruandas esse dicimus. Inter loca c & g maxima latitudinis differentia intercedat, quã non difficile fuerit, vt alibi explicauimus, obseruare Hanc nobis designet recta t g, quę parallelas p q, & φ z per loca e & g transeuntes, disiungit, quarum magnitudines ex differentia longitudinum a & k, & latitudinibus q & z, colligimus. Has ita ordi-

nabimus, vt meridiana linea p φ, quæ per k deducitur, sub eodem angulo inclinetur ad παραλλήλως p q, & φ z, quo q z meridianus, qui per a transit ad easdem inflectitur. Dehinc in similes portiones distribuemus p q & φ z adscriptis numeris. Sed p φ & q z inæquales. Hoc absoluto, reliquorum omnium locorum, qui constituta nobis descriptione comprehenduntur, longitudo & latitudo, sine vlterioribus obseruationibus constabit, si per singula rectas lineas, quæ distent similibus partibus παραλλήλων ab ipsis p φ & q z meridianis extendamus. Vt exempli gratia, in hac figura inuenienda nobis sit longitudo, ac latitudo loci b, ducemus per ipsum b, rectam x l, ita vt finis x simili distantia, quæ est x q, absit à q, qua l a z. Eadem ratione deprehendimus longitudines ac latitudines d & k locorum, vt ex ipsa figura manifestum est.

PROPOSITIO CLI.

Quorumlibet locorum superficies, per libellam metiri.

QVoniam superficies terrestrium locorum non vbiq; Horizontis plano equidistant, opus erit artificiosa dimensione, si illas ad libellam voluerimus adæquare. Tunc verò intelligimus superficiem ad libellam constitutã esse, quando loca singula in finitoris plano exquisitè conquiescunt, aut eidem æquidistant. Cum igitur fuerit oblata superficies montibus, aut collibus interrupta, aut in alteram partem decliuis, facillimè eandem adæquabimus, si quantitates altitudinum, quibus loca sese inuicem excedant, dimensi fuerimus. Hoc autem satis exactè per quadrãtem expediemus, quando assumptis duobus locis, perpendiculum ex centro dimissum ita in terram inciderit, vt alterũ instrumenti latus exactè contingat, per alterum verò radius visus in constitutum locum deferatur. Constat enim in huiuscemodi situ (sicut alibi demõstrauimus) superius latus instrumẽti finitoris planæ superficiei æquidistare. Erit igitur magnitudo perpendiculi, quæ ex centro in terram descẽdit, æqualis altitudinis locorum differentiæ. Quòd si plura loca fuerint oblata, tantùm similes operationes repetantur. Atq; hinc manifestè patet, quomodo altissimorum etiam montium supra valles altitudines metiri possimus. Et quo res melius intelligatur, constituamus superficiem ad libellam equandam a b c d f, in qua dimetienda



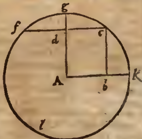
sit altitudo a supra f, nimirũ linea a k, quam ex quatuor obseruationibus in locis b c d f deprehendemus. Nam ex b loco, cum visus per k g procedit in a, perpendiculum k b metitur lineã a l. Nam vtriusq; est eadem magnitudo per 33 primi Element. Eodem modo c k adequatur l m & k d ipsi n m & k f ipsi n k. Cum igitur singulæ partes partibus lineæ a k æquentur, etiam per cõmunem animi notionem totum toti æquale cõstituitur. Ex coniunctis igitur obseruationum

seruationũ lineis resultat magnitudo, quæ sit ipsi a k æqualis. Hoc quidem artificio cõmodissimè dimetimur excessus altitudinũ in illis superficiebus, quæ sunt in eodem Horizonte terrestri, nimirũ quæ tantum extẽduntur ad duo aut tria miliaria. Diligentissimè verò hoc obseruandum esse in ducendis fontibus, aut riuulis non ignorant artifices. Quòd si locorum distantia fuerit valde magna, non inueniemus certius aut facilius altitudinum differentiã, quàm ex segmento maximi circuli, quibus illa distiterint: idq; adminiculo sinuum tabularum, sicut ex sequenti propositione licet perspicere.

PROPOSITIO CLII.

Quanta sit differentia altitudinum in diuersis locis respectu summi terræ puncti, quod inter illa intercipitur.

QVantus sit vsus tabularum sinuum hîc euidentius videre licet. Cæterùm, vt ad institutum veniamus, sciendum est necessariò illa loca, quæ magno distant interuallo, aliam dimẽsionis rationem postulare, quàm ea, quæ proximè sunt coniuncta. Cuius rei causa est manifesta, quod terræ superficies ex sententia Ptolemæi & omnium Mathematicorum, vt alibi etiam mentionẽ fecimus, proximè ad figuram circuli accedat: id quod in exiguo spacio non ita potest deprehendi, ita vt aspectus indicet esse planam. Hoc constituto, inueniemus eleuationum differentiam in locis multum distantibus ex sinu verso mediæ partis eius circumferentiæ, qua constituta loca distiterint. Vt autem exemplo rem certius intelligant studiosi, assumamus Danubium, qui inter Vlmam fontibus ipsius proximam & Byzantium Thraciæ, iuxta cuius longitudinem, seu Meridianum ferè in Pontum Euxinum exoneratur. Horũ locorum distantia ab artificibus est inuenta 300 miliarium Germanicorũ. Tam ingentem terræ conuexitatẽ superat ac transcendit, quæ à recta linea tanquam subtendente circũferentiam in extremitate terræ inter hęc duo loca interceptam eleuatur ferè 14 miliaribus Germanicis, hoc est plus vicesimaquarta parte totius interualli, quod est inter Vlmam & Byzantium. Qua ratione hoc ratiocinemur, ex subiecta figura manifestum est. Constituamus in superficie terrę maximum circulum f k l ex centro terræ a, qui in signo e transeat per fontes Danubij, & per eiusdem ostia in f. Et quoniam horum locorum interuallum constat 300 milia erit circumferentia f c 20 partium, quarũ totus circulus habet 360. Hanc verò subtendit recta f c, cui ex centro a ad rectos angulos occurrit a d recta in d signo, eaq; producta, attingit circumferentiam in g signo. Manifestum est igitur d g metiri summam altitudinem conuexitatis terræ, quæ est inter fontes & ostia Danubij. Atque hæc est nobis inuenienda. Ducatur ergo ex signo c recta c b, ita vt æquidistet d a. Quare circumferentia c g f secta est in semisses in g signo per 3 & 30 tertij Elementorum, & recta d a per 34 primi æqualis rectæ c b, quæ per easdem est semissis rectæ subtendentis duplum circumferentiæ c k. Porrò segmentum g c k quadrans est totius circumferentiæ circuli, cum angulus g a k sit rectus. Et cum circumferentia f g c constituta sit 20 partium, semissis ipsius g c erit earundem partium 10 & complementum c k 80, Igitur ex sinuum tabulis, quæ



ſemidiametro aſsignant 100000 partes, ſimilium inuenietur c b 98480. Si iam conſtituerimus totam a g conſtare 859 miliaribus Germanicis per regulam proportionis in hunc modum conſtitutis numeris 100000, 1984801859, prodibit numerus pro a d linea 845, & reliqua d g, quæ inuenitur ex ſubtractione d a ex g a, 14 miliarium Germanicorum ſicut ante conſtituimus. Vel ex ſententia Ptolemæi, qui ſemidiametrum terræ conſtituit 28636 ſtadiorum, & ſingulis maximi circuli partibus 500 adſcribit, talium d a erit 28201, & reliqua d g 435 ſtadiorum, & totum itineris ſpacium ferè conſtat vna myriade ſtadiorum. Conſtat igitur, ſi idem in reliquis locis experiri velimus, totum negocium abſolui, ſi diſtantiæ totius mediam circumferentiam ex quadrante ſubtraxerimus, & complementi ſinum rectum ex toto. Hinc enim ſinus verſus remanebit.

PROPOSITIO CLIII.

Ratio, qua dimetiamur in quibus mundi plagis ſingula finitoris loca ſint conſtituta.

Demonſtrauimus quidem alio in loco quomodo inuenta Meridiei linea ex Solis vmbris, ſingula, quæ intra Horizõtem appareant, loca in certas mundi plagas ſint diſtinguenda: verùm is modus, cum vbiq; non poſsit quouis tempore vſurpari, vel propter nubiloſum aerem, qui ſubinde nobis abſcondit Solis ſplendorem, vel temporis anguſtiam, vt eiuſdem magnitudinis vmbræ, & ante & poſt Meridiem non poſsint obſeruari, viſum eſt hîc aliam rationem explicare, qua magnetis adminiculo Meridiei linea conſtituta, quolibet tempore, tam in marinis quàm terreſtribus locis verum ſitum & conſtitutionem omnium φαινομένων reſpectu mundi partium extemplo deprehendamus. Ad huiuſmodi obſeruationes faciendas quarta circuli pars nobis omnino ſatisfaciet, ſi modò circum idem punctum, aut centrum eam duxeris, donec in eundem locum reſtituta fuerit. Quod autem ad inuentionem Meridianæ lineæ attinet, quæ in primis hîc requiritur, ſcire licet indicem illum in compaſſo, qui magnetis idiotropiam gerit, ferè nouem partibus à Meridiani plana ſuperficie declinare, vna quidem cuſpide verſus Occidentem, altera verſus Orientem. Quare ſi per quadrantem huius rei periculum facere volueris, operam dabis, vt magnetis index lineam illam, quæ ex centro in nonam circumferentiæ partem extenditur, tam exquiſitè poſsideat, vt ab eadem in neutram partem deflectat. In hoc ſitu manifeſtum eſt quadrantis baſin, quæ nimirum ad eam partem eſt, vbi initium partium deſignatur, Meridiei lineam occupare, alteram verò quæ nonageſimæ partis finem claudit, communem Horizontis & Aequatoris ſectionem. Primùm igitur conſtituamus quadrantem hoc artificio vt exquiſitè ſit in occidua mundi plaga, quę in Auſtrũ vergit, tum circumducta mobili regula, ſi per pinnacidia cõſpexeris inter media loca, quę in eadem finitoris parte fuerint, ſtatim circumferentiæ, quibus à Meridie & Occidente diſtiterint, apparebunt. Deinde circũduces inſtrumẽtum, vt latus illud, quod Occidentis lineã occupabat, transferatur in illam Meridianæ lineę partem, quę in Septentrionem tendit. In huiuſcemodi cõſtitutione per ſimiles obſeruationes videbimus ſitus omniũ locorũ, quę inter Occidentẽ & Septentrionem fuerint intercepta. Ex hoc loco circũuolues inſtrumentũ in illã mũdi partẽ, quę eſt inter Septentrionẽ & Orientẽ, & hinc iterum in vltimã partem, quę eſt inter Orientẽ & Meridiem, in quibus eadem planè obſeruãdi ratione, quę paulò ante eſt præſcripta, locorũ ſitus deprehendes. Neq; verò neceſſariũ eſt, vt ſemper à Meridie in Occidentẽ inſtrumentũ circũducas, verũ à qualibet mũdi parte pro tuo arbitrio initiũ ſumas: nos tantũ docẽdi gratia rẽ hoc modo propoſuimus.

propoſuimus. In obſeruationibus cœleſtium φαινομένων, quomodo hinc circulos verticales, in quos ſtellæ fuerint delatæ, & earum diſtantias à Meridiano colligamus, cuiuis mediocriter ingenioſo, non eſt obſcurũ intelligere. Qui in fodinis metallicis laborant, circumferentiam totius circuli ferè ſemper in duodecim partes diſtribuunt, neq; exactiorem diſtributionem requirunt. Qui mare nauigant in eundem vſum pyxidem habent, in qua magnetis index orbi adhærens dependet, quem in 12 aut 16, aut ad ſummum 32 cuſpides diuiſerunt. Nos verò longè exactiores faciemus obſeruationes, cum circumferentiam circuli in 360 ſectiones diſtributam habeamus. Vt autem manifeſtius rem intelligant diſcentes, figuram adijciemus.



Conſtituamus igitur ex r centro inueniendos eſſe ſitus locorum a b c & f g h, cum latus inſtrumenti l r poſsideat lineam Meridianam, neceſſariò ſpectat m r Occidentem. Quare ſi per pinnacidia inſpexeris locum a, circumferentia l d oſtendet ferè 29 partes, quibus à Meridie locus ille diſtat, b verò 44, & c 60. Si harum circumferentiarum ſingulas ex 90 partibus ſubtraxeris, remanebunt eorundem locorum à vero Occidente diſtantiæ. Vt locus a diſtat ab Occaſu 61 partibus, b 46, c 30 exactè. Ex hoc loco circumduximus inſtrumentum in partem mundi, quæ eſt inter Septentrionem & Orientem, vbi per ſimiles obſeruationes ſitus locorum f, g, h, deprehendes. Et cum tota res per ſe facillima ſit, ad ſequentium tractationem progrediemur.

PROPOSITIO CLIIII.

Qua ratione nauium à littore interualla, tam diei tempore, quàm in denſiſsimis noctis tenebris per faces ardentes exquiſitiſsimè liceat explorare: & uiciſsim naueleri, qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano, aut mari apparentium inſularum, ſcopulorum, aut littorum diſtantias à naui ex obſeruationibus deprehendere poſsint.

HActenus varias ac multiplices dimẽſionum rationes explicauimus, quarum obſeruationes in terra duntaxat abſoluuntur: nunc etiam videamus

qua ratione consilium sit instituendum, si nauigantes in mari vel Oceano per dimensiones explorare debeamus cuiuslibet apparentis, siue in medijs fluctibus, siue in terra loci à nauigio distantiam. Item quomodo certissimè, qui sunt in littore, nauium, insularum, ac scopulorum, qui modò sint in conspectu ab eo deprehendant interualla. Assumptis igitur obseruationibus & extructa demonstratione manifestè constabit hîc citra omnem difficultatem rem expediri posse ad quantamcunque distantiam radius visiuus locum aliquem possit apprehendere, diurno quidem tempore per obseruationem trium locorum, sed in medijs noctis tenebris per faces ardentes, quæ diuersis in locis constitutæ, exquisitissimum nobis exhibebunt triangulum, cuius exploratis duobus angulis ac vno latere, per quartam secundi Regiomont. reliqua licebit ratiocinari. Consideremus ergo primùm, quis sit operandi modus, si in littore velimus experiri alicuius insulæ, scopuli aut nauis interuallum. Quòd si de die fuerit nauis in conspectu, assumemus in littore spacium aliquod rectilineũ, quod sit sexdecim, aut viginti stadiorum, in cuius altero fine signum aliquod, vt euidenter conspiciatur, constituendum est. Eodem modo collocabitur signum apparens in principio dicti spacij, siue itineris, vbi nimirum est locus obseruationis, cuius à nauigio inquiritur distantia. Hoc constituto, eodem temporis momento per instrumentum iuxta vtrumque constituti itineris finem, explorare oportebit angulum distantiæ nauis & alterius signi. Deinde per ratiocinationem, quantacumque etiam fuerit, nauis distantia ab vtroque signo colligetur. Nocturno tempore loco signorum, quæ sunt iuxta vtrumque finem itineris, collocabimus faces ardentes, ex quarum conspectu similem obseruationem repetentes eundem scopum attingemus, si tertia fax in nauigio accensa apparuerit. Huiuscemodi obseruationes, quæ per conspectum ignis absoluuntur, sine dubio constat esse omnium exquisitissimas. Nam radij visui in flamma vtrobique coeuntes, exactissimum constituunt angulum, cuius ratiocinatione inquisitum latus trianguli colligitur. Nullam quoque certiorẽ dimensionis rationem inueniri posse constat, quàm si latus vnum trianguli in planiciem terræ inclinemus, præsertim in explorando longiori interuallo. Si enim assumptum in littore spacium fuerit viginti stadiorum, certum est nullum in Horizontis planicie corpus, tam remotè apparere posse, quin eius distantia euidentissimam ad illud spacium rationem sortiatur. Nam si fieri posset, vt oculorum prospectus in plana Horizontis superficie ad spacium decem miliarium Germanicorum pertingeret, cum 125 passus vnius stadij absoluant magnitudinem & 5000 passus constituant miliare Germanicum, manifestum est spacium in littore viginti stadiorum vigesies multiplicatum, tam longi itineris, vt sunt decem miliaria longitudinem exactissimè patefacturum. Hîc autem lubet admonere veritatis amantes, vt cum terræ molem aquæ cõiunctam secundum vniuersas sui partes sphæricam esse constet ad sensum, atque ideo fiat, vt cum à quouis angulo ad alium nauigamus versus littora ac montes altiores, paulatim eorum magnitudines sensui increscere videantur, tanquam è mari emergerent, cum anteà (vt Ptolemæus loquitur) διὰ τὴν κυρτότητα τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας latuissent, diligentius explorent in locis maritimis per huiuscemodi obseruationes, quid maximè consentiat experientiæ. Macrobius Eratosthenem secutus, vni segmento cœlestis circuli ex 360 æqualibus assignat 700 stadia: ex quo Geometricè demonstrari potest oculorum prospectum in planicie vltra $4\frac{1}{2}$ miliaria ferri non posse. Sed tamen vtrum hæc sententia ad rei veritatem proximè accedat artificis est diligentius explorare. nos hîc rem indicasse satis est. Nunc ad institutum redeamus, vt consideremus quomodo vicissim nauigantes in Oceano, aut mari commodissimè experiantur quantum

tur quantum

tur quantum itineris absunt à littore, scopulo, aut insula apparenti. Eiusdem quidem ἀπολήψεως visum ad hanc operationem assumemus, sed difficiliore negocio trianguli constituendi basin metiemur in pelago. Duas igitur huius baseos explorandæ rationes extruemus. Prima est, si duæ naues in æquore vnà cursum teneant, ac eodem tendant, vt eo tempore, quo insula, aut littus fuerit in conspectu, eiectis anchoris vtraque nauis firmetur ad quantamcunque distantiam, & ascendat aliquis in summitatem mali, qui exploret instrumento angulum, cui prætenditur interuallum vtriusque nauis, tum per 29 primi Regiomontani, si cognita fuerit ipsius mali longitudo, inquisitum patefiet interuallum. Eodem momento in vtraque naui constituatur signum, à quo in alterum prospectus pateat. Dehinc obseruantes in vtroque signo alterius à littore conspecto distantiam per circumferentiam Quadrãtis, experientur duos trigoni angulos, ex quibus per eandem quartam secundi Regiomontani inquisitum ratiocinabimur interuallum. Secunda ratio est, vt si vnica duntaxat nauis in pelago fuerit, per quam placeat eandem loci apparentis colligere distantiam, certo in loco proram conuertamus claui adminiculo versus aliquem mundi angulum, in quem ad longitudinem cuiuscunque itineris recto cursu contendere velimus. Quo constituto, in puppi assumpto instrumento obseruabimus apparentis loci ac proræ angulum distantiæ. Ex hoc loco recto itinere nauigantes vsque ad illud locorum interuallum, quod pro arbitrio constitutum fuerit, similem obseruationem repetentes, explorabimus in prora quanto circumferentiæ segmento puppis à conspecto loco distare videatur. Absolutis hisce obseruationibus, innotescunt duo anguli constituti trigoni. Sed latus illud quod emensa nauis est, à loco primæ obseruationis vsque ad locum secundæ explorabimus iuxta rationem Vitruuij, quam explicat libro 10, cap, 14. Dehinc per quartam secundi Regiomontani reliqua trigoni latera colligemus. Cæterùm ne quicquam hîc desideret studiosus lector, verba Vitruuij adscribere non pigebit. Nauigationibus verò similiter paucis rebus commutatis eadem ratione efficiuntur. Nanque traijcitur per latera parietum axis, habens extra nauem prominentia capita, in quæ includuntur rotæ diametro pedum quaternum & sextantis, habentes circa frontes affixas pinnas aquã tangentes. Item medius axis in media naui habet tympanum cum vno denticulo extanti extra suam rotunditatem. Ad eum locum collocatur loculamentum habens inclusum in se tympanum peræquatis dentibus quadringentis conuenientibus denticulo tympani, quod est in axe inclusum: præterea ad latus affixum extantem extra rotunditatem alterum dentem. Vnum insuper in altero loculamẽto cum eo confixo inclusum tympanum planum ad eundem modum dentatum, quibus dentibus denticulus, qui est ad latus fixus tympano, quod est in cultro collocatum, in eos dentes, qui sunt plani tympani singulis versationibus singulos dentes impellendo in orbem, planum tympanum verset. In plano autem tympano foramina fiant, in quibus foraminibus collocabuntur calculi rotundi. In theca eius tympani (siue loculamentum est) vnum foramen excauetur, habens canaliculum qua calculus liberatus ab obstantia, cum ceciderit in vas æreum, sonitum significet. Ita nauis cum habuerit impetum aut remorum, aut ventorum flatum, pinnæ, quæ erunt in rotis, tangentes aquam aduersam vehementi retrorsus impulsu coactę, versabunt rotas. Eę autem inuoluendo se agent axem, axis verò tympanum, cuius dens circumactus singulis versationibus singulos secundi tympani dentes impellendo, modicas efficit circuitiones. Ita cũ quatercenties ab pinnis rotæ fuerint versatæ, semel tympanum planum circumagent impulsu dentis, qui ad latus est fixus tympani in cultro. Igitur circuitio

tympani plani quotiescunque ad foramen perducet calculos, emittet per canaliculum. Ita & sonitu & numero indicabit miliaria spacia nauigationis. Hęc ille. His præmissis ad structuram ἐκθέσεως progrediemur. Sit igitur, exempli gratia, in pelago nauis b, quę ex locis a & c in littore uideri possit, quæ signa rectis lineis connectantur, vt fiat triangulus c a b, cuius c b latus est in planicie Horizontis iuxta littus, a b, & c b radij visiui. Si ergo fuerit dies, facillimè negocium per cōspectum horum signorum absoluetur, sed nocturno tempore in locis c, a, & b, collocentur faces ardentes. Hoc constituto, si eodem temporis momento quo aliquis in c per instrumentū ex conspectu a & b metiatur angulum distantiæ a & b, alius eandem obseruationem experiatur in a ex conspectu c & b, manifestum est, duos trigoni c b a angulos offerri, nempe a c b, & c a b, qui cum noto spacio rectilineo in littore a c incumbant per quartam secundi Regiomōtani colligemus a b & c b latera, quæ erant inquisita.



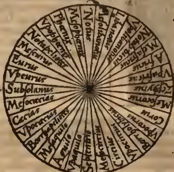
Nunc vice versa consideremus quomodo naucleri in mari experiantur alicuius insulæ aut littoris apparentis interuallum à nauigio: id quod iuxta dictam rationem primò efficiemus per duas naues. Sit igitur insula in f, nauis vna in h, & altera in g, quibus in locis eiectis anchoris ad absoluendas operationes vtraque firmetur, iam signa f, h, & g rectis lineis connectantur, vt f h & f g ab vtraque naui designet interualla, & illarum distantiam g h Quo constituto, oportebit eodem momento in h ex conspectu f & g obseruari angulum f h g, & in g alterum f g h. Deinde in h aut g si fuerit erectus iustæ magnitudinis malus per vigesimamnonam primi Regiomōtani (vt sæpius alibi ostendimus) licebit metiri interuallum h g. Quare per quartam secūdi Regiomontani, vt antea h f & g f distantiæ inquisitæ patefient. At nunc fingamus vnicam duntaxat esse nauem in h, cuius adminiculo placeat eandem h f distantiam inuestigare. Cum ergo fuerit puppis in h, dirigatur clauo ipsa prora k, qui postea retineatur in emetiendo itinere immotus, ad certum aliquem mundi angulum, qualem hîc constituimus g, tum in h ex conspectu f & k obseruetur angulus f h g, siue f h k, qui est idem. Si ergo k fuerit conuersa ad g, & clauus retineatur immotus, à recto itinere h g non deflectet nauigium, si remorum, aut impetu venti impellatur. Vt tamen certiorem habeamus rationem in hoc itinere sequendo, subinde licebit explorare magnetis angulum positionis in h constitutum. Esto igitur, vt prora peruenerit in g, & puppis in l, tum in g ex conspectu l & f offeretur angulus f g l, qui idem est cum f g h propter eandem rectī cursus lineam h g, cuius quantitate obseruata per rationem Vitruuij paulò ante explicatam ex quarta secundi Regiomontani, vt antea, licebit h f & g f facillimè ratiocinari.

PROPOSITIO CLV.

Quomodo liceat tam in maritimis, quàm terrestribus locis, quisnam uentus quolibet momento spiret, obseruare.

Qui

QVi rectè fuerit aſſecutus eam propoſitionem, qua docetur magnetini indicis adminiculo, qua ratione obſeruare liceat in quo mundi cardine quilibet locus in Horizontis planicie conſpectus, conſiſtat, ex quonam mundi angulo ventus quilibet ſpiret non difficulter videbit. Ac, ne res prolixior fiat, tabellam ſubijciemus, quæ 32 ventos, quibus vtuntur naucleri ſuis nominibus deſcriptos complectatur, deſignatis etiam mundi cardinibus, à quibus ſingulorum diſtantias intueamur. In hac depictam Meridiei lineam obſeruationis tempore per magnetem ipſi Meridiano applicabimus, vt verum ſinguli in mundo ſitum venti obtineant. Deinde ſuper centrum deſignati circuli erigemus volubile flabellum obſeruantes in quam partem impellatur à vento. Sed cum nulla ſit huius rei difficultas, figuram ante oculos conſtituemus.



PROPOSITIO CLVI.

Quæ ſit ratio ingrediendi per ſubterraneos meatus, ut ubiq; conſtet, ſub quibus terræ locis conſiſtamus.

SEquitur deinceps, vt conſiderationem aliquam inſtituamus, qua manifeſtè conſtet, ſi per ſubterraneos meatus ingrediamur, ſub quibuſdam terræ locis vbiq; conſiſtamus. Id quod magnetini indicis adminiculo expeditiſsimè fieri poſſe demõſtrabimus. Ac, quo rem euidentius explicemus, ſcire licet præcipuè nos in hoc incubituros, vt ex accurata ſuperioris terræ plani deſcriptione conſtituamus, qua ratione in profundioribus cauitatibus illa loca deprehendantur, quæ ad perpendiculum exterioribus terræ partibus ſubijciantur. Hinc colligemus diſtantiarum magnitudines, rationem ſituum, qua in certas mundi plagas loca ſingula diſtribuuntur, non minori facilitate ac certitudine in altiſsimis meatibus, quàm clara luce in apparenti terræ ſuperficie. Ergo in primis operam dabimus, vt in ſuperiore meatus parte, qua in terram ingreſſus pateat, conſtituto ſigno, tanquam centro, apparentium in exteriori ſuperficie locorum verum ſitum & conſtitutionem iuxta exquiſitam ſymmetriam eũ, quem alibi explicauimus, modo deprehendamus. Atq; hic diſtantiarum quantitates certis definitas menſuris annotare commodiſsimum fuerit. His conſtitutis, obſeruata magnetis officio Meridiei linea, ſi ad perpendiculum ſub conſtituto ſigno in inferiorem terræ cauitates deſcenderimus, aſſumptam exterioris plani deſcriptionem eidem exquiſitè accommodabimus. Ex ſequẽti ſchemate euidentius hæc intelligentur. Sit ergo meatus ad perpendiculum in terram deſcendens a m, cuius ſuperior pars a, tanquam centrum conſtituitur,



vt eius intuitu tota capacitas exterioris superficiei, quæ clauditur circulo h l c g, explorata ac descripta inferiori, & eidem exquisitè iuxta perpendiculares lineas substitutæ, nimirũ x, y p t inseruiat & accõmodetur. In illa igitur primò per magnetini indicẽ designetur Meridiana linea h a e, cui inferius in m exquisitè subest x m p. Et constituantur in circumferentia signa b, l, k, g, f, d, vt eorum à c & h punctis interualla per obseruationes sint nota. Collocauimus autem in ijsdem dimetiẽtibus facilitatis causa, b g, l f, & k φ d signa. Singulis horum pũctorum in inferiori superficie alia supponantur, nimirum ipsi b, o, l, n, k φ, y ϵ, g t, & f s, quæ deductis etiã perpendicularibus cõnectantur. His ita constitutis, dicimus singula hæc, quę in altiori superficie infra terram intelligũtur signa, & eorũ ab m interualla deprehendi posse. Nam primò constituimus iuxta exquisitam symmetriam exteriorem superficiem obseruationibus exploratã esse. Quare cum singula inferiora signa eundem inter se custodiant situm, & æqualia superioribus interualla, sequitur, vt deprehensa Meridiei linea x m p, ipsa loca o, n, y, & t iuxta obseruatam superius descriptionem inueniãtur. Exempli gratia, in inferiori plano inueniendum nobis sit ϵ signum, quod perpendiculariter sub φ cõsistit. Obseruabimus hic primum angulum h a k, cui ęqualem statuemus x m y, inde si ab m per ipsam m y rectam eousq; processerimus, vt interuallum ab y supersit æquale φ k, aut ab m ipsi a φ manifestè constabit in ϵ peruentum esse. Hinc etiã manifestum est, quomodo viceuersa descriptionem inferioris superficiei superiori, si ea fortè non fuerit explorata, accommodare liceat. Nam versus quemcunq; locum processerimus ex m, obseruata distantia & Meridiei linea, exterius intra Horizontis circuli planum quonam iter sit instituendum, vt perpendicularem inferioris loci inueniamus, per similes antegressas obseruationes certò deprehendetur. Cæterùm hæc cum per se satis euidentia sint, longiorem hic demonstrationẽ cõtexere supersedebimus.

PROPOSITIO CLVII.

Quibus obseruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra sine numerorum adminiculo liceat deprehendere.

CONsyderabimus insuper quibus rationibus totũ alicuius vrbis ambitum etiã ex locis remotionbus duntaxat in terra liceat explorare. Quod operis non difficulter absoluemus, si partibus illis sigillatim assumptis, quæ in eadem recta linea consistunt, ad quantamcunq; distãtiam æquales in plana terrę superficie magnitudines cõstituerimus. Duabus ad hoc obseruationibus conspectorum finium & duorum, quæ ijs ex aduerso designentur, signorum vtemur. Nimirum, vt ex loco alterius signi præfixæ magnitudinis fines, ac aduersum signum exquisitè appareant sub recto angulo, & econuerso, ita tamen, vt etiam particulares anguli, sub quibus aspicientur constitutæ quantitatis fines, & alterius horum ab aduerso signo distãtia, vtrobiq; sint ęquales. His ita constitutis,

ſtitutis,manifeſtum erit nobis rectangulum παραλληλόγραμμον deſignatum eſſe, cuius ea, quæ ſunt ex aduerſo latera,eandem obtinere magnitudinem eſt neceſſe. Eſt igitur ſignorum interuallum ex quibus obſeruationes factæ ſunt, æquale magnitudini inquiſitæ. Eodem obſeruandi modo ſequentem magnitudinem & deinceps reliquas omnes,quibus integer ambitus abſoluitur, in plana ſuperficie licet metiri. Sequitur nūc, vt deſignato ſchemate euidentius rem ipſam diſcentibus ob oculos conſtituamus. Sit ergo ambitus alicuius vrbis a b c d f,in quibus ſignis,vt manifeſtum eſt,duæ magnitudines ad certum angulum cōcurrunt. Primùm ex his metienda nobis ſit f a: idꝗ in hunc modum. Ex remotiori h loco appareat ſignum g cum finibus f & a ſub angulo recto g h a. è conuerſo ex g conſpiciatur ſignum h & ijdem f & a fines ſub eodem angulo. Ac ea ratione,vt particulatim angulus a g f ſit æqualis ipſi f h a. Hoc conſtituto,dicimus g & h ſignorū interuallum inquiſitæ f a magnitudini exactè adæquari.



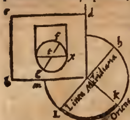
Etenim in trigono rectangulo g h a æqualis eſt angulus h g a alterius trigoni h g f angulo g h f. Nam ex vtroꝗ recto g & h ablati ſunt ęquales f h a & a g f anguli. Sunt ergo hi duo trigoni iſogonij, quibus eadem baſis, videlicet h g ſubſternitur. Quare per 26 primi Elementorum æqualis eſt h a ipſi g f,& eædem ſunt parallelę,quia ipſi g h ad rectos angulos inſiſtunt. Ergo per 33 primi Euclidis æqualis eſt g h ſignorum interuallum ipſi f a inquiſitæ magnitudini. Atꝗ ita manifeſtum eſt g h a f eſſe rectangulum parallelogrammum: ſicut alibi quoꝗ demonſtratum nobis eſt. Eadem verò ratione licebit explorare magnitudines f d,d c,c b,& b a. Conſtat igitur totū ambitum ex parallelis & æqualibus in aduerſis locis exquiſitè poſſe deprehendi. Cæterùm hic ſcire licet haſce magnitudines per alia trigonorum genera etiam explorari poſſe,quorum vſus potiſsimum tunc adhibebitur, quando exterior ſuperficies terræ non ſatis plana fuerit, quo minus conſtitutis hic obſeruationibus congruat. Sed qua ratione conſilium tunc inſtituendum ſit, induſtrio artifici expendendum relinquimus.

PROPOSITIO CLVIII.

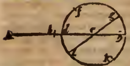
Quomodo uerus ſitus ſuperficierum in ædificijs aut mœnibus urbium explorandus ſit, ut conſtet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.

INueſtigabimus hic deinceps quibus obſeruandi modis vera cōſtitutio alicuius ſuperficiei in ædificijs,aut alijs corporibus explorari poſsit, vt exquiſitè conſtet, quanto Horizontis circuli ſegmento à certa mundi plaga diſtet, ſiue quanto ad Meridiani planum angulo inclinet. Cuius rei cognitio ipſis architectis non mediocriter conducit,ſi quando conſtitutum fuerit ſuperficiem ad certā mundi plagam dirigere,aut ſitum alterius explorare. Sed hic vulgus non parum à ſcopo aberrat. Præterea demōſtrabimus non tantùm quomodo

in proximioribus locis hoc negocij expedire liceat, verumetiam ex remotioribus interuallis, si modò partes aliquę superficiei commodè videri posint, vt etiam discentes intelligant, qua ratione situs mœnium alicuius vrbis exactè queant deprehendere. Primùm ergo videamus quomodo res absolui posit in alicuius ædificij superficie, qualem hîc designauimus a b c d. Hæc ipsi b a ad perpendiculum insistit, cuius situm vt inueniamus, designetur ad punctum a Meridiana linea h a l, quam vel obseruatione indicis magnetini, vel vmbræ solaris deprehendemus. Hinc cõstituto in a centro, describemus segmentum circuli h k l m, videlicet vt in ipsam b a rectam desinat. Deinde ex a in k ducta semidiametro, secabimus arcũ l h in semisses l k & h k, quorum vterq; existit quadrans circuli, quia recta l h per centrum a extenditur. Et ipsum l k in 90 æqualia segmenta partiemur. His constitutis,

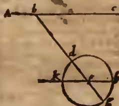


non tãtùm innotescet in quam mundi plagam vergat a b cum tota superficie incumbent[illegible]etiam quanta circumferentiæ parte distet à singulis Horizontis loci[illegible]m enim h a l sit linea Meridiana, designabit a k ortum æquinoctialem. Quare segmentum m l complectitur distantiam inquisitã superficiei à Meridiano, & m l k ab ortu Aequatoris. Si ergo m l minor fuerit circuli quadrante, cõstabit situm superficiei esse inter Meridiem & occasum Aequatoris. Vt autem hoc innotescat, exceptam circino m & l distantiam transferemus in sectum l k quadrantem. Ibi statim apparebit quãtitas segmenti l m, quod coniunctũ ipsi l k quadranti, totam m l k, nimirũ distantiam ab Oriente patefaciet. Ex his non difficile fuerit eiusdem superficiei ab Occidente & Septentrione interualla metiri. Videamus etiam quomodo in altiore loco huius superficiei eũdem situm posimus explorare. Ac designemus in ea rectam r p, quę παράλληλος sit ipsi b a. Vt ergo situm huius inueniamus, licebit hîc officio indicis magnetini constituere lineam Meridianam f g, quæ secat ipsam r p in signo t. Hoc constituto, assumemus t tanquam centrum, circum quod ducemus circulum g r f p. Erit igitur segmẽtum g r distantia partis t r à Meridie, & p f ipsius t p superficiei partis interuallum à Septẽtrione. Porrò facilè metiemur hæc segmẽta, si vnum ex quadrantibus in 90 partes (vt paulò ante admonuimus) distribuerimus. Cęterũ eundem situm & aliarum deinceps superficierum pluribus modis placet deprehendere. Et primùm id efficiemus, si ex cõstituta superficie rectam lineam duxerimus per planam aliquam superficiem in libella constitutam, aut Horizonti parallelam eousq;, vt cõgruentem obseruationi longitudinẽ sortiatur. In hac constituto vbicunq; voluerimus cẽtro, circulum designabimus quem transmissa per cẽtrum Meridiei linea partiemur in semisses. Hîc iam eodem modo, quo antè apparebunt segmenta, quibus à singulis mũdi plagis producta superficiei linea distiterit. Sed hęc per exemplum euidentius demonstremus. Sit ergo basis erectę ad perpendiculum superficiei, cuius velimus explorare situm, a b. Vt hoc efficiamus, extendenda nobis erit a b per superficiem terrę, si fuerit ad libellam ęquata, aut planam aliquam tabellam: quod hîc fiat vsq; in h punctum. Nunc iam in recta b h constituto in e centro ad quantitatem e h circumducemus circulum h l d g. Hoc constituto, aut per magnetẽ, aut per vmbram in eo

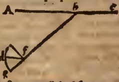


circulo

circulo explorabimus Meridiei lineam, quę ſit g l. Hæc cum per centrũ c extendatur, diſpeſcit figurã in ſemiſſes, qui rurſum in ęqualia ſegmenta diſtributi puncta ortus & occaſus Aequatoris oſtendunt, qualia nobis hic ſunt f & k. In quo puncto recta b h circulum ſecat, conſtituatur nobis d ſignum. Si nũc intelligamus ortum in k, & occaſum in f, ſtatim patefiẽt ſegmenta, quibus d & h ſigna à qualibet mundi plaga diſtant. Nam l d erit diſtãtia d à Meridiano, & d f complementum eiuſdem ab occaſu, h g ipſius h à Septẽtrione &c. Cum ergo nobis exploratum ſit, quanto ſub angulo ſecet Meridiei linea g l rectam h d, quæ vlterius producta excurrit per b in a, etiam manifeſtũ eſt, quomodo ſecet eandem rectam in b & a ſignis, per 29 primi Element. Nam meridianæ lineæ, quæ procedunt per b & a ſigna, ſunt ipſi g c l parallelæ. Per eandem 29 primi Element. adhuc alia via attingemus eundem ſcopum, ſi conſtitutę ſuperficiei in plano Horizonti æquidiſtante, aut libellam occupante exquiſitæ parallelam traxerimus, quam deinceps per obſeruatam Meridiei lineam ſecemus. Deinde conſtituto in ſigno ſectionis centro circulum deſcribamus (vt ſuperius oſtendimus) & complementum operis eadem ratione abſoluamus. Vtq; rudioribus ingenijs ſuccurram, exemplum ſubijcere non pigebit. Deſignemus ergo in oblata ſuperficie rectam a c, quę conſiſtat in libella. Huic in aduerſo plano parallelam cõſtituamus k h, cuius inuento ad mundi plagas ſitu, illius etiam ſitus non latebit. Secet ergo Meridiei linea d f g per dictas rationes obſeruata, ipſam k h in f ſigno, tum deſignato ſecundum quantitatem f h circulo h g k d, ſegmentum g h verum ipſius f h ſitum euidentiſſimè patefaciet. Atq; hunc eundem eſſe cum ſitu ſuperficiei a c aſſerimus. Vt hoc demonſtrare liceat extendatur Meridiei linea g f d, vſq; in ſuperficiem a c cui occurrat in b ſigno. Hoc conſtituto, dicimus angulum d b c æqualem eſſe g f h, per 29 primi Euclidis. Nam ex hypotheſi parallelæ ſunt a c & k h rectæ, in quas incidit eadem Meridiei linea g d b. Quare ſi in b conſtituto centro ſuper rectam a c ſemicirculum duceremus ſegmentum, quod ſubtenderetur angulo d b c, ſimile eſſet ipſi g h. Si ergo deprehenderimus ſitum alicuius lineæ oblatæ ſuperficiei æquidiſtantis, etiam ſitus huius non latebit.



Eiuſdem propoſitionis adminiculo, nonnihil variata ratione per quadrantem eundem finem cõſequemur, ſi deſignatam in plano Meridiei lineam vſq; in oblatam ſuperficiem extenderimus, & in illam huic parallelam deducamus. Nam facilè admoto quadrante experiemur, ſub quanto hæ angulo concurrant. Exempli gratia, in ſuperficiem a c ex aduerſo incurrat Meridiei linea g b, in quam deducatur ipſi a c parallela d f per 31 primi Element. Conſtituto nunc cẽtro quadrantis in f per ſegmẽtum ipſius d g apparet angulus d f g. Sed per antegreſſam ἐναλλὰξ æqualem huic eſſe conſtat angulũ a b f. Cũ ergo deprehenderimus per ſegmentũ d g ſitũ ipſius d f, etiã æquidiſtãtis huic a c ſitus non latebit. Supereſt nunc, vt etiã ex remotioribus interuallis apparentiũ ſuperficierũ ſitus explorari poſſe domonſtratione ſtabiliamus. Hanc nos potiſſimũ ex fundamẽto 29 primi Euclidis, vt ſuperiores extruemus, ſi primũ in cõſtituto locorũ ſpacio pręfixę ſuperficiei parallelã deſignari poſſe cõcluſum fuerit. Vt igitur hoc operis abſoluamus, in cõſtituta



superficie duo signa in eadem altitudine constituta notabimus, quod facilè nobis hinc constabit, si per instrumentum intuentibus ex æqualibus interuallis sub eodem circuli segmento apparuerint. Hoc constituto, subinde repetitis obseruationibus inuestigabimus in terra illud locorum spacium, ex cuius vno fine vicissim alterum cum prędictis signis sub integra quadrantis circumferentia liceat intueri. Hoc dicimus conspectæ signorum distantiæ parallelum esse. Quare per antegressas propositiones vtriusque situs eadem obseruatione cognoscetur. Sequitur, vt hæc demonstratione euidentius explicemus. Igitur in apparenti superficie c d, siue sit in mœnibus vrbis, siue in remotiore ædificio, conspiciantur signa a & b. Ex horum obseruatione in longiore distātia designanda sit parallela f g. Vt hoc negocij absoluamus, statuendum nobis est ex f puncto a b & g signa sub tota Quadrantis circumferētia apparere, & vicissim ex g a b & f sub eadem conspici, ita vt etiam angulus a f b sit æqualis ipsi a g b, & b f g ipsi a g f. Hoc constituto, parallela erit f g ipsi a b. Etenim in trigonis f a g & f b g cōstituti sunt per obseruationes anguli a f g & f g b recti, & a g f & b f g acuti æquales in eadem basi f g. Quare cōstat rectas f a & g b esse parallelas & ęquales. Cum ergo fines earum connectat recta a b per 33 primi Elementorum ęquidistat a b ipsi f g, id quod demonstrandum erat. Per antegressas igitur ἀποδείξεις, in quibus vsi sumus 29 primi Euclidis, si obseruauerimus quanto sub angulo Meridiei linea secet rectam f g, ipsius a b lineæ & eiusdem superficiei situs, consequenter non latebit.

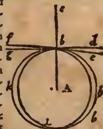
PROPOSITIO CLIX.

Quomodo superficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidistent.

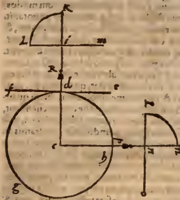
SAepenumero in obseruationibus τῶν φαινομένων, sicut etiam in multis propositionibus annotauimus, requirit vsus, vt planę superficies corporum sic collocentur, vt exactè Horizontis plano ęquidistent. Hoc quidem simpliciter quomodo per quadrantem experiamur, antea explicatum est: sed hic locus etiam postulare videtur, vt quoniam non omnes huius rei causam & demōstrationem intelligāt, copiosiorem tractationem instituamus. Non est alia certior huius rei obseruatio, quàm illa, quæ per vsum perpendiculi absoluitur. Hanc etiam non oscitanter vulgus fabrorum in ædificijs extruendis obseruat, vt Horizonti quàm fieri possit exquisitissimè (nam idem vtriusque artificii est) ad rectos angulos insistant. Eodem modo Claudius Ptolemæus lib. 1. Magnæ constructionis cap. 10, vbi rationem obseruandæ inclinationis planorum Aequatoris & Zodiaci tradit, procedendum esse scribit. Vult enim, vt circulus per quem fiet obseruatio erectus sit ad planum Horizontis, supra columnā eidem plano æquidistantem. Cuius verba si quis requirat, hæc sunt: ὃν δὴ καὶ ἡρμοσμένον τοῖς ἀσφαλῶς ἐπὶ τῆς πρὸς ἑκάστα χρείας, ἐπὶ συνθέσεως στυλίσκου, καὶ καταστήσαντες ἐν ὑπαίθρῳ τὴν τοῦ στυλίσκου βάσιν ἐν ἀκλινεῖ πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον ἐδάφει, διαφυλάξομεν ὅπως τὸ ἐπίπεδον τῶν κύκλων πρὸς μὲν τὸ τοῦ ὁρίζοντος ὀρθὸν ᾖ, ἐπὶ δὲ τῆς μεσημβρινῆς παράλληλον, τούτων δὲ τὸ μὲν πρότερον διὰ καθετίου μολίβδου ὄντος, κρεμαμένου μὲν ἐκ τοῦ περὶ κορυφὴν ἐσομένου σημείου, τηρουμένου δὲ ἕως ἂν ἐκ τῶν ὑποθεματίων διορθώσεως, ἐπὶ τὸ περὶ διάμετρον ἀποκαταστῇ τὴν πρόσνευσιν, id est: Hunc quidem ad singulos vsus accōmodabimus: si

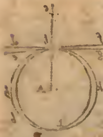
enim

enim supra mediocrem columnam sub dio, cuius basis in pauimento nihil ab Horizontis plano declinante consistat, posuerimus. Deinde obseruemus, vt plana superficies circulorum ad Horizontis planum erecta sit, & Meridiano æquidistet. Horum prius ita expedietur, si perpendiculum ab eo signo, quod nobis verticale futurũ sit, suspensum tantisper obseruemus, donec iuxta commune vtriusq; planum dependens, diametri centrum attingat. Hæc ille. Ita eadem opera vna superficies ad rectos angulos supra finitorem erigitur, & altera eidem æquidistans constituitur. Vitruuius etiam aliquot librationum modos, & præcipuè illum, qui per chorobaten fit, lib. 8, cap. 6 diligenter annotauit. Quidam in hunc vsum ex ligno aut ferro triangulum isosceles fabricantur, & ab angulo, qui ab æquicrurijs lateribus comprehenditur, bifariam secto perpendicularem ad basin dimittunt, quę eandem in duas æquas partes dispescit. Hinc annexo perpendiculo superiori angulo, aut paulò inferius ipsi catheto, obseruant idem tantisper, donec nihil à perpendiculari deflectat, quo superficies Horizonti parallelas explorant. Nihil tamen obstat, quominus per quadrantem idem operis eadem facilitate & certitudine absoluamus. Nam quando duo quadrantis semidiametri rectum angulum exquisitè comprehendant, necessariò sequitur, vt cum perpendiculum superiori lateri rectè adhæret, inferius Horizontis plano æquidistet. Constat igitur, quando basis quadrantis in hoc situ exquisitè planam alterius corporis superficiem attingit, ipsam quoq; Horizontis plano æquidistare, & cum perpendiculum ab erecto sinu declinat, etiam subiectum fundamentum declinare. Sed nunc causas huius rei contemplemur. Principiò assumimus sententiam Ptolemæi, quæ est primo libro Magnæ constructionis, cap. 6, vbi dicit: omnia grauia corpora natiuo impetu ipsum terræ centrum petitura esse, nisi à superficie ipsius sustinerentur, quia & recta linea ad centrum tendens, ad rectos existit angulos ei plano, quod sphæram terræ tangit in puncto, quo eadem linea secat terræ conuexum: cuius rei nobis talem reliquit demonstrationem Theon Alexandrinus. Constituatur sphæra terræ, ad quam graue quiddam natiuo motu & absque vlla deflexione delatum, in sublimi quidem rectam c b designet, sed in conuexa terræ superficie b punctum. Intelligatur etiam per punctum planum ad rectam c b immobile sphæram terrę contingens, cuius centrum a statuatur, & copuletur recta b a per quam deductum planum sectione sua in extremitate sphæræ circulum per primam Theodosij constituet, sed in plano illo ad c b rectam immobili efficiet rectam lineam per tertiam vndecimi Elementorum. Designetur ergo circulus in sphæra b k l, & in plano recta g b d. Et cum planum non secet sphæram, nec recta in eo secat circulum. Quare recta g b d circulum b k l contingit, & recta a b ipsi g d lineæ ad rectos incidit angulos. Iterum aliud planum per rectam a b ductum efficiat in extremitate sphæræ circulum b l h, & in plano ad rectam c b immobili rectam lineam f b e. Quare per eadem iterum vt antè recta a b ad rectos angulos existit f b e. Quoniam igitur recta a b duabus rectis g d & f e sese intersecantibus existit ad rectos angulos super communi ipsarum sectione b, ideo & ad planum per ipsas ductum erecta est. Quod quidem planum est illud ipsum, quod ad c b est immobile, ideo & a b ad idem planum est erecta. A signo igitur b in vtramq; partem eidem plano ad rectos angulos incidunt rectæ

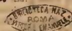


a b & b c. Quare a b c est vna eademq; recta linea. Proinde nisi graue illud in b signo excuteretur à soliditate terræ, per rectam lineam b a natiuo impetu ad terræ centrum delaberetur, vt locum sibi maximæ proprium occuparet. Ex hoc manifestè constat punctum verticis centrum Horizontis; & centrum terræ vbique locorum in eandem rectam coire lineam. Cum iam demonstratum sit perpendiculum suspensum in linea, quæ ad rectos angulos per centrum Horizontis ad centrum vniuersi tendit, cõsistere, manifestum est quamcumq; planam superficiem ad eosdem angulos contigerit, eandem exquisitè Horizonti æquidistare. Hoc ex sequenti figura facillimè perspicietur. Sit terra circulus d g h ex c vniuersi centro designatus, planum Horizontis f d e. In sublimi quadrantis instrumentum k l i, cui ex k supremo puncto annexum est perpendiculum k r, lateri k i adhærens, & in recta consistens, quæ ex k per d Horizontis centrum in c tendit, l i m plana superficies, cui basis quadrantis incumbit. Iam vterq; angulorum k i l, & k d f est rectus. quare per vigesimamoctauam primi Elementorum l i m ipsi f d e lineæ æquidistat, & hinc etiam superficies, in quibus consistunt, fiunt parallelæ. Idem etiam experieris ad quamcunq; circumferentiæ partem instrumentum collocaueris, velut hic à latere in p.





FINIS.



BASILEAE,

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM, ANNO SALVTIS HVMANAE, M. D. LXI.








GOTTSCHER. J.
1971